УДК 528.7 (21)(07)

В.И.Павлов
Санкт-Петербургский горный ин-т, Россия

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОБРАБОТКИ СТЕРЕОПАРЫ НАЗЕМНЫХ СНИМКОВ

Рассматривается аналитический вариант решения задачи определения координат точек местности по измерениям пары наземных фотоснимков.

The analytical variant of the decision of a task of definition of district points coordinates on measurements of pair ground photo is considered.

Наземная стереофотограмметрическая съемка производится фототеодолитом с концов базиса фотографирования, как правило, при параллельном расположении главных лучей фотокамеры и заданных элементах внешнего ориентирования (ЭВО) снимков. Принятый стандартный вид съемки и наличие ЭВО снимков позволяют использовать сравнительно простые уравнения связи между координатами точки объекта местности и координатами ее изображения на паре снимков:

$$X = \frac{B}{p} x_1 t = \frac{Y}{f} x_1;$$

$$Y = \frac{B}{p} f t; \qquad (1)$$

$$Z = \frac{B}{p} z_1 t = \frac{Y}{f} z_1,$$

где B – проекция базиса фотографирования на горизонтальную плоскость; p – продольный параллакс; f – фокусное расстояние фотокамеры; t – коэффициент, равный $\cos\varphi \pm (x_2 / f)\sin\varphi$; φ – угол скоса; x_2 – абсцисса соответственной точки на правом снимке.

Начало пространственных координат X, Y, Z совмещено с передней узловой точкой объекта S_1.

Переход от координат X, Y, Z к геодезическим координатам осуществляется по формулам

$$X_г = X_{s_1} + Y\cos\alpha_1 - X\sin\alpha_1;$$

$$Y_г = Y_{s_1} + Y\sin\alpha_1 + X\cos\alpha_1; \qquad (2)$$

$$Z_г = Z_{s_1} + Z + \delta Z,$$

где X_{s_1}, Y_{s_1}, Z_{s_1} – координаты левого центра проектирования S_1; α_1 – дирекционный угол оптической оси S_1 фотокамеры при ее установке на левом конце базиса фотографирования; δZ – поправка за кривизну поверхности Земли и рефракцию.

Поправка δZ с достаточной точностью вычисляется из выражения

$$\delta Z = \frac{1-K}{2R} L^2, \qquad (3)$$

где L – расстояние от центра проекции S_1 до точки объекта местности; R – радиус Земли; K – коэффициент рефракции, принимаемый равным 0,14.

Формулы (2) не учитывают горизонтальное расстояние от оси вращения

фотокамеры до центра проекции S_1, равное половине фокусного расстояния.

Общий вид съемки характеризуется произвольным значением всех угловых элементов внешнего ориентирования снимков. Задача определения координат точек в этом случае решается аналитическим методом с использованием электронно-вычислительных машин.

Математической основой метода являются уравнения связи между координатами точки снимка и точки местности

$$x - x_0 = $$

$$= f\frac{a_1(X_\Gamma - X_s) + b_1(Y_\Gamma - Y_s) + c_1(Z_\Gamma - Z_s)}{a_2(X_\Gamma - X_s) + b_2(Y_\Gamma - Y_s) + c_2(Z_\Gamma - Z_s)}; \quad (4)$$

$$z - z_0 = $$

$$= f\frac{a_3(X_\Gamma - X_s) + b_3(Y_\Gamma - Y_s) + c_3(Z_\Gamma - Z_s)}{a_2(X_\Gamma - X_s) + b_2(Y_\Gamma - Y_s) + c_3(Z_\Gamma - Z_s)}$$

