В.А.БОРОВИКОВ, В.В.КАРПЕНКО
Санкт-Петербургский горный институт, Россия

В.Н.ЗАОСТРОВЦЕВ, А.Н.ШМЫРКО
ЗАО «Удачинский ГОК», г.Мирный, Россия

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ВОЛН НАПРЯЖЕНИЙ В КИМБЕРЛИТАХ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ СЛОИСТЫХ ИЗОТРОПНЫХ УПРУГИХ СРЕД

Проблема ресурсосбережения при отбойке алмазосодержащих кимберлитов на карьере ЗАО «Удачинский ГОК» чрезвычайно актуальна, поскольку последнее десятилетие прослеживается устойчивая тенденция снижения качества товарной продукции – алмазного кристаллосырья. Обследование характера повреждений монокристаллов алмазов позволяет утверждать, что технологические дефекты кристаллов обусловлены прежде всего импульсным режимом нагружения кристалловмещающих пород на стадиях взрывного разрушения, механического дробления и измельчения кимберлитовой руды на дробильно-размольном оборудовании. Об этом свидетельствует характер повреждения монокристаллов алмазов, проявляющийся в смятии, сдвиговых и откольных трещинах. При этом наиболее высокая повреждаемость приходится на средние и крупные алмазы, особенно класса +2. В свою очередь, согласно ЦСА с учетом стоимости алмазов различных групп крупности и качества, повышение сохранности на 1 % позволяет получить дополнительную прибыль около 7 млн долларов США. На повышение естественной сохранности кристаллосырья направлены усилия компании «АЛРОСА», поэтому возобновлены исследования по прогнозированию параметров волн напряжений, потенциально опасных с точки зрения повреждаемости кристаллосырья. Поскольку кимберлиты представляют собой брекчевидные и туфообразные породы с достаточно однородными свойствами в слоях с различными высотными отметками, имеющими тенденцию повышения акустической жесткости с глубиной залегания, их можно рассматривать как слоисто-однородные изотропные упругие среды.

Наличие в массивах трещин и протяженных щелей является основным фактором, влияющим на характер затухания параметров волн напряжений, протяженность зон разрушения и размеры области регулируемого дробления. Имеющиеся опытные данные о влиянии ширины трещин и щелей, свойств материалов, их заполняющих, на параметры волн напряжений получены для конкретных горно-геологических условий при принятой технологии буровзрывных работ и поэтому не могут быть непосредственно перенесены на другие условия [3,4,6].

Для выявления влияния ширины щелей и механических свойств материалов, их заполняющих, на параметры плоских волн напряжений при их распространении по трещиноватой горной породе рассмотрим безграничную упругую среду, содержащую пакет из n - 1 плоскопараллельного слоя конечной ширины и бесконечных крайних слоев. В каждой из сред свойства материалов различны. Плоская волна напряжений

$$\sigma^{(0)}(x,\tau)=\sigma_m\eta(\tau-x)f(\tau-x);$$

$$\eta(\tau)=\begin{cases}1, \tau\geq 0;\\ 0, \tau<0,\end{cases}$$

фронт которой параллелен границам раздела слоев в пакете, распространяющаяся в положительном направлении оси x, в момент времени $\tau = 0$ вступает во взаимодействие с пакетом. В результате взаимодействия волны напряжений с границами сред в слоях пакета генерируется система отраженных и преломленных волн $\sigma_i(x, \tau)$. Такое одномерное движение сплошной среды, происходящее без разрывов ее сплошности, характеризуется уравнениями динамического равновесия слоев

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} = \frac{1}{\gamma_i^2}\frac{\partial^2 u_i}{\partial \tau^2},\ i = 0, 1, 2, \ldots n \tag{1}$$

и граничными условиями, выполняющимися при x_i

$$\left(u_0(x,\tau) - k\eta(\tau - x)\int_0^{\tau - x} f(\lambda)d\lambda\right)\Big|_{x=x_0} = u_1(x,\tau)\Big|_{x=x_0}; \tag{2}$$

$$\left(\frac{\partial u_0(x,\tau)}{\partial x} + k\eta(\tau - x)f(\tau - x)\right)\Big|_{x=x_0} = \beta_1\gamma_1\frac{\partial u_0(x,\tau)}{\partial x}\Big|_{x=x_0}; \tag{3}$$

$$\begin{gathered} u_i(x,\tau)\Big|_{x=x_i} = u_{i+1}(x,\tau)\Big|_{x=x_i}; \\ \gamma_i\frac{\partial u_i(x,\tau)}{\partial x}\Big|_{x=x_i} = \beta_i\gamma_i\frac{\partial u_{i+1}(x,\tau)}{\partial x}\Big|_{x=x_i}, \\ 1 \le i < n-1 \end{gathered} \tag{4}$$

и на бесконечности

$$u_0(x,\tau)\Big|_{x\to-\infty} \to 0,\ u_n(x,\tau)\Big|_{x\to+\infty} \to 0. \tag{5}$$

Начальные условия примем нулевыми.

