УДК 622.831

Н.С.КОНОНОВА, П.А.ДЕМЕНКОВ
Факультет освоения подземного пространства,
студенты группы ГС-96, ассистенты профессора

РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ РАСЧЕТА СРЕДНИХ НАГРУЗОК НА ЦИЛИНДРИЧЕСКУЮ КРЕПЬ СТВОЛОВ

Натурные наблюдения показывают, что распределение напряжений вокруг горных выработок является неравномерным как в поперечном, так и в продольном направлениях. Для учета такого распределения напряжений рассматривается взаимодействие крепи выработки с окружающим ее массивом горных пород. Крепь рассматривается как упругая длинная замкнутая цилиндрическая оболочка. На крепь действует нагрузка, изменяющаяся неравномерно как вдоль оболочки, так и в поперечном направлении: $P = P(x, \theta)$, где x – расстояние по образующей, выраженное в долях радиуса; θ – центральный угол, выраженный в радианах.

Тогда можно рассмотреть два случая:

• крепь находится под действием осесимметричной радиальной нагрузки, зависящей только от одной переменной x;

• на крепь действует нагрузка, зависящая только от угла θ.

Решение задачи для нагрузки вида $P = P(x, \theta)$ получается суммированием этих двух решений.

Оценим средние нагрузки на крепь для типовых условий строительства стволов при упругом режиме взаимодействия: $R_0 = 3{,}0$; $R_1 = 3{,}5$ м; $R = 3{,}25$ м; $h = 0{,}5$ м; $\nu_1 = 0{,}25$; $l = 0$; $\nu = 0{,}25$; $E_1 = 2 \cdot 10^4$ МПа; $E = 2 \cdot 10^4$ МПа.

Таким образом, при моделировании крепи вертикальных стволов замкнутой цилиндрической оболочкой расчетная средняя нагрузка в три раза меньше, чем соответствующая величина для плоской задачи.

Natural observation show that pressure distribution around mining workings is non-uniform both in transverse and longitudinal directions. Taking into account such pressure distribution the interaction between working support and rock mass surrounding it is considered. The support is assumed as long closed elastic cylindrical shell. The support endures the action of pressure that changes non-uniformly both along the shell and transverse it: $P = P(x, \theta)$, where x – is the distance along the component expressed in the units of radius; θ – central angle expressed in radians.

Then it is possible to consider two cases:

• support is under axis symmetrical radial pressure depending only upon variable x;

• pressure acting on support depends only upon angle θ.

The problem solution for the support $P = P(x, \theta)$ is possible to get by summing up these two solutions.

So, we estimate the average pressure on the support at elastic regime of interaction in shaft sinking in typical conditions.

This, in modeling support of shafts calculated average pressure is three times less than the corresponding value for plane problem.

Натурные наблюдения показывают, что распределение напряжений вокруг горных выработок является неравномерным как в поперечном, так и в продольном направлениях. Для учета такого распределения напряжений рассматривается взаимодействие крепи выработки с окружающим ее массивом горных пород. Крепь рассматривается как упругая длинная замкнутая цилиндрическая оболочка. На крепь действует нагрузка, изменяющаяся неравномерно как вдоль оболочки, так и в поперечном направлении: $P = P(x, \theta)$, где x – расстояние по образующей, выраженное в долях радиуса; θ – центральный угол, выраженный в радианах.

Тогда можно рассмотреть два случая:

• крепь находится под действием осесимметричной радиальной нагрузки, зависящей только от одной переменной x;

• на крепь действует нагрузка, зависящая только от угла θ.

Решение задачи для нагрузки вида $P = P(x, \theta)$ получается суммированием этих двух решений.

Расчет напряженно-деформированного состояния крепи при нагрузке, изменяющейся вдоль нее. Пусть на крепь действует радиальная нагрузка, зависящая только от переменной x, $P = P(x)$. В этом случае задача сводится к решению обыкновенного дифференциального уравнения

$$\frac{d^4\omega}{dx^4} + \frac{1-\nu^2}{c^2}\omega = \frac{R^4}{D}q, \qquad (1)$$

где $c^2 = h^2/12R^2$; $D = E_1h^3/[12(1-\nu_1^2)]$ – цилиндрическая жесткость; h – толщина оболочки; ν_1 – коэффициент Пуассона; E_1 – модуль Юнга материала крепи; R – радиус кривизны срединной поверхности; ω – прогиб (перемещение) крепи.

При такой нагрузке в оболочке отличными от нуля из внутренних сил будут только изгибающие моменты M_1, M_2 и перерезывающая сила Q_1:

$$M_1 = -\frac{D}{R^2}\frac{d^2\omega}{dx^2}; \quad M_2 = \nu M_1; \quad Q = \frac{D}{R^3}\frac{d^3\omega}{dx^3}.$$

Аппроксимируем нагрузку на крепь рядом Фурье:

$$P = P_0 + \sum_{k=1}^{\infty} P_k \sin\left(\frac{k\pi}{x_0}x\right), \qquad (2)$$

где x_0 – граничное значение x, P_0, P_k – коэффициенты.