и уравнения связи между координатами точки местности и координатами ее изображения на паре снимков

$$\begin{pmatrix} X_\Gamma \\ Y_\Gamma \\ Z_\Gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{s_1} \\ Y_{s_1} \\ Z_{s_1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{s_1} \\ Y_{s_1} \\ Z_{s_1} \end{pmatrix} + N\begin{pmatrix} X_1' \\ Y_1' \\ Z_1' \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где

$$N = \frac{B_x Y_2' - B_y X_2'}{X_1' Y_2' - X_2' Y_1'} = \frac{B_x Z_2' - B_z X_2'}{X_1' Z_2' - X_2' Z_1'} =$$

$$= \frac{B_y Z_2' - B_z Y_2'}{Y_1' Z_2' - Y_2' Z_1'};$$

$$a_1 = \cos\alpha\cos\kappa - \sin\alpha\sin\omega\sin\kappa;$$

$$a_2 = \sin\alpha\cos\omega;\ b_2 = \cos\alpha\cos\omega;$$

$$a_3 = \cos\alpha\sin\kappa - \sin\alpha\sin\omega\cos\kappa;$$

$$b_1 = -\sin\alpha\cos\kappa - \cos\alpha\sin\omega\sin\kappa;$$

$$b_3 = \sin\alpha\sin\kappa - \cos\alpha\sin\omega\cos\kappa;$$

$$c_1 = \cos\omega\cos\kappa;\ c_2 = \sin\omega;\ c_3 = \cos\omega\cos\kappa.$$

В уравнениях (4) и (5) использованы следующие обозначения: X_s, Y_s, Z_s – геодезические координаты центра проекции $S(S_1)$; X_Γ, Y_Γ, Z_Γ – геодезические координаты точки местности; x, z – плоские координаты изображения точки местности на снимке в системе координат снимка; f, x_0, z_0 – элементы внутреннего ориентирования камеры фототеодолита; a_i, b_i, c_i ($i = 1, 2, 3$) – направляющие косинусы; α, ω, κ – угловые элементы внешнего ориентирования снимка; X'_1, Y'_1, Z'_1 и X'_2, Y'_2, Z'_2 – пространственные координаты изображения точки местности на левом и правом снимках стереопары соответственно; B_x, B_y, B_z – составляющие базиса фотографирования.

Координаты X'_1, Y'_1, Z'_1 и X'_2, Y'_2, Z'_2 вычисляются через плоские координаты x, z изображений точки соответственно на левом и правом снимках и элементы внешнего и внутреннего ориентирования:

$$\begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - x_0 \\ f \\ z - z_0 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Примем, что приближенные значения координат точки местности, элементов внешнего и внутреннего ориентирования известны. Тогда в результате линеаризации зависимостей (4) получим уравнения поправок

$$a\delta X_s + b\delta Y_s + c\delta Z_s + d\delta\alpha + e\delta\omega + f\delta\kappa + i\delta X_\Gamma +$$

$$+ j\delta Y_\Gamma + k\delta Z_\Gamma + m\delta f + n\delta x_0 + o\delta z_0 + l_x = V_x;$$

$$(7)$$

$$a'\delta X_s + b'\delta Y_s + c'\delta Z_s + d'\delta\alpha + e'\delta\omega + f'\delta\kappa + i\delta X_\Gamma +$$

$$+ j'\delta Y_\Gamma + k'\delta Z_\Gamma + m'\delta f + n'\delta x_0 + o'\delta z_0 + l_z = V_z,$$

где $\delta X_s, \delta Y_s, \delta Z_s, \delta\alpha, \delta\omega, \delta\kappa, \delta f, \delta x_0, \delta z_0$, – поправки к приближенным значениям элементов внешнего и внутреннего ориен-

тирования снимка; $\delta X_г, \delta Y_г, \delta Z_г$ – поправки к приближенным значениям координат точек сгущения; l_x, l_z – свободные члены, определяемые по разностям между вычисленными по формулам (4) значениями (x) и (z) и измеренными x, z координатами этой же точки снимка.

Коэффициенты a, b, ..., o' уравнений (7) представляют собой частные производные по соответствующим переменным. Их численные значения находят из уравнений частных производных по приближенным значениям определяемых параметров.