Уравнения (1)-(5) записаны в безразмерных координатах u, x, τ, которые связаны с размерными U, X, t зависимостями

$$u = U/c_0; \quad x = X/l; \quad \tau = c_0 t/l,$$

где l – некоторый характерный линейный размер.

Постоянные k, γ_i, β_{i+1} выражаются соотношениями

$$k = \sigma_m/\rho_0 c_0^2; \quad \gamma_i = c_i/c_0; \quad \beta_{i+1} = \rho_{i+1}c_{i+1}/\rho_i c_i,$$

в которых σ_m – амплитуда натекающей на пакет волны напряжений; ρ_i, c_i – плотность материала i-й среды и скорость распространения волн в ней.

Применим к уравнениям (1)-(5) преобразование Лапласа по переменной τ. Общими решениями преобразованных по Лапласу дифференциальных уравнений, удовлетворяющими условиям на бесконечности,будут функции

$$u_0^L(x,s) = A_0 e^{sx}; \quad u_i^L(x,s) = A_i e^{s_i x} + B_i e^{-s_i x};$$

$$u_n^L(x,s) = B_n e^{-s_n x}; \quad i = 1, 2, \ldots n-1.$$

Неизвестные постоянные A_0, A_i, B_i, B_n определяются из системы алгебраических уравнений

$$\begin{cases} A_0 - A_1 e^{(s_1 - s)x_0} - B_1 e^{-(s_1 + s)x_0} = \dfrac{kf^L(s)}{s}e^{-2sx_0}; \\ A_0 - A_1\beta_1 e^{(s_1 - s)x_0} + B_1\beta_1 e^{-(s_1 + s)x_0} = \dfrac{kf^L(s)}{s}e^{-2sx_0}; \\ \ldots \\ A_i + B_i e^{-2s_i x_i} - A_{i+1}e^{(s_{i+1} - s_i)x_i} - B_{i+1}e^{-(s_i + s_{i+1})x_i} = 0; \\ A_i - B_i e^{-2s_i x_i} - A_{i+1}\beta_{i+1}e^{(s_{i+1} - s_i)x_i} + B_{i+1}\beta_{i+1}e^{-(s_i + s_{i+1})x_i} = 0; \\ \ldots \\ A_{n-1} + B_{n-1}e^{-2s_{n-1}x_{n-1}} - B_n e^{-(s_n + s_{n-1})x_{n-1}} = 0; \\ A_{n-1} - B_{n-1}e^{-2s_{n-1}x_{n-1}} + B_n\beta_n e^{-(s_n + s_{n-1})x_{n-1}} = 0, \end{cases} \tag{6}$$

которая получается в результате подстановки функций $u_i^L(x, s)$ в преобразованные по Лапласу граничные условия (2)-(4). Система (6) имеет аналитическое решение

$$\begin{aligned} A_0 &= 0{,}5\alpha^L(s)e^{-2sx_0}\left((1-\beta_1)U_1 + (1+\beta_1)V_1 e^{-2s(x_1-x_0)}\right); \\ A_i &= -\alpha^L(s)V_i e^{p_i^L(s)};\ B_i = -\alpha^L(s)U_i e^{q_i^L(s)}, \end{aligned} \tag{7}$$

где

$$q_i^L(s) = -sx_0 + s_i x_i - \sum_{k=1}^{i} s_k (x_k - x_{k-1});$$

$$p_i^L(s) = q_i^L(s) - 2s_i x_i;\ \alpha^L(s) = \frac{2kf^L(s)}{s\Delta^L(s)};$$

$$\Delta^L(s) = (1+\beta_1)U_1 + (1-\beta_1)V_1 e^{-2s_k(x_1-x_0)},$$

а величины U_i, V_i связаны рекуррентными соотношениями

$$\begin{aligned} &U_n = 1,\ V_n = 0,\ U_{n-1} = 0{,}5(1+\beta_n),\ V_{n-1} = 0{,}5(1-\beta_n); \\ &U_{k-1} = 0{,}5(1+\beta_k)U_k + 0{,}5(1-\beta_k)V_k e^{-2s_k(x_k-x_{k-1})}; \\ &V_{k-1} = 0{,}5(1-\beta_k)U_k + 0{,}5(1+\beta_k)V_k e^{-2s_k(x_k-x_{k-1})}. \end{aligned} \tag{8}$$

