Н.Ф.ДОНЦУЛ, Г.Н.ЖУРОВ, П.К.ТУЛИН
Санкт-Петербургский горный институт, Россия

О РАССЛАИВАЕМОСТИ АНИЗОТРОПНЫХ ПОРОД МЕЖДУПЛАСТЬЯ

В данной статье разработанный профессором С.Т.Кузнецовым метод расчета расслоения осадочных пород кровли с близкими упругими характеристиками [4] предлагается перенести на трансверсально-изотропные породы междупластья. Вопрос о прогнозе возможных картин расслоений и отслоений пород междупластий, обладающих упругой анизотропией, является весьма важным, так как полученные сведения используются при выборе и правильном размещении высокопроизводительных комплексов и механизированных крепей, а также при решении других важных задач горной геомеханики.

Применительно к слоистым породам кровли и почвы необходимые напряжения, входящие в критерии формирования предельных зон, в подавляющем большинстве работ рассчитываются для схем «спайк» и «полного проскальзывания» смежных изотропных слоев, обладающих разными упругими свойствами, что в основном отражает только качественную картину формирования предельных зон.

Задача определения напряженного состояния для многослойной толщи с учетом разрушения ослабленных контактов с позиций теории упругости становится неклассической, так как не известны длина расслоившихся участков и точки, между которыми происходит отслоение смежных слоев. На участках частично или полностью разрушенных межслоевых контактов не известны также законы изменения нормальных и касательных напряжений к напластованию пород. Однако даже в плоских задачах теории упругости для изотропной двухслойной толщи с учетом разрыва межслоевых связей на границах слоев строгих решений не имеется.

Наибольший вклад в разработку инженерных методов расчета зон расслоений внес профессор С.Т.Кузнецов [2] и его ученики. В работе [2] разработана инженерная методика расчета расслоения пород кровли очистной камеры, основанная на использовании условия специального предельного состояния и предполагающая знание напряженного состояния пород кровли, места положения слабых межслоевых контактов и их механических свойств: коэффициента сцепления C и угла трения по контакту ρ. При разработке инженерного метода расчета расслоения для определения напряженного состояния пород кровли использовалось решение [1], в котором учитывается взаимодействие пород кровли как упругой полуплоскости с угольным пластом, находящимся в упругопластическом состоянии. Нарушение условия предельного состояния в некоторых случаях позволяет фиксировать лишь сам факт разрушения сплошности межслоевых связей, поэтому в [2] предложено условие разрушения контактных связей, суть которого заключается в том, что расслоение происходит на определенном участке контакта, если сумма возникающих касательных напряжений превзойдет сумму усилий трения и сцепления на этом участке.

Расчет расслоения пород междупластья выполняется при следующих предположениях: породы междупластья представляют собой слоистую среду с разными упругими характеристиками; породы в пределах слоев однородны и при деформировании удовлетворительно согласуются с обобщенным законом Гука для трансверсально-изотропных тел; прочность межслоевых контактов меньше прочности смежных слоев.

Условие специального предельного состояния и условие расслоения межслоевого контакта берем в том же виде, что и в статье Н.Ф.Донцула, Г.Н.Журова*. Но здесь угол трения по контакту и коэффициент сцепления ослабленного контакта не зависят от влажности.

Нарушение сплошности ослабленных контактов во многих случаях происходит в начальный период увеличения ширины камеры, когда связь между напряжениями и деформация-

* См. статью Н.Ф.Донцула, Г.Н.Журова «К вопросу о расслаиваемости разупрочненных тяжелых кровель угольных пластов» в настоящем сборнике.

ми близка к линейной и может быть приближенно выражена обобщенным законом Гука, поэтому необходимые величины τ_{xy}, σ_y, входящие в условие специального предельного состояния, определим методами анизотропной теории упругости [3].

При плоской деформации расчет напряженно-деформированного состояния слоистых трансверсально-изотропных слоев междупластий сводится к нахождению функций напряжений $F_1(x,y), F_2(x,y),..., F_n(x,y)$ для каждого слоя. При этом на основании [3] дифференциальное уравнение, которому удовлетворяет функция напряжений $F(x,y)$, имеет вид

$$\beta_{11}^{(k)}\frac{\partial^4 F_k(x,y)}{\partial y^4}+(2\beta_{12}{}^{(k)}+\beta_{66}^{(k)})\frac{\partial^4 F_k(x,y)}{\partial^2 x\partial^2 y}+\beta_{22}^{(k)}\frac{\partial^4 F_k(x,y)}{\partial x^4}=0, \qquad (1)$$

где $\beta_{11}^{(k)},\beta_{12}^{(k)},\beta_{22}^{(k)},\beta_{66}^{(k)}$ – приведенные коэффициенты деформации.