В современных фотокамерах элементы внутреннего ориентирования определены с высокой точностью, поэтому для снимков, полученных такими фотокамерами, уравнения поправок (7) можно представить в виде

$$\begin{aligned} &a\delta X_s + b\delta Y_s + c\delta Z_s + d\delta\alpha + e\delta\omega + \\ &+ f\delta\kappa + i\delta X_г + j\delta Y_г + k\delta Z_г + l_x = V_x; \\ &a'\delta X_s + b'\delta Y_s + c'\delta Z_s + d'\delta\alpha + e'\delta\omega + \\ &+ f'\delta\kappa + i'\delta X_г + j'\delta Y_г + k'\delta Z_г + l_z = V_z. \end{aligned} \quad (8)$$

Если решается обратная пространственная задача, а координаты исходных опорных точек определены с большой точностью, то

$$\begin{aligned} &a\delta X_s + b\delta Y_s + c\delta Z_s + \\ &+ d\delta\alpha + e\delta\omega + f\delta\kappa + l_x = V_x; \\ &a'\delta X_s + b'\delta Y_s + c'\delta Z_s + \\ &+ d'\delta\alpha + e'\delta\omega + f'\delta\kappa + l_z = V_z. \end{aligned} \quad (9)$$

Уравнения (8) и (9) используются для определения координат точек местности по измерениям стереопары наземных снимков общего вида съемки. Исходными данными являются: x, z – координаты изображений точек местности на снимках стереопары в системе координат снимка; f, x_0, z_0 – элементы внутреннего ориентирования съемочной камеры; $X_г$, $Y_г$, $Z_г$ – координаты опорных точек, изобразившиеся на снимках стереопары (число точек не менее трех), а также приближенные значения элементов внешнего ориентирования X_s, Y_s, Z_s, α, ω, κ снимков стереопары.

Решение задачи начинается с определения элементов внешнего ориентирования снимков стереопары. Для этого составляют две системы уравнений поправок для изображений опорных точек на левом и правом снимках. Если число опорных точек равно n, то каждая система будет содержать $2n$ уравнений. Системы уравнений поправок решают раздельно под условием $[pV_x^2 + p'V_z^2] = \min$.

Неизвестные элементы ориентирования снимков находят методом последовательных приближений. От уравнений поправок переходят к нормальным уравнениям, в результате решения которых получают поправки к начальному приближению неизвестных. Введя эти поправки, находят первое приближение неизвестных. Затем снова составляют уравнения поправок, используя уточненные значения неизвестных при вычислении коэффициентов a, b, ..., f' и свободных членов l_x и l_z. От уравнений поправок переходят к нормальным уравнениям, решают их и находят поправки к первому приближению и т.д. Процесс вычислений завершают, если разности поправок в $i+1$-м и i-м приближениях не превышают установленные допуски.

Определив элементы ориентирования, находят по формулам (5) приближенные геодезические координаты точек фотограмметрического сгущения. Полученные значения координат используются для вычисления расстояний L от центров проекций до точек местности и поправок $\delta z = \delta Z(f / Y)$ в высоты z. Затем составляют четыре системы уравнений поправок – две системы уравнений (8), связанных между собой через поправки в координаты точек сгущения, и две системы уравнений (9), имеющие связь с системами уравнений (8) через поправки в элементы внешнего ориентирования снимков. Свободные члены находят с учетом исправленных значений высот z. В качестве первого приближения искомых величин используют вычисленные значения элементов внешнего ориентирования снимков и координат точек местности.

Общее число уравнений поправок $M = 4(n+k)$, где n – число опорных точек, а k – число определяемых точек. Общее число неизвестных $N = 12 + 3k$, где 12 – число элементов внешнего ориентирования снимков стереопары, а 3 – число координат для каждой точки. Число избыточных уравнений $r = M - N = 4n + k - 12$. Неизвестные параметры определяются последовательными приближениями с применением способа наименьших квадратов.

Для оценки точности решения задачи в последнем приближении находят поправки V_x и V_z и весовые коэффициенты Q. Ошибку единицы веса находят из выражения

$$\mu = \sqrt{\frac{pV_x^2 + p'V_z^2}{r}} = \sqrt{\frac{[pV_x^2 + p'V_z^2]}{4n + k - 12}}.$$

Средние квадратические ошибки определяемых величин вычисляют по формуле

$$m_j = \mu\sqrt{Q_{jj}} \ (j = 1, 2, 3, \ldots, 9).$$

Предложенный вариант аналитического решения задачи получения координат точек местности по измерениям пары наземных фотоснимков отличается от известных тем, что приближенные значения определяемых координат точек местности не задаются, а вычисляются по формулам прямой фотограмметрической засечки. Наличие таких координат позволяет до уравнивания учесть поправки в высоты точек за влияние кривизны поверхности Земли и рефракции.