УДК 539.218

А.Г.ПРОТОСЕНЯ, А.К.ЧЕРНИКОВ, Г.Н.ЖУРОВ
Санкт-Петербургский государственный горный институт (технический университет)

РАСЧЕТ ТЕРМОНАПРЯЖЕНИЙ В ГРУНТОВОМ МАССИВЕ ВОКРУГ КАМЕРЫ, ТЕМПЕРАТУРА В КОТОРОЙ ПОДДЕРЖИВАЕТСЯ РАДИОАКТИВНЫМ РАСПАДОМ

Рассмотрена термопластическая задача при условии Кулона о напряженно-деформированном состоянии грунтового массива вокруг камеры с закладкой из радиоактивного материала.

The thermoplastic task under condition of Coulomb about strain deformed state of a subsoil massif around the chamber with a layer from a radioactive material is considered.

Рассмотрим выработку, температура в которой сохраняется постоянной и равной 120 °С. Допустим, что она имеет прямоугольную форму размером 8 × 12 м. Выработка пройдена на глубине 70 м в протерозойских глинах. Мощность глин 120 м, налегающая толща пород (в том числе и четвертичные отложения) составляет 20 м.

В этом сравнительно узком горизонтальном слое земли на Северо-Западе России наблюдаются суточные и сезонные колебания температуры. На глубине 20 м температура остается постоянной и равной 5 °С. Ниже этого слоя температура с глубиной повышается на 3 °С на каждые 100 м.

В связи с этим задача о расчете температурного поля в грунтовом массиве t сводится к задаче Дирихле для уравнения Лапласа* для полосы с выработкой и с граничными условиями:

$$\begin{cases} t = 5\ ^\circ\text{C при } y = 120 \text{ м}; \\ t = 8{,}6\ ^\circ\text{C при } y = 0; \\ \text{на контуре выработки } t = 120\ ^\circ\text{C}; \\ t = 8{,}6 - \dfrac{8{,}6-5}{120}\, y \ (0 \le y \le 120) \\ \text{при } x = 0 \text{ и } x = 80 \text{ м}. \end{cases} \qquad (1)$$

Для решения задачи удобно применить метод конечных разностей или метод конечных элементов*. Воспользуемся методом конечных разностей, итерационным методом Зейделя – Либмана (квадратная сетка $h_x, h_y = 1$; $\varepsilon = 0{,}00001$). Полученное температурное поле показывает, что температура при небольшом удалении от выработки быстро затухает.

Используя полученное поле температур, найдем термонапряжения в грунтовом массиве, воспользовавшись методами деформационной теории термопластичности при условии Кулона. В рассматриваемом случае функционал энергии удобно представить в виде*:

$$\Theta = \int_v \left[\frac{\varepsilon^2}{6k} - \frac{\alpha_\theta}{k}\varepsilon\theta + \right.$$
$$\left. + \begin{cases} 0{,}5G\Gamma^2, & \Gamma \le \Gamma_0 = \tau_s\left(1 - \dfrac{G_1}{G}\right)/\Gamma + G_1 = \dfrac{\tau_s}{\Gamma} + G_1 \\ \tau_s\Gamma + \dfrac{G_1}{2}\Gamma^2 - \dfrac{\tau_s^2}{2(G-G_1)}, & \Gamma > \Gamma_0 \end{cases} \right] \times$$
$$\times dv - A. \qquad (2)$$

Здесь ε – объемная деформация, $\varepsilon = \varepsilon_{ij}\delta_{ij}$; Γ – интенсивность деформаций сдвига, $\Gamma = \sqrt{2e_{ij}e_{ij}}$; e_{ij} – девиатор деформаций, $e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \dfrac{1}{3}\varepsilon\delta_{ij}$; ε_{ij} – тензор деформаций;

* *Черников А.К.* Теоретические основы геомеханики: Учеб. пособие / Петербургский государственный ун-т путей сообщения. СПб, 1994. 186 с.