Будем считать, что к породам междупластья приложена симметричная система усилий относительно среднего сечения очистной камеры. На основании анализа технических постоянных (модулей Юнга, коэффициентов Пуассона и модуля сдвига) многих горных пород, отраженных в работе [1], функция напряжений в соответствии с положениями работы [3] имеет вид

$$\varphi(x,y)=\sum_{m=1}^{\infty}\left[A_m\mathrm{sh}(s_1\omega y)+B_m\mathrm{ch}(s_1\omega y)+C_m\mathrm{sh}(s_2\omega y)+D_m\mathrm{ch}(s_2\omega y)\right]\cos(\omega x), \qquad (2)$$

где $\omega=m\pi/l$; $A_m^{(k)},B_m^{(k)},C_m^{(k)},D_m^{(k)}$ – константы, определяемые из граничных условий; s_1 и s_2 – корни характеристического уравнения; l – расстояние, равное сумме полупролета очистной выработки и ширины зоны опорного давления.

Необходимые для расчета расслоения слоистых толщ напряжения имеют вид

$$\sigma_y(x,y)=-\sum_{m=1}^{\infty}\omega^2\left[A_m\mathrm{sh}(s_1\omega y)+B_m\mathrm{ch}(s_1\omega y)+C_m sh(s_2\omega y)+D_m\mathrm{ch}(s_2\omega y)\right]\cos(\omega x)+1;$$

$$\tau_{xy}(x,y)=\sum_{m=1}^{\infty}\omega^2\left[A_m s_1\mathrm{ch}(s_1\omega y)+B_m s_1\mathrm{sh}(s_1\omega y)+C_m s_2\mathrm{ch}(s_2\omega y)+D_m s_2\mathrm{sh}(s_2\omega y)\right]\sin(\omega x). \qquad (3)$$

Используемые в расчете перемещения $u(x,y)$ и $v(x,y)$ после интегрирования закона Гука имеют вид

$$\begin{aligned}u(x,y)=&\beta_{11}\sum_{m=1}^{\infty}\omega\left[A_m s_1^2\mathrm{sh}(s_1\omega y)+B_m s_1^2\mathrm{ch}(s_1\omega y)+C_m s_2^2\mathrm{sh}(s_2\omega y)+D_m s_2^2\mathrm{ch}(s_2\omega y)\right]\sin(\omega x)-\\&-\beta_{12}\sum_{m=1}^{\infty}\omega\left[A_m\mathrm{sh}(s_1\omega y)+B_m\mathrm{ch}(s_1\omega y)+C_m\mathrm{sh}(s_2\omega y)+D_m\mathrm{ch}(s_2\omega y)\right]\sin(\omega x)-f_1(y);\\ v(x,y)=&\beta_{12}\sum_{m=1}^{\infty}\omega\left[A_m s_1\,\mathrm{ch}(s_1\omega y)+B_m s_1\,\mathrm{sh}(s_1\omega y)+C_m s_2\mathrm{ch}(s_2\omega y)+D_m s_2\mathrm{sh}(s_2\omega y)\right]\cos(\omega x)-\\&-\beta_{22}\sum_{m=1}^{\infty}\omega\left[\frac{A_m}{s_1}\mathrm{ch}(s_1\omega y)+\frac{B_m}{s_1}\mathrm{sh}(s_1\omega y)+\frac{C_m}{s_2}\mathrm{ch}(s_2\omega y)+\frac{D_m}{s_2}\mathrm{sh}(s_2\omega y)\right]\sin(\omega x)-f_2(x).\end{aligned} \qquad (4)$$