Таким образом, L-изображения продольных смещений $u_i^L(x, s)$ в слоях, обусловленные распространением по ним отраженных и преломленных волн, записываются в виде

$$u_0^L(x, s) = -0{,}5\alpha^L(s)e^{-2sx_0+sx}\left((1-\beta_1)U_1 + (1+\beta_1)V_1 e^{-2s(x_1-x_0)}\right),\ x \le x_0, \tag{9}$$

$$u_i^L(x, s) = -\alpha^L(s)e^{-s_i x + q_i^L(s)}\left(U_i + V_i e^{-2s_i(x_i-x)}\right),\ x_{i-1} \le x \le x_i,\ 1 \le i \le n-1, \tag{10}$$

$$u_n^L(x, s) = -\alpha^L(s)e^{-s_n x + q_n^L(s)},\ x_{n-1} \le x. \tag{11}$$

Учитывая связь

$$\sigma_i^L(x, s) = \rho_i c_i^2 \frac{\partial u_i^L(x, s)}{\partial x},$$

существующую между L-изображениями продольных смещений и напряжений, находим

$$\sigma_0^L(x, s) = -\frac{\sigma_m}{2k} s\alpha^L(s)e^{-2sx_0+sx}\left((1-\beta_1)U_1 + (1+\beta_1)V_1 e^{-2s(x_1-x_0)}\right),\quad x \le x_0; \tag{12}$$

$$\begin{aligned} \sigma_i^L(x, s) = \frac{2\rho_i c_i \sigma_m}{\rho_0 c_0 k} s\alpha^L(s)e^{-s_i x + q_i^L(s)}\left(U_i + V_i e^{-2s_i(x_i-x)}\right), \\ x_{i-1} \le x \le x_i,\ 1 \le i \le n-1; \end{aligned} \tag{13}$$

$$\sigma_n^L(x, s) = \frac{2\rho_n c_n \sigma_m}{\rho_0 c_0 k} s\alpha^L(s)e^{-sx + q_n^L(s)},\quad x_{n-1} \le x. \tag{14}$$

Переход к оригиналам в (9)-(14) может быть осуществлен с помощью алгоритмов численного обращения преобразования Лапласа. Однако прежде, чем перейти от L-изображений продольных напряжений к оригиналам, найдем их предельные значения при $\tau \to 0$ и $\tau \to \infty$.

Для этого воспользуемся предельными теоремами операционного исчисления [5]. Так, если $\lim\limits_{s\to\infty} sf^L(s) = 0$, то

$$\lim_{\tau\to\infty} \sigma_i(x, \tau) = 0, \quad i = 1, 2, \ldots n. \tag{15}$$

Равенство (15) имеет простой физический смысл. Оно указывает на отсутствие скачка во фронте отраженных и преломленных волн при его отсутствии во фронте прямой волны, натекающей на пакет. Обратившись к формулам (12)-(14), находим, что при $s \to 0$

$$\sigma_0^L(x, s) \to \sigma_m \frac{\rho_n c_n - \rho_0 c_0}{\rho_n c_n + \rho_0 c_0} f^L(s);$$

$$\sigma_i^L(x, s) \to \sigma_m \frac{2\rho_n c_n}{\rho_n c_n + \rho_0 c_0} f^L(s);$$

$$\sigma_n^L(x, s) \to \sigma_m \frac{2\rho_n c_n}{\rho_n c_n + \rho_0 c_0} f^L(s).$$

Поэтому при $\tau \to \infty$

$$\lim_{\tau\to\infty}\left(\sigma^{(0)}(x, \tau) + \sigma_0(x, \tau)\right) = \sigma_m \frac{2\rho_n c_n}{\rho_n c_n + \rho_0 c_0} \int_0^\infty f(\tau)d\tau;$$