* Там же.

k – модуль объемной деформации, $k=(1-2\nu)/E$; G – модуль сдвига, $G=E/(2(1+\nu))$; E,ν – дельта Кронекера; α_θ – коэффициент температурного расширения; θ – эффективная температура, $\theta=t-t_0$; t,t_0 – текущая температура и температура, при которой грунт не изменяет своего объема; G_1 – модуль линейного упрочнения; A – работа внешних сил; τ_s – предел пластичности,

$$\tau_s=\frac{2}{\sqrt{3}}\left(3c\cos\rho-\frac{\varepsilon}{k}\sin\rho\right)\Big/(3-\sin\rho); \quad (3)$$

c,ρ – коэффициент сцепления и угол внутреннего трения в условии Кулона.

Алгоритм метода конечных элементов (МКЭ) для плоской и трехмерной задачи реализован на ЭВМ. Для проверки разработанной программы найдено точное решение термопластической задачи. Показано*, что предельное состояние столбчатого целика при условии его сжатия без возможности бокового расширения (условие компрессионного сжатия) наступает при

$$\sigma_z=\frac{2c(1-\nu)\cos\rho-\alpha_\theta\theta E(1+\sin\rho)}{1-2\nu-\sin\rho}. \quad (4)$$

Отметим, что отсюда вытекает два важных соотношения

$$2\nu+\sin\rho<1; \quad \frac{\alpha_\theta\theta E}{2c(1-\nu)}<\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\rho}{2}\right). \quad (5)$$

Здесь обозначения те же, что и в уравнениях (2), (3).

В пластическом состоянии напряжения $\sigma_z,\sigma_y,\sigma_x$ и деформация ε_z связаны соотношениями

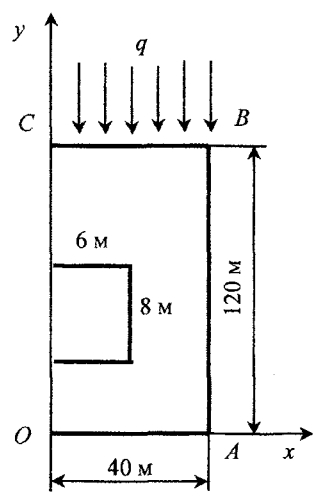
$$\begin{cases}\sigma_z=\dfrac{2}{\sqrt{3}}\beta Y+\left(\dfrac{1}{3k}+\dfrac{4}{3}G_1+\dfrac{2}{\sqrt{3}}\dfrac{\alpha}{k}\beta\right)\times\\ \times\varepsilon_z-\dfrac{\alpha_\theta\theta}{k}\left(1+2\sqrt{3}\alpha\beta\right);\\ \sigma_x=\sigma_y=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\beta Y+\left(\dfrac{1}{3k}-\dfrac{2}{3}\sigma_1-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\dfrac{\alpha}{k}\beta\right)\times\\ \times\varepsilon_z-\dfrac{\alpha_\theta\theta}{k}\left(1-\sqrt{3}\alpha\beta\right).\end{cases}$$

Здесь $Y=2\sqrt{3}c\cos\rho/(3-\sin\rho)$; $\alpha=Y/(3c\operatorname{ctg}\rho)$; $\beta=1-G_1/G$.

Остальные обозначения те же, что и в выражениях (2), (3). Полученное решение в точности совпало с численным решением трехмерной упругопластической задачи.

Для определения термонапряжений в силу симметрии задачи рассматриваем правую половину полуплоскости высотой 120 м и шириной 40 м, ослабленную камерой (прямоугольным отверстием) высотой 8 м и шириной 6 м (см. рисунок). Камера на глубине 70 м подкреплена монолитной крепью (бетон марки В30; мощность крепи 1,0 м), заложена на всю высоту (камера с закладкой). Температура закладки 120 °С.

