УДК 528.1

А.В.Астапович
Санкт-Петербургский филиал Военно-инженерного ун-та, Россия

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ИСКЛЮЧЕНИЯ ОРИЕНТИРУЮЩИХ УГЛОВ

Обосновывается методика уравнивания ориентированных направлений, позволяющая исключать ориентирующие углы.

Method of bearing directions adjustment is based. This method eliminates bearing angles.

Классическим решением проблемы исключения ориентирующих углов при уравнивании горизонтальных направлений считаются правила Шрейбера. Их применение существенно сокращает число нормальных уравнений, что влечет за собой определенные преимущества. Однако при компьютеризации процесса уравнивания их применение связано с некоторыми неудобствами программирования. Исключить ориентирующие углы и избежать неудобства при программировании можно путем уравнивания *ориентированных* направлений $\alpha_{i.j}^0$.

Ошибки ориентированных направлений являются коррелированными величинами. Их корреляционную матрицу получим на примере трех направлений $M_{i.1}$; $M_{i.2}$; $M_{i.3}$. Тогда

$$\alpha_{i.1}^0 = M_{i.1} + \frac{\alpha_{0_{i.1}} + \alpha_{0_{i.2}} + \alpha_{0_{i.3}} - M_{i.1} - M_{i.2} - M_{i.3}}{3};$$

$$\alpha_{i.2}^0 = M_{i.2} + \frac{\alpha_{0_{i.1}} + \alpha_{0_{i.2}} + \alpha_{0_{i.3}} - M_{i.1} - M_{i.2} - M_{i.3}}{3};$$

$$\alpha_{i.1}^0 = M_{i.1} + \frac{\alpha_{0_{i.1}} + \alpha_{0_{i.2}} + \alpha_{0_{i.3}} - M_{i.1} - M_{i.2} - M_{i.3}}{3},$$

где $\alpha_{0_{i.1}}$, $\alpha_{0_{i.2}}$, $\alpha_{0_{i.3}}$ – вычисленные по предварительным координатам значения дирекционных углов сторон сети.

Как видим, ориентированные направления выражены функциями измеренных направлений. Известно, что корреляционная матрица ошибок функций вычисляется по формуле

$$Q_Ф = FQF^т,$$

где F – матрица частных производных оцениваемых функций; Q – корреляционная матрица ошибок аргументов.

Аргументами оцениваемых функций являются направления. Будем полагать, что для них имеет место $Q = E$. Тогда

$$Q_{\alpha^0} = FF^т = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Аналогично можно получить корреляционные матрицы ошибок любого числа ориентированных направлений.

Надо заметить, что полученные таким образом корреляционные матрицы являются вырожденными. Для них не существует обратных матриц. Следовательно, для ориентированных направлений нет весовых матриц. При уравнивании в таких случаях вместо весовой матрицы P_{α^0} должна использоваться главная псевдообратная матрица $Q^+_{\alpha^0}$ [2], обладающая свойствами [1]:

$$Q_{\alpha^0} Q^+_{\alpha^0} Q_{\alpha^0} = Q_{\alpha^0};$$

$$(Q_{\alpha^0} Q^+_{\alpha^0})^{\mathrm{T}} = Q_{\alpha^0} Q^+_{\alpha^0};$$

$$(Q^+_{\alpha^0} Q_{\alpha^0})^{\mathrm{T}} = Q^+_{\alpha^0} Q_{\alpha^0}.$$

Матрицу $Q^+_{\alpha^0}$ в дальнейшем будем называть псевдовесовой матрицей. Это симметрическая матрица. Ее можно вычислить по алгоритму, приведенному в [3]:

$$Q^+_{\alpha^0} = R_1 N_1 R_1^{\mathrm{T}},$$

где $R_1 = \begin{bmatrix} N_1^{\mathrm{T}} \\ N_2^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} \left(N_1 N_1^{\mathrm{T}} + N_2 N_2^{\mathrm{T}}\right)^{-1}$; N_i (i = 1; 2; 3; 4) – соответствующие блоки матрицы

$$Q_{\alpha^0} = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 \\ N_3 & N_4 \end{bmatrix}.$$

На основании этого алгоритма можно получить формулу вычисления псевдовесовых матриц ориентированных направлений на пунктах сети

$$Q^+_{\alpha^0} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} m-1 & -1 & -1 & \dots & -1 \\ -1 & m-1 & -1 & \dots & -1 \\ -1 & -1 & m-1 & \dots & -1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -1 & -1 & -1 & \dots & m-1 \end{bmatrix};$$

где m – число направлений наблюдения с данного пункта.

Ошибки ориентированных направлений на одном пункте не зависят от ошибок ориентированных направлений на других пунктах. Поэтому псевдовесовая матрица ориентированных направлений в уравниваемой сети имеет блочно-диагональную конструкцию:

$$Q^+_{\alpha^0} = \begin{bmatrix} Q_1^+ & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Q_2^+ & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & Q_n^+ \end{bmatrix},$$

где 0 – нулевая матрица.

Благодаря блочно-диагональной структуре $Q^+_{\alpha^0}$ коэффициенты и свободные члены нормальных уравнений неизвестных могут вычисляться по формулам

$$N = \sum_{i=1}^{n} B_i^{\mathrm{T}} Q_i^+ B_i; \quad L = \sum_{i=1}^{n} B_i^{\mathrm{T}} Q_i^+ l_i,$$

где B_i – матрица коэффициентов уравнений поправок ориентированных направлений на i-м пункте; Q_i^+ – псевдовесовая матрица ориентированных направлений на i-м пункте; l_i – свободные члены параметрических уравнений поправок.

Заметим, что порядок матрицы нормальных уравнений определяется только удвоенным числом определяемых пунктов и не зависит от количества ориентирующих углов.

Для проверки вышеизложенного дважды было выполнено уравнивание сети триангуляции: по направлениям классическим способом и по предлагаемой методике. Результаты идентичны.

Таким образом, уравнивание ориентированных направлений позволяет исключить при уравнивании ориентирующие углы и тем самым существенно сократить число нормальных уравнений.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Дроздов Н.Д.* Линейная алгебра в теории уравнивания измерений. М.: Недра, 1972.

2. *Маркузе Ю.И.* Геодезия. Вычисление и уравнивание геодезических сетей / Ю.И.Маркузе, Е.Г.Бойко, В.В.Голубев. М.: Картгеоцентр-Геодезиздат, 1994.

3. *Машимов М.М.* Методы математической обработки астрономо-геодезических измерений / Военно-инженерная академия. М., 1990.