УДК 624.042

В.В.КАРПЕНКО, А.В.КАРПЕНКО, Г.А.КОЛТОН
Санкт-Петербургский государственный горный институт (технический университет)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕЙСТВИЯ ВЗРЫВНЫХ ВОЛН НАПРЯЖЕНИЙ НА ГОРНЫЕ ВЫРАБОТКИ

Рассматривается совместное воздействие статического и динамического полей напряжений на выработку, определяются зоны растягивающих напряжений, моделируется процесс хрупкого разрушения породы в приконтурных областях выработки. Исследование таких воздействий на горную выработку основывается на сформулированных в статье [1] методических принципах математического моделирования физических процессов в сложных системах.

In this paper the combined effect of the static and dynamic stress field on the working is considered, also the areas of stretching stress are determinated, and the process of brittle distraction of the rock near the working is simulated. The research of such effects on the working is bused on the methodical principles of mathematical simulation of the physical process in compound systems which were formulated in the paper [1].

Модель объекта исследования и постановка задачи. При построении математической модели статического и динамического (от гравитационных сил и взрывных волн напряжений) воздействия на горную выработку примем, что горная порода вокруг выработки является идеально упругой или хрупкой средой, а боковая поверхность выработки может быть аппроксимирована цилиндрической поверхностью произвольного поперечного сечения. Генерируемую взрывом цилиндрического заряда взрывчатого вещества (ВВ) волну напряжений примем плоской упругой продольной волной, фронт которой параллелен продольной оси выработки, а нормаль к фронту составляет угол α с отрицательным направлением оси Oy. После момента соприкосновения волны напряжений с контуром выработки изменение параметров, характеризующих эпюру волны, учитывать не будем. Параметры эпюры волны напряжений будем определять по приведенным в работе [2] аналитическим зависимостям. Касательная $\sigma_{nt}^{(0)}$ компонента тензора напряжений в возмущенной области за фронтом волны принята равной нулю, а компоненты нормальной $\sigma_{nn}^{(0)}$ и тангенциальной $\sigma_{tt}^{(0)}$ составляющих тензора напряжений соответственно равны

$$\sigma_{nn}^{(0)} = -\sigma_0(l)H_0(l);\ \sigma_{tt}^{(0)} = -\frac{\nu}{1-\nu}\sigma_0(l)H_0(l);$$

$$l = c_1 t + (x - x_0)\sin\alpha + (y - y_0)\cos\alpha,$$

где x_0, y_0 – координаты точки на контуре выработки, с которой прямая волна соприкасается в начальный момент; c_1 – скорость продольных волн, $c_1 = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$; ρ – плотность среды; λ, μ – параметры Ламе упругой среды; ν – коэффициент Пуассона; l – уравнение фронта волны; $H_0(l)$ – функция Хевисайда; $\sigma_0(l)$ – эпюра натекающей на полость продольной волны [2].

Для описания характерных особенностей напряженного состояния породы вокруг выработки, находящейся под действием статических и динамических воздействий, воспользуемся моделью плоского деформированного состояния массива. Особенности такого состояния могут быть определены в результате решения двух плоских задач теории упругости. Первая из которых – статическая – состоит в определении напряженно-деформированного состоя-

ния (НДС) невесомого массива с цилиндрической полостью, нагруженного на бесконечности равномерными нормальными напряжениями, действующими в плоскости поперечного сечения выработки. Вторая – динамическая – заключается в определении НДС массива с цилиндрической полостью при воздействии на нее плоской продольной волны, фронт которой параллелен образующейся выработки.

