УДК 528.063

М.Я.БРЫНЬ
Петербургский государственный университет путей сообщения
А.В.АСТАПОВИЧ, А.И.КОНДРАТЬЕВ
Санкт-Петербургский филиал Военно-инженерного университета

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОЩАДИ УЧАСТКА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КООРДИНАТ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ТОЧЕК ЕГО СТОРОН

Для земельного участка многоугольной формы с n вершинами предложено определять вдоль каждой стороны участка координаты дополнительных точек. Выполнив по этим данным линейную аппроксимацию, можно получить n уравнений прямых. Пересечение $i-1$-й и i-й прямых даст координаты i-го межевого знака, по которым с использованием известных формул можно вычислить площадь земельного участка.

Выполнены модельные исследования точности аппроксимации и точности определения координат межевых знаков. Показано, что, если по сторонам участка в форме квадрата с длиной стороны 20 м координировать промежуточные точки через 2 м, то точность определения координат межевых знаков можно повысить в 1,8 раз, если через 1 м, – то в 2,4 раза. В соответствующее число раз повысится и точность определения площади участка.

For a poligonal plot of land with n vertexes it is proposed to find coordinates of additional points along each side of the plot. Having performed a linear approximation with the help of these data, it becomes possible to obtain n of straight-line equations.The intersection of i-1 and i straight lines gives the i coordinates of the boundary marks with which the area of the plot of land can be calculated using well-known wormulas.

Model research is carried out of the accuracy of approximation and that of coordinates of boundary marks. It is shown that if the intermediate points are coordinated with the 2 metres interval on the square-shaped plot with the sides 20 metres long, then it is possible to step up the accuracy of boundary marks coordinates finding by 1,8 times and with the 1 metre interval by 2,4 times. The accuracy of the plot area calculation will be stepped up proportionately.

Практическая реализация земельной реформы показывает, что государственный земельный кадастр особенно интенсивно востребован в городах. Земли городов, особенно центральных их районов, имеют высокую стоимость и большие ставки земельных платежей, что обусловливает повышенные требования к точности координат межевых знаков и площадей земельных участков. Площади земельных участков многоугольной формы вычисляются преимущественно по координатам межевых знаков, определяемых с точек съемочного обоснования, как правило, электронным тахеометром полярным способом. В этом способе положение межевых знаков устанавливают по необходимому составу измерений, поэтому на практике используются различные приемы контроля координирования межевых знаков. На практике все чаще встречаются случаи, когда нет видимости на межевые знаки, или они недоступны для установки отражателей (высокие заборы, охраняемая территория и т.п.). В этих условиях авторы разработали новый способ повышения точности определения площадей земельных участков и исключения отмеченных недостатков.

Для участка многоугольной формы с n вершинами предлагается определять вдоль каждой стороны участка координаты допол-

ISSN 0135-3500. Записки Горного института. Т.156

нительных точек. Выполнив по этим данным линейную аппроксимацию, можно получить n уравнений прямых. Пересечение $i-1$-й и i-й прямых даст координаты i-го межевого знака, по которым с использованием известных формул можно вычислить площадь земельного участка.

Пусть для некоторого участка определены координаты X_i, Y_i поворотных и дополнительных точек. Задача построения уравнения прямой каждой из сторон участка по методу наименьших квадратов сводится к определению коэффициентов a и b в уравнении $Y = aX + b$ по формулам*

$$a = \frac{N[XY] - [X][Y]}{[X^2]N - [X]^2};$$

$$b = \frac{-[X][XY] + [Y][X^2]}{[X^2]N - [X]^2},$$

где N – число точек на стороне участка.

Координаты X_0, Y_0 межевого знака, как точки пересечения двух прямых, задаваемых уравнениями $Y = a_1X + b_1$ и $Y = a_2X + b_2$, можно вычислить по формулам**

$$X_0 = \frac{b_1 - b_2}{a_2 - a_1};\ Y_0 = \frac{-a_1b_2 + a_2b_1}{a_2 - a_1}.$$

Тогда площадь участка $P = 0{,}5\sum_{i=1}^{n} X_{0_i}(Y_{0_{i+1}} - Y_{0_{i-1}})$, где $i = 1, 2, \ldots, n$ – порядковый номер (по часовой стрелке) вершины многоугольника.

Для проверки предложенного способа были проведены модельные исследования. Цель первого эксперимента заключалась в вычислении средних квадратических ошибок m_a и m_b коэффициентов a и b уравнения прямой. При этом варьировалось число точек N на стороне участка и средние квадратические ошибки их координат $m_{X(Y)}$, дирекционный угол α и длина стороны D.

Выводы из данного исследования заключаются в следующем. При прочих равных характеристиках:

– m_a и m_b увеличиваются примерно пропорционально $m_{X(Y)}$;

– с увеличением числа точек на стороне участка в n' раз m_a и m_b уменьшаются приблизительно в n' раз;

– с увеличением длины стороны участка в n' раз m_a уменьшается в n' раз; m_b также уменьшается, но закон ее изменения носит параболический характер.

Целью второго эксперимента являлось нахождение средних квадратических ошибок определения координат межевых знаков при угле между сторонами участка φ близком к 90°(270°). Выбор значения угла обусловлен тем, что в городах преобладают участки прямоугольной формы с 4 вершинами. Иллюстрация результатов исследований для участка размером 20 × 20 м при дирекционном угле одной из сторон 225° приведена в таблице.

Зависимость точности определения координат межевых знаков от числа и точности координат дополнительных точек

$m_{X(Y)}$, см	m_{X_0}, см	m_{Y_0}, см
$N = 11$ (точки через 2 м)		
5	2,919	2,639
10	5,439	5,520
$N = 21$ (точки через 1 м)		
5	2,152	1,995
10	4,228	4,231

Как видно, если по сторонам участка в форме квадрата с длиной стороны 20 м координировать промежуточные точки через 2 м, то точность определения координат межевых знаков можно повысить в 1,8 раз, если через 1 м – то в 2,4 раза. В соответствующее число раз повысится и точность определения площадей участков.

Точность способа существенно снижается, когда дирекционные углы отдельных сторон участка близки к 90°(270°). При 90°(270°) ± 3° необходимо по известным формулам преобразовать декартовые прямоугольные координаты, обусловленные

---

* *Большаков В.Д.* Уравнение геодезических построений: Справочное пособие / В.Д.Большаков, Ю.И.Маркузе, В.В.Голубев. М.: Недра, 1989. 413 с.

** *Бронштейн И.Н.* Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И.Н.Бронштейн, К.А.Семендяев. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. 544 с.

поворотом осей, выполнить вычисления координат межевых знаков и осуществить обратный переход.

Если использовать данный способ для участков произвольной формы, то вычислительные трудности в редких случаях могут возникнуть при внутреннем угле между сторонами участка, близком к 0°(180°).

Как видно, предлагаемый способ определения площадей участков позволяет повысить их точность в 2 раза и более раз, эффективен в условиях недоступности и отсутствия видимости на межевые знаки, он также позволяет по точности аппроксимации судить о наличии грубых ошибок в измерениях.