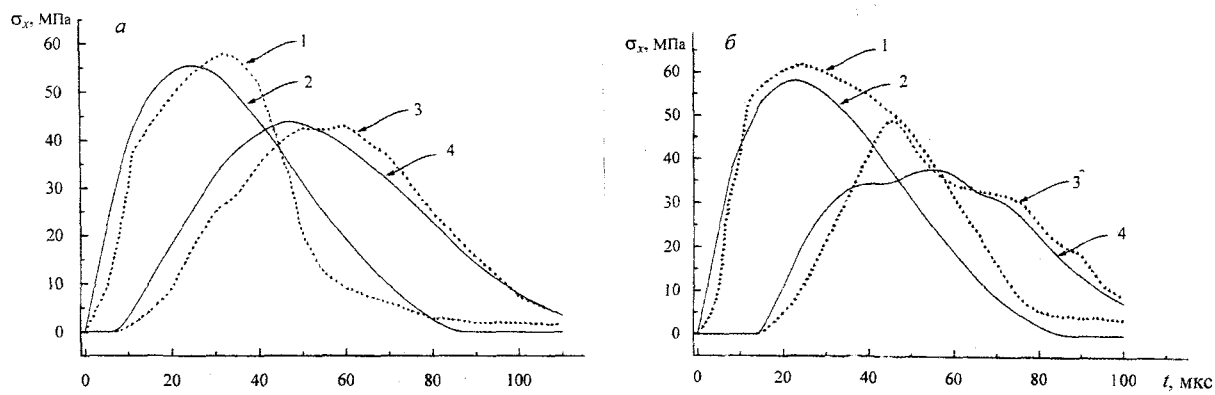
$$\lim_{\tau\to\infty} \sigma_i(x, \tau) = \sigma_m \frac{2\rho_n c_n}{\rho_n c_n + \rho_0 c_0} \int_0^\infty f(\tau)d\tau, \qquad 1 \le i \le n. \tag{16}$$

Физический смысл равенств (16) заключается в постоянстве суммарных импульсов прямой, отраженных и преломленных волн во всех средах. Если акустические жесткости крайних полубесконечных сред идентичны, то суммарные импульсы отраженных и преломленных волн совпадают с импульсом прямой волны.

Для выявления основных закономерностей трансформации эпюры волны напряжений при ее преломлении слоисто-однородной изотропной упругой средой рассмотрим распространение волны напряжений в слоистом доломитизированном известняке.

Экспериментальными методами распространение волн напряжений в такой среде изучалось в [2]. В проведенных опытах образцы доломитизированного известняка помещались в бассейн с водой на различном расстоянии друг от друга. Волна напряжений в известняке генерировалась взрывом электродетонатора ЭД N8. Основные характеристики материалов приведены в [2], а условия опытов – в таблице.

В результате опытов зарегистрированы эпюры волн напряжений (рисунок, кривые 1) в известняке без щелей на приведенных расстояниях x. Там же приведены расчетные эпюры (кривые 2) волн напряжений, генерируемые в известняке сферическим зарядом ТЭНа, эквива-



Сопоставление зарегистрированных в опыте эпюр напряжений с расчетными при $x = 47$ (*а*) и $x = 46$ (*б*)

Номер опыта	Суммарная ширина щелей, мм	Количество щелей	Ширина одной щели, мм	Максимальное радиальное напряжение в волне, МПа	
				без щели	со щелью
2	5	2	2,5	13,64	8,99
4	5	8	0,68	13,11	9,78

лентным по энергии ЭД N8. Параметры этих эпюр определялись по формулам работы [1]. Анализ опытных и расчетных волн напряжений в монолитном известняке позволяет сделать вывод об их удовлетворительном соответствии.

Регистрировались также эпюры преломленных волн (кривые 3) на тех же приведенных расстояниях, причем на рисунке, *а* показана эпюра волны, преломленной двумя, а на рисунке, *б* – восемью щелями. Параметры расчетных эпюр преломленных волн определялись по формуле (14). Результаты расчетов представлены кривыми 4. Анализ опытных и расчетных эпюр преломленных волн позволяет сделать вывод об их удовлетворительном совпадении.

Таким образом, рассмотренный методический подход позволяет прогнозировать трансформации эпюры плоской продольной волны напряжений при ее преломлении пакетом слоев однородной среды. Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант 00-05-64895.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Боровиков В.А.* Волны напряжений в обводненном трещиноватом массиве / В.А.Боровиков, И.Ф.Ванягин, М.Г.Менжулин, С.В.Цирель / Ленинградский горный институт. Л., 1989. 88 с.

2. *Боровиков В.А.* Закономерности затухания волн напряжений при прохождении через трещину / В.А.Боровиков, И.Ф.Ванягин, Б.Лайхансурен, В.П.Беляцкий // Взрывное дело. 85/42. М.: Недра, 1983. С. 52-60.

3. *Бронников Д.М.* Влияние экранирующей щели на взрывное воздействие в твердой среде / Д.М.Бронников, А.А.Спивак // ФТПРПИ. 1981. № 3. С. 62-70.

4. *Волох А.С.* Основы управления действием взрыва с помощью экранирования. М.: Наука, 1989. 224 с.

5. *Деч Г.* Руководство к практическому применению преобразования Лапласа. М.: Физматгиз, 1960. 208 с.

6. *Кузнецов В.М.* К вопросу о качестве дробления горной массы при взрывной отбойке руды / В.М.Кузнецов, Н.Н.Фаддеенков // ФТПРПИ. 1975. № 5. С. 114-115.