В рассматриваемой задаче поставлены следующие граничные условия: вдоль оси Ox (вдоль OA) вертикальные перемещения отсутствуют, $v_y=0$; вдоль OC и AB горизонтальные перемещения запрещены (вдоль оси Ox – в силу симметрии, а вдоль



Расчетная схема к задаче о термонапряжениях

* *Черников А.К.* Моделирование пластического и вязкопластического течения, предельного состояния и разрушения горного массива вокруг подземных выработок / А.К.Черников, Г.Н.Журов // Тезисы доклада. В сб. «Информационные технологи в науке, проектировании и производстве». Материалы Десятой всероссийской научно-технической конференции 23.12.2003 / Нижегородский государственный технический ун-т. Н.Новгород, 2003. С.2-3.

AB – в силу условия сжатия без возможности бокового расширения). Напомним, что полоса сжимается под действием собственного веса и нагрузки $q = (\gamma h) = (2\ \text{тс/м}^3 \cdot 20\ \text{м}) = 0{,}4\ \text{МПа}$. На это поле напряжений накладывается температурное поле (см. таблицу).

Физико-механические свойства окружающего камеру массива горных пород, бетона и закладки

Среда	E, МПа	ν	γ, тс/м^3	C, МПа	ρ, град	α_θ, 1/°C
Протерозойская глина	250	0,3	2,0	0,50	11	$5\cdot10^{-5}$
Бетон крепи	25000	0,25	2,4	12	20	$2\cdot10^{-5}$
Закладка	200	0,3	2,0	0,45	8	$5\cdot10^{-5}$

Отметим, что коэффициент температурного расширения α_θ принят по литературным источникам; в качестве закладки принята протерозойская (перемятая) глина. Исследуемая полоса разбита на 4800 квадратов размером 1 × 1 м, а затем каждый квадрат на два треугольника (всего 4961 узел и 9600 конечных элементов).

Рассмотрим несколько вариантов напряженно-деформированного состояния массива:

1. Без выработки и температурного воздействия: под действием только собственного веса и пригрузки q. В этом случае состояние нетронутого массива

$$\sigma_y = -\gamma(H - y) - q; \quad \sigma_x = \sigma_z = \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_y;$$

$$\varepsilon_x = \varepsilon_z = 0; \quad \varepsilon_y = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{1-\nu}\frac{\sigma_y}{E}.$$

Земная поверхность опускается на 56,8 см ($v_y = -0{,}568$ м).

2. С незакрепленной выработкой под действием собственного веса и пригрузки q, но без температурного воздействия. В этом случае пластические зоны в массиве не возникают. Земная поверхность над камерой приподнимается из-за разгрузки камеры (камера без закладки) на $h = -0{,}565 - (-0{,}568) = 0{,}003$ м.

3. С выработкой, закрепленной монолитным бетоном, без закладки под действием собственного веса массива и пригрузки q, но без температурного воздействия. В этом случае в массиве в углах выработки образуются пластические зоны. С уменьшением угла внутреннего трения эти области в массиве растут. Земная поверхность над камерой приподнимается на $h = -0{,}555 - (-0{,}568) = 0{,}013$ м. Опусканию земной поверхности препятствует крепь выработки.

4. С выработкой, крепью из монолитного бетона и закладкой под действием собственного веса массива, пригрузки q и температурного воздействия. В этом случае вся крепь переходит в пластическое состояние и, кроме этого, под выработкой на глубине 112 м и ниже образуется пластическая зона в глинистом массиве площадью 20,5 м^2. Земная поверхность над камерой приподнимается из-за температурного расширения на $h = -0{,}410 - (-0{,}568) = 0{,}158$ м. С изменением угла внутреннего трения глинистого массива пластическая зона под камерой изменяется и в высоту, и в ширину. Так, при $\rho = 10°$ площадь этой зоны равна 114,5 м^2, а при $\rho = 9°$ площадь равна уже 191,5 м^2. Но при $\rho = 12°$ эта зона пропадает.