Если длина оболочки l, то $x_0 = l/2R$, а $x \in [-x_0, x_0]$. В силу линейности уравнения (1) достаточно рассмотреть отдельно действие равномерной нагрузки $P = P_0$ и нагрузки $P_k \sin k\pi x/x_0$, действие на крепь которой рассмотрим вначале. Подставляя эту нагрузку в уравнение (1), получаем

$$\frac{d^4\omega}{dx^4} + 4a^4\omega = \frac{R^4}{D}P_k \sin m_k x, \qquad (3)$$

где $a^4 = 1-\nu^2/4c^2$; $m_k = k\pi/x_0$.

Общее решение уравнения (3) равно сумме общего решения однородного уравнения ω_0 и частного решения неоднородного уравнения $\tilde{\omega}$, т.е. $\omega = \omega_0 + \tilde{\omega}$.

Расчет напряженно-деформированного состояния крепи при нагрузке, зависящей только от угловой координаты. Рассмотрим случай, когда на крепь действует радиальная нагрузка, зависящая только от угловой координаты θ, $P = P, \theta$. В этом случае основное разрешающее уравнение будет иметь вид

$$\nabla^2\nabla^2\nabla^2\nabla^2 F + \frac{1-\nu^2}{C^2}\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} = \frac{R^4}{D}P. \qquad (4)$$

Поскольку нагрузка не зависит от x, можно пренебречь производными по x по сравнению с производными по θ. Тогда

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial\theta^2} \approx \frac{\partial^2}{\partial\beta^2}$$

и уравнение (4) имеет вид

$$\frac{\partial^8 F}{\partial\theta^8} + \frac{1-\nu^2}{C^2}\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} = \frac{R^4}{D}P(\theta). \qquad (5)$$

Заметим, что производную $\partial^4 F/\partial x^4$ отбросить нельзя, так как перед ней стоит большой множитель и за счет этого оба слагаемых в уравнении могут оказаться одного порядка.

Рассмотрим случай действия расчетной нагрузки в виде

$$P = P_0 + P_2 \cos 2\theta, \qquad (6)$$

где P_0, P_2 – const.

В силу линейности уравнения (5) рассмотрим отдельно равномерную радиальную нагрузку $P = P_0$ и нагрузку

$$P_1 = P_2 \cos 2\theta. \qquad (7)$$

При нагрузке (7) уравнение (5) примет вид

$$\frac{\partial^8 F}{\partial \theta^8} + m^2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} = \frac{R^4}{D} P_2 \cos 2\theta,$$

где $m^2 = 1 - \nu_1^2 / C^2$; F – функция напряжений.

В качестве расчетных нагрузок (2) и (6) на крепь в первом приближении можно ограничиться линейным приближением:

$$P = P_0 + P_2 \cos 2\theta + P_k \sin\left(\frac{k\tilde{n}}{x_0} x\right). \qquad (8)$$

Значения P_2 и $P_к$ соответственно характеризуют величину неравномерности внешних нагрузок по окружности цилиндрической крепи и в продольном направлениях.

В зависимости (8) в качестве целого числа k принято такое, при котором изгибающий момент M_1 будет наибольшим. Поскольку при таком подходе составляющие P_2 и $P_к$, характеризующие неравномерность распределения нормальных нагрузок по поверхности крепи, выражаются через среднюю нагрузку P_0 и статистический коэффициент неравномерности нагрузки, то задача сводится к нахождению величины средней нагрузки P_0.

Наиболее современной для определения P_0 является схема взаимодействия системы «крепь – массив горных пород». Построим расчетные зависимости для определения P_0. Радиальное перемещение цилиндрической крепи, рассматриваемой как оболочка, от действия нормальной нагрузки $P = P_0 = \text{const}$, приложенной по ее внешней поверхности,

$$W = \frac{R^2}{hE_1} P_0.$$

Тогда условия совместности системы «цилиндрическая крепь – массив горных пород» для пластической и упругой моделей записываются так:

$$\begin{aligned} U_\infty^{(P)} &= W; \\ U_\infty^{(e)} &= W. \end{aligned} \qquad (9)$$

Основываясь на приведенных выше зависимостях по определению перемещений, можно построить расчетные формулы для нахождения средней нагрузки P_0. Величина средней нагрузки P_0, определяемой из условия (9), равна (без учета влияния забоя ствола на геомеханические процессы в массиве):

$$P = \lambda\gamma H / \left(1 + \frac{E}{E_1(1+\nu)} \frac{R^2}{h}\right).$$

Оценим величину средних нагрузок на крепь для типовых условий строительства стволов (для анализа ограничимся упругим режимом взаимодействия): $R_0 = 3{,}0$; $R_1 = 3{,}5$ м; $R = 3{,}25$ м; $h = 0{,}5$ м; $\nu_1 = 0{,}25$; $l = 0$; $\nu = 0{,}25$; $E_1 = 2 \cdot 10^4$ МПа; $E = 2{,}0 \cdot 10^4$ МПа. Расчеты показывают, что средняя нагрузка $P_0 = 0{,}15\,\lambda\gamma H$.

Таким образом, при моделировании крепи вертикальных стволов замкнутой цилиндрической оболочкой расчетная средняя нагрузка в три раза меньше, чем соответствующая величина для плоской задачи.

Научный руководитель профессор, д.т.н. *А.Г.Протосеня*