При отсутствии нарушения сплошности и выполнении условия совместности деформаций статическая задача об определении напряженного состояния среды состоит в интегрировании системы уравнений [7]

$$\frac{\partial \sigma_{xx}^{(c)}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_{xy}^{(c)}}{\partial y}=0;\quad \frac{\partial \sigma_{xy}^{(c)}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_{yy}^{(c)}}{\partial y}=0,$$

дополненных граничными условиями отсутствия напряжений на контуре поперечного сечения полости

$$\sigma_{xx}^{(c)}\cos(n,x)+\sigma_{xy}^{(c)}\cos(n,y)\big|_{\Gamma}=0;$$

$$\sigma_{xy}^{(c)}\cos(n,x)+\sigma_{yy}^{(c)}\cos(n,y)\big|_{\Gamma}=0$$

и заданными значениями напряжений на бесконечности

$$\sigma_{xx}^{(c)}\Big|_{\sqrt{x^2+y^2}\to\infty}\to-\sigma_0^{(c)};$$

$$\sigma_{yy}^{(c)}\Big|_{\sqrt{x^2+y^2}\to\infty}\to-\frac{\nu}{1-\nu}\sigma_0^{(c)};$$

$$\sigma_0^{(c)}=\rho g h,$$

где h – глубина расположения центра выработки; g – ускорение свободного падения.

Динамическая задача определения НДС массива с цилиндрической полостью состоит в определении компонент динамического тензора напряжений $\sigma_{xx}^{(1)}$, $\sigma_{yy}^{(1)}$ и $\sigma_{xy}^{(1)}$ отраженных и дифракционных волн, которые формируются в массиве в результате натекания плоской волны на выработку. Компоненты тензора напряжений $\sigma_{xx}^{(1)}$, $\sigma_{yy}^{(1)}$, $\sigma_{xy}^{(1)}$ удовлетворяют условиям динамического равновесия [7]

$$\frac{\partial \sigma_{xx}^{(1)}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_{xy}^{(1)}}{\partial y}=\rho U_x^{\bullet\bullet};\quad \frac{\partial \sigma_{xy}^{(1)}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_{yy}^{(1)}}{\partial y}=\rho U_y^{\bullet\bullet}.$$

На контуре поперечного сечения полости нормальная и касательная компоненты суммарного тензора напряжений

$$\left(\sigma_{nn}^{(0)}+\sigma_{nn}^{(1)}\right)\Big|_{\Gamma}=0;\ \left(\sigma_{nt}^{(0)}+\sigma_{nt}^{(1)}\right)\Big|_{\Gamma}=0.$$

На бесконечности при $\sqrt{x^2+y^2}\to\infty$ компоненты тензора отраженных и дифракционных волн удовлетворяют условиям

$$\sigma_{xx}^{(1)}\to 0,\ \sigma_{yy}^{(1)}\to 0,\ \sigma_{xy}^{(1)}\to 0,$$

а начальные условия для них и параметров движения среды в невозмущенной области примем равными нулю.

Компоненты тензора напряжений отраженной и дифракционной волн связаны с компонентами тензора плоской деформации законом Гука [7].

Алгоритмы численного решения задач плоской теории упругости и некоторые результаты. Алгоритм численного решения упругой динамической задачи построен на ее редукции к конечно-разностному аналогу в криволинейных ортогональных координатах, основанному на методе расщепления С.К. Годунова [3]. Рассматриваемый случай изложен в работе [4]. Для решения сформулированной плоской статической задачи теории упругости разработано несколько подходов. Один из них основан на использовании функций комплексного переменного [6], другой – на использовании численных методов [5]. В настоящей статье для решения статической задачи предложен подход, основанный на переходе от статической задачи к динамической и определении предела компонент тензора динамических напряжений при $t\to\infty$. В таком случае для решения статической и динамической плоской задачи теории упругости можно использовать единый алгоритм [4].

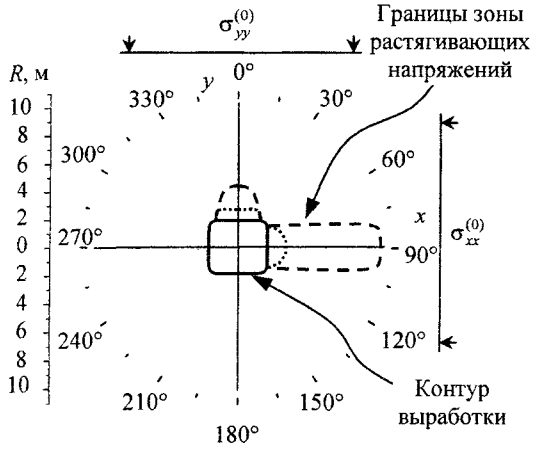


Рис.1. Схема натекания под различными углами взрывной волны напряжений на горную выработку с прямоугольной формой поперечного сечения (глубина 250 м)

