Записки Санкт-Петербургского горного института им.Г.В.Плеханова.
Т. 141. СПб, 1995

УДК 621.51

К.А.ДОЛГОВ

ПРИБЛИЖЕННЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ СТАЦИОНАРНОГО ДВИЖЕНИЯ ВОЗДУХА В МАГИСТРАЛЬНОМ ВОЗДУХОПРОВОДЕ

Для расчета параметров стационарного движения воздуха по герметичному горизонтальному воздухопроводу была предложена следующая система дифференциальных уравнений[x]:

$$\frac{dP}{\rho} + w\,dw + \frac{\lambda}{D_1}\frac{w^2}{2}dx = 0; \qquad (1)$$

$$w\,d\rho + \rho\,dw = 0; \qquad (2)$$

$$\frac{dP}{P} - \frac{d\rho}{\rho} - \frac{dT}{T} = 0; \qquad (3)$$

$$dq - c_p dT + \frac{dP}{\rho} = 0; \qquad (4)$$

$$dq = \frac{\pi k_l}{M}(T_{он} - T)dx + \frac{\lambda}{D_1}\frac{w^2}{2}dx, \qquad (5)$$

где P – давление; ρ – плотность; T – температура; w – скорость движения; q – количество тепла, участвующее в процессе; λ – коэффициент гидравлического трения; D_1 – внутренний диаметр воздухопровода; c_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении; k_l – линейный коэффициент теплопередачи; $T_{он}$ – температура наружного воздуха; x – длина воздухопровода, отсчитанная от начального сечения; M – массовый расход воздуха.

При задании начальных значений P_0, T_0, ρ_0, w_0, q_0 и величин λ, D_1, D_2 (наружный диаметр воздухопровода), c_p, $T_{он}$ – нахождение параметров воздуха по длине воздухопровода может быть произведено численным интегрированием системы уравнений (I)–(5) методом Рунге – Кутта. При небольших изменениях скорости движения воздуха можно пренебречь изменением

[x] Долгов К.А. Определение параметров воздуха при его движении по трубопроводу // Зап. ЛГИ. 1988. Т. 117.

кинетической энергии и представить систему дифференциальных уравнений отличную от системы (I–5) уравнением

$$\frac{dp}{\rho}+\frac{\lambda}{D_1}\frac{w^2}{2}dx=0. \qquad (6)$$

Из системы (I)-(6) можно получить приближенные расчетные формулы для определения параметров движения воздуха.

Из выражения (6)

$$\frac{dp}{\rho}=-\frac{\lambda}{D_1}\frac{w^2}{2}dx. \qquad (7)$$

Подставляя формулу (7) в формулу (4), получим

$$dq=c_p dT+\frac{\lambda}{D_1}\frac{w^2}{2}dx. \qquad (8)$$

Приравнивая правые части выражений (8) и (5), будем иметь

$$c_p dT=\frac{\pi k_l}{M}\left(T_{он}-T\right)dx$$

или

$$\frac{dT}{T-T_{он}}=-\frac{\pi k_l}{Mc_p}dx. \qquad (9)$$

Интегрируя выражение (9) от T_0 до T_x и от 0 до x, получим

$$\ln\frac{T_x-T_{он}}{T_0-T_{он}}=-\frac{\pi k_l}{Mc_p}x \qquad (10)$$

или

$$T_x=T_{он}+\left(T_0-T_{он}\right)\exp\left(-\frac{\pi k_l}{Mc_p}x\right). \qquad (11)$$

Зависимость (II) позволяет определять температуру воздуха в воздухопроводе на расстоянии x от его начала. Эта зависимость аналогична известной формуле В.Г.Шухова с той лишь разницей, что вместо коэффициента теплопередачи и диаметра трубопровода используется линейный коэффициент теплопередачи.

Из выражения (I0) получим

$$\frac{1}{x}\ln\frac{T_x-T_{он}}{T_0-T_{он}}=-\frac{\pi k_l}{Mc_p}. \qquad (12)$$

При постоянстве k_l и c_p левая часть выражения (I2) является постоянной величиной.

Получим зависимость давления воздуха p_x от расстояния до начала воздухопровода.

Умножая выражение (6) на ρ^2, получим

$$\rho d\rho = -\frac{\lambda}{D_1}\frac{\rho^2 w^2}{2}dx. \qquad (13)$$

При этом

$$\rho^2 w^2 = \frac{M^2}{F^2}, \qquad (14)$$

где F – площадь сечения воздухопровода, принимаемая постоянной.

Кроме того,

$$\rho = P/RT, \qquad (15)$$

где R – газовая постоянная.

