УДК 622.02

М.Г.ХРАМЧЕНКОВ
НИИ математики и механики
Казанского государственного университета

МЕХАНИКА ГЛИНИСТЫХ ПОРОД

Рассматривается единая математическая модель реологических и транспортных (включая диффузию) свойств глинистых пород. Проанализирован ряд особенностей модели (возможность аномально высоких давлений в недоуплотненных глинах, наличие флоккуляции при диффузии в глинах и др.). Показано, что полученные решения находятся в хорошем согласии с результатами экспериментов.

A uniform mathematical model of rheological and transporting (including diffusion) properties of clayey rock is considered. A series of special features of the model (such as a possibility of anomalously high pressures in unconsolidated clays, the presence of flocculation when the process of diffusion in clays occurs, etc.) are analyzed. It is shown that the solutions obtained are in agreement with experimental results.

Рассмотрим систему уравнений механики водонасыщенных глин и глинистых пород, базирующихся на теории фильтрации консолидации [4]. Физической причиной, приводящей к проявлению специфических свойств глин (набухание, зависимость проницаемости от концентрации и др.), является расклинивающее давление тонких пленок жидкости между глинистыми частицами [3],

$$\Gamma_{ij} = \sigma_{ij}^{f} - m_c \Pi \delta_{ij} - p\delta_{ij}; \qquad (1)$$

$$-(\sigma^{f} + m_c \Pi) = \lambda\Theta - \nu\sqrt{I_2'},\ T_{ij} = \left(2\mu - \frac{\nu\Theta}{\sqrt{I_2'}}\right)\varepsilon_{ij}'; \qquad (2)$$

$$\dot{\Theta} + \operatorname{div}\vec{q} + \dot{m}_c = 0; \qquad (3)$$

$$\vec{q} = -\frac{k(m)}{\eta}\nabla p; \qquad (4)$$

$$\frac{1-m-m_c}{1-m^0-m_c^0} = 1+\Theta,\ m^0, m_c^0 - \text{const}, \qquad (5)$$

где m – транспортная пористость; m_c – пористость глинистой составляющей; Π – расклинивающее давление; p – давление в жидкости; σ_{ij}^{f} – тензор эффективных напряжений; Γ_{ij} – тензор общих напряжений (нагрузка); Θ – относительное изменение объема (усадка) среды; I_2' – второй инвариант тензора деформаций; ε_{ij}' – девиатор тензора деформаций; λ, μ – параметры Ляме материала скелета; ν – модуль сдвига; η – вязкость жидкости; точка сверху в (3) означает материальную производную по времени в системе отсчета, движущейся вместе с пористой матрицей; жидкость и твердая фаза для простоты считаются несжимаемыми, так что объемная деформация происходит только за счет изменения пористости.

Будем считать, что глинистые частицы располагаются на контактах между твердыми частицами пористого скелета (глинистый цемент), а также в поровом пространстве на поверхности твердых частиц (глинистые пленки).

Поясним происхождение уравнений (1)-(5). Первое является балансом сил, действующих на единичной площадке среды (уравнение равновесия). Второе уравнение следует из первого и второго закона термодинамики, записанных для твердой фазы (скелета). Третье уравнение есть суммарное условие баланса массы для жидкой и твердой фазы, а также глины. Четвертое уравнение – закон Дарси. Пятое уравнение следует из условия постоянной плотности твердой фазы.

Для наиболее простых условий (одномерное сжатие бесконечно длинного порис-

Санкт-Петербург. 2003

того слоя) система (1)-(5) приводит к уравнению

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = a\frac{\lambda}{\partial z}\left(\exp\varphi\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right), \qquad (6)$$

где φ – линейная функция усадки; a – постоянная, являющаяся комбинацией постоянных моделей.

Линеаризация экспоненты в (6) приводит к уравнению Буссинеска для переменной, являющейся линейной функцией давления. Решения его хорошо изучены [5]. Это заставляет пересмотреть известную модель перетекания М.С.Хантуша [1] и заменить уравнение пьезопроводности для слабопроницаемого слоя на уравнение Буссинеска для линейной функции давления.

Используя известную зависимость толщины межслоевой пленки воды между глинистыми частицами и концентрацией раствора [6]

$$h = d(C)^{-1/2}, \qquad (7)$$

можно получить для проницаемости глин, используя [2],

$$k = A\exp\left\{\frac{\ln 10}{0{,}03}\left[1-\frac{\chi V_0^{-1}}{\sqrt{C}(1+\Gamma\lambda^{-1})}-\beta(1+\Gamma\lambda^{-1})\right]\right\}, \qquad (8)$$

где A, χ – постоянные, V_0 – начальный объем среды.

Анализ соотношения (8) показывает, что при

$$\Gamma = \lambda\left(\sqrt{\frac{\chi}{V_0\beta\sqrt{C}}}-1\right)$$

значение k достигает максимума. Это значит, что для любого Γ существует такое C, при котором значение k максимально. Этот факт важен для объяснения механизма возникновения «окон» в глинистых водоупорах при распространении загрязнения в водоносных пластах.

Другой интересной особенностью системы (1)-(5) является естественное объяснение в рамках этой модели предельного градиента течения в глинах. Действительно, при $\vec{q} = 0$ из (1)-(5) имеем с учетом наличия предельного градиента течения:

$$\dot{\Theta} + \dot{m}_c = 0; \qquad (9)$$

$$\lambda\Theta - p = \Gamma; \qquad (10)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} - b = 0, \qquad (11)$$

где b – предельный градиент течения.

Из уравнений (9)-(11) видно, что существует нетривиальное решение. Уравнение (9) показывает, что при действии градиента давления, равного предельному, усадка обеспечивается заполнением глиной транспортных пор.

Работа выполнена при поддержке INTAS (проект 99-1810).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Хантуш М.С.* Новое в теории перетекания // Вопросы гидрогеологических расчетов. М.: Мир, 1964. С.43-60.

2. *Гольдберг В.М.* Проницаемость и фильтрация в глинах / В.М.Гольдберг, Н.П.Скворцов. М.: Недра, 1986.160 с.

3. *Дерягин Б.В.* Поверхностные силы / Б.В.Дерягин, Н.В.Чураев, В.М.Муллер.М.: Наука, 1987. 398 с.

4. *Костерин А.В.* Основные уравнения и вариационные методы расчета изотермической фильтрации: Дис. … докт. физ.-мат. наук. Казань, 1988. 153 с.

5. *Полубаринова-Кочина П.Я.* Теория движения грунтовых вод. М.: Наука, 1977. 664 с.

6. *Norrish K.* Swelling of montmorillonite. Disc. Faraday Soc. Vol.18. 1954. P.120-134.