Выразим входящие в функцию напряжений (2) неизвестные константы A_m, B_m, C_m и D_m через гармоники $P_m^{(k)}$, $\gamma_m^{(k)}$, $P_m^{(k+1)}$ и $\gamma_m^{(k+1)}$, отражающие разложения конкретных эпюр напряжений на контактах k-го слоя. Решая соответствующую систему уравнений применительно к k-му слою, получим значения констант в виде

$$A_m=A1/D_0;\quad B_m=B1/D_0;\ C_m=C1/D_0;\ D_m=D1/D_0, \qquad (5)$$

где

$$D_0 = \{2s_1s_2(a_2a_4 - 1) - a_1a_3[(s_1)^2 + (s_2)^2]\}\omega^2;$$

$$A1 = P_m^{(k)}[(s_2)^2 a_2a_3 - s_1s_2a_1a_4] + \lambda_m^{(k)}\{s_2[1 - a_2a_4] + s_1a_1a_3\} +$$
$$+ P_m^{(k+1)}s_2(s_1a_1 - s_2a_3) + \lambda_m^{(k+1)}s_2(a_2 - a_4);$$

$$B1 = P_m^{(k)}\{s_1s_2[a_2a_4 - 1] - (s_2)^2 a_1a_3\} + \lambda_m^{(k)}(s_2a_1a_4 - s_1a_2a_3) +$$
$$+ P_m^{(k+1)}s_1s_2(a_4 - a_2) + \lambda_m^{(k+1)}(s_1a_3 - s_2a_1);$$

$$C1 = P_m^{(k)}s_1[s_1a_1a_4 - s_2a_2a_3] + \lambda_m^{(k)}\{s_1[1 - a_2a_4] + s_2a_1a_3\} +$$
$$+ P_m^{(k+1)}s_1(s_2a_3 - s_1a_1) + \lambda_m^{(k+1)}s_1(a_4 - a_2);$$

$$D1 = P_m^{(k)}\{s_1s_2[a_2a_4 - 1] - (s_1)^2 a_1a_3\} + \lambda_m^{(k)}(s_1a_2a_3 - s_2a_1a_4) +$$
$$+ P_m^{(k+1)}s_1s_2(a_2 - a_4) + \lambda_m^{(k+1)}(s_2a_2 - s_1a_3);$$

$$a_1 = \mathrm{sh}(s_1\omega h); \quad a_2 = \mathrm{ch}(s_1\omega h); \quad a_3 = \mathrm{sh}(s_2\omega h); \quad a_4 = \mathrm{ch}(s_2\omega h).$$

Условия сопряжения k-го и $k+1$-го слоев с учетом нарушения сплошности ослабленных контактов можно представить в виде

$$\begin{cases} U^{(k)}(x,-h_k) + \Delta U^{(k,k+1)}(x) = U^{(k+1)}(x,0); \\ V^{(k)}(x,-h_k) + \Delta V^{(k,k+1)}(x) = V^{(k+1)}(x,0), \end{cases} \qquad (6)$$

где $\Delta U^{(k,k+1)}(x)$ и $\Delta V^{(k,k+1)}(x)$ – функции, отражающие параметры нарушения сплошности контактных поверхностей по горизонтальным и вертикальным смещениям k- го и $k+1$-го слоев.

Записывая уравнения (6) для каждого из имеющихся контактов, получим систему уравнений, корнями которой являются гармоники, отражающие конкретные эпюры напряжений, формирующиеся на ослабленных контактах слоев. По заданным гармоникам на контактах слоев определим входящие в условие расслоения напряжения и выполним расчет по нарушению сплошности каждого из контактов. Имея функции напряжений для каждого из слоев и используя физический критерий формирования предельной зоны, можно рассчитать предельные зоны пород слоистого междупластья.

Таким образом, располагая сведениями о геологическом строении пород междупластья, их упругих характеристиках и механических характеристиках ослабленных межслоевых контактов, а также размеров целиков и очистных камер, можно выполнить ориентировочные расчеты по расслаиваемости пород междупластья и тем самым учесть формирование систем усилий, действующих на контактах слоев, что необходимо для прогноза стадийности деформирования и разрушения слоев междупластья и при необходимости принятия соответствующих технических решений по управлению горным давлением.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Батугин С. А.* Приближенная зависимость между упругими константами горных пород и параметры анизотропии / С.А.Батугин, Р.К.Ниренбург // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. 1972. № 7.

2. *Кузнецов С.В.* Некоторые закономерности и соотношение, определяющее посадку лавы // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. 1965. № 5.

3. *Лехницкий С. Г.* Анизотропные пластинки. 2-е изд. М.: Гостехиздат, 1957.

4. Методическое пособие по изучению слоистости и прогнозу расслаиваемости осадочных пород / ВНИМИ. Л., 1967.

5. *Соколовский В.В.* Статика сыпучей среды. М.: Физматгиз, 1960.