Рассмотрим расчеты напряженного состояния пород вокруг выработки с прямоугольной формой поперечного сечения шириной 4,2 м и высотой 3,8 м с закругленными углами (радиус закругления 0,5 м), расположенной на глубине 250-750 м. Вмещающей породой принимался гранит с плотностью 2800 кг/м^3, скоростью продольных волн 4500 м/с и коэффициентом Пуассона 0,22. Взрывная волна напряжений генерировалась цилиндрическим зарядом, радиус которого принимался равным 0,0255 м, удаленным от выработки примерно на 10 м. Параметры генерируемой подрывом заряда волны напряжений определялись изложенным в работе [2] способом. Первоначально решались упругие статическая и динамическая задачи и определялись приконтурные зоны суммарных растягивающих напряжений. Внутри зон, выделенных пунктиром, точками обозначены кривые, на которых достигаются максимальные значения суммарных растягивающих напряжений (рис.1). Как следует из результатов расчета, размеры зоны суммарных растягивающих напряжений имеют почти в два раза большую протяженность вдоль оси симметрии *Ox* выработки, чем вдоль оси симметрии *Oy*. Это объясняется более медленным возрастанием в направлении *Ox* статических нормальных напряжений, чем в направлении *Oy*. Эпюры суммарной статической и динамической компоненты тензора напряжений σ_{yy}, рассчитанных на различных расстояниях от контура выработки (взрывная волна распространяется вдоль оси *Oy*), приведены на рис.2, *а*. Расчетами установлено, что для принятых параметров горной породы, взрывной волны и формы выработки, суммарное напряжение σ_{yy} достигает максимальных значений, немного превышающих 5 МПа, на расстоянии примерно 0,6-0,8 м от контура выработки. На рис.2, *б* показаны массовые скорости частиц среды, рассчитанные по упругой модели. Как следует из результатов расчета, на контуре выработки массовые скорости удваиваются. Этот эффект связан с отражением и дифракцией взрывной волны от свободной поверхности

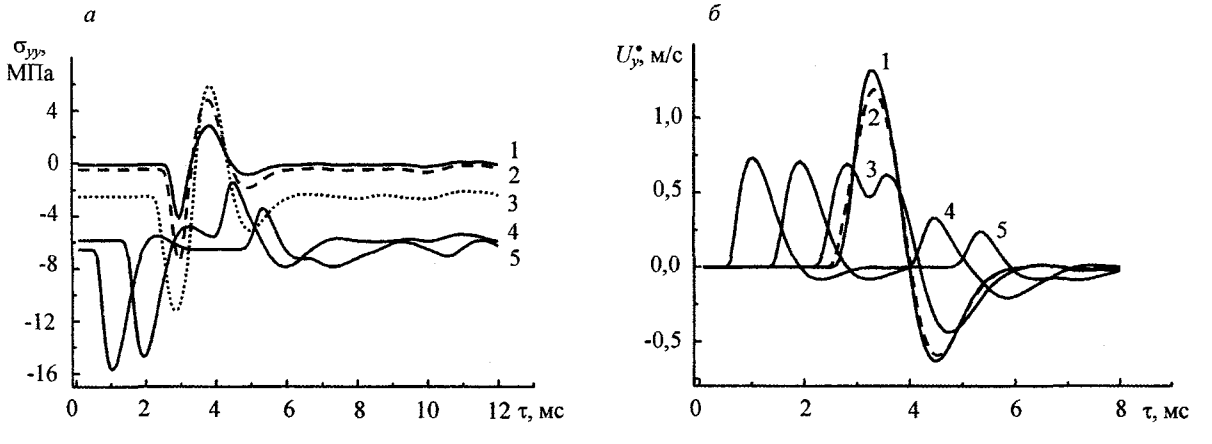


Рис.2. Эпюры суммарных нормальных напряжений σ_{yy} (*а*) и массовых скоростей (*б*) упругой среды на расстояниях от контура выработки
1 – 0,4 м; 2 – 0,8 м; 3 – 2,0 м; 4 – 6,0 м; 5 – 10,0 м