Подставляя выражения (14) и (15) в равенство (13), получим

$$PdP = -\frac{\lambda}{D_1}\frac{M^2}{2F^2}RT\,dx. \qquad (16)$$

Из формулы (9) получим

$$dx = -\frac{Mc_p}{\pi k_l}\frac{dT}{T - T_{он}} \qquad (17)$$

Подставляя выражение (17) в равенство (16), получим

$$PdP = \frac{\lambda}{D_1}\frac{M^2}{2F^2}R\frac{Mc_p}{\pi k_l}\frac{T}{T - T_{он}}dT. \qquad (18)$$

Интегрируя левую и правую части равенства (18) соответственно от P_0 до P_x и от T_0 до T_x, получим

$$\frac{P_x^2 - P_0^2}{2} = \frac{\lambda}{D_1}\frac{M^2}{2F^2}R\frac{Mc_p}{\pi k_l}\left(T_x - T_0 + T_{он}\ln\frac{T_x - T_{он}}{T_0 - T_{он}}\right)$$

или

$$P_x^2 = P_0^2 - \frac{\lambda}{D_1}\frac{M^2}{F^2}R\frac{Mc_p}{\pi k_l}\left(T_0 - T_x + T_{он}\ln\frac{T_0 - T_{он}}{T_x - T_{он}}\right). \qquad (19)$$

Из формулы (12) имеем

$$\frac{Mc_p}{\pi k_l} = \frac{1}{\ln\dfrac{T_0 - T_{он}}{T_x - T_{он}}}x. \qquad (20)$$

Подставляя выражение (20) в уравнение (I9), после преобразований получим

$$p_x^2 = p_0^2 - \frac{\lambda}{D_1}\frac{M^2}{F^2}R\left(\frac{T_0 - T_x}{\ln\frac{T_0 - T_{он}}{T_x - T_{он}}} + T_{он}\right)x . \qquad (21)$$

Окончательно

$$p_x = \sqrt{p_0^2 - \frac{\lambda}{D_1}\frac{M^2}{F^2}R\left(\frac{T_0 - T_x}{\ln\frac{T_0 - T_{он}}{T_x - T_{он}}} + T_{он}\right)x} . \qquad (22)$$

Зная T_x и p_x, получим из уравнения состояния

$$\rho_x = \frac{p_x}{RT_x} \qquad (23)$$

и

$$w_x = \frac{M}{\rho_x F} . \qquad (24)$$

Учитывая небольшое изменение скорости движения, количество тепла, участвующее в процессе, можно определить по формуле

$$q_x = c_p(T_x - T_0) + \frac{\lambda}{D_1}\frac{w_{ср}^2}{2}x , \qquad (25)$$

где

$$w_{ср} = \frac{w_0^2 + w_x^2}{2} .$$

В качестве примера рассчитаем параметры движения воздуха в магистральном воздухопроводе Кировского рудника ПО "Апатит" при следующих начальных условиях: $p_0 = 8{,}5\cdot10^5$ Па; $T_0 = 400$ К; $\rho_0 = 7{,}404$ кг/м^3; $w_0 = 11{,}61$ м/с; $q_0 = 0$.

Постоянные величины имеют следующие значения: $c_p = 1012$ Дж/(кг·К); $D_1 = 0{,}4$ м; $D_2 = 0{,}42$ м; $\lambda = 0{,}021$; $T_{он} = 240$ К (абсолютный минимум температур в условиях Кировского рудника). Воздухопровод без тепловой изоляции длиной 800 м. Теплообмен между наружным воздухом и поверхностью воздухопровода происходит свободной конвекцией. Расчет параметров воздуха численным методом производится с учетом изменения линейного коэффициента теплопередачи k_l, зависящего от переменных параметров движущегося воздуха и переменной температуры наружной поверхности воздухопровода. При расчете параметров воздуха по приближенным формулам линейный коэффициент теплопередачи принимался постоянным, равным его значению в начале воздухопровода. Расчет параметров производился на ЭВМ "Искра 1030.11" (см. таблицу).

Расчет параметров движущегося воздуха

x, м	Численный метод решения					Приближенные формулы				
	p, бар	t, °С	ρ, кг/м³	w, м/с	k_l, Вт/(м·К)	p, бар	t, °С	ρ, кг/м³	w, м/с	k_l, Вт/(м·К)
0	8,50	127	7,40	11,6	2,45	8,50	127	7,40	11,6	2,45
100	8,47	116	7,60	11,3	2,42	8,47	114	7,56	11,3	2,45
200	8,45	106	7,76	11,1	2,37	8,45	104	7,71	11,0	2,45
300	8,42	97	7,94	10,8	2,34	8,42	94,3	7,94	10,8	2,45
400	8,40	89	8,10	10,6	2,30	8,40	87,5	8,12	10,6	2,45
500	8,38	81	8,24	10,4	2,26	8,38	79,3	8,26	10,4	2,45
600	8,35	74	8,40	10,2	2,23	8,35	71,4	8,44	10,2	2,45
700	8,33	67	8,53	10,1	2,20	8,33	65,4	8,60	9,98	2,45
800	8,31	61	8,66	9,9	2,16	8,31	57,9	8,75	9,81	2,45

Сравнение расчетных данных показывает возможность расчета параметров движущегося воздуха по приближенным формулам при небольших изменениях скорости его движения по воздухопроводу.