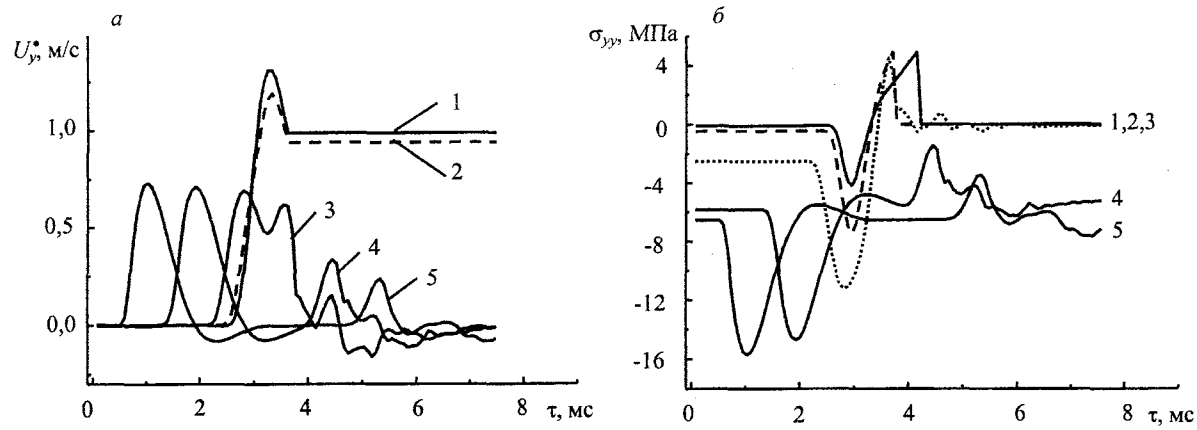


Рис.3. Эпюры массовых скоростей (*а*) и суммарных нормальных напряжений σ_{yy} (*б*) хрупко разрушающейся среды на расстояниях от контура выработки
1 – 0,4 м; 2 – 0,8 м; 3 – 2,0 м; 4 – 6,0 м; 5 – 10,0 м

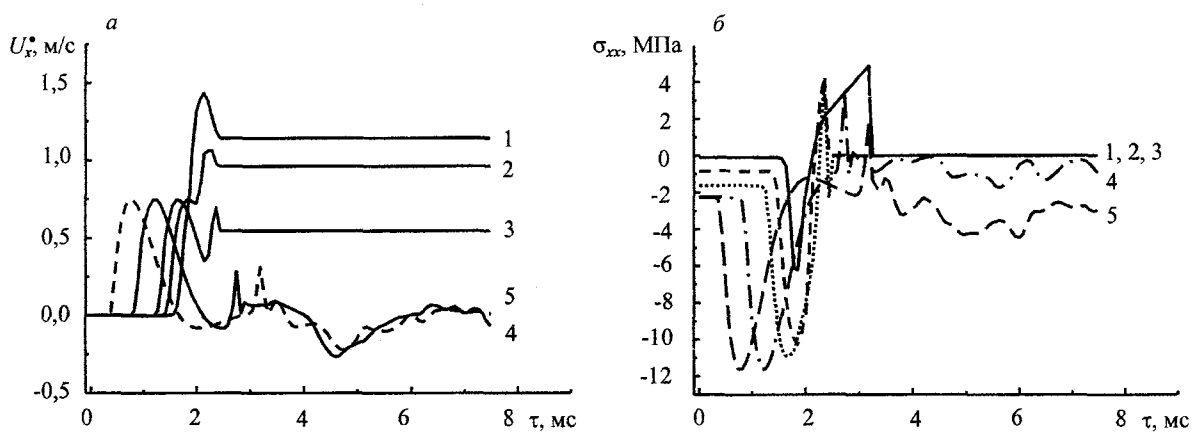


Рис.4. Эпюры массовых скоростей (*а*) и суммарных нормальных напряжений σ_{xx} (*б*) хрупко разрушающейся среды на расстояниях от контура выработки
1 – 0,4 м; 2 – 1,2 м; 3 – 2,0 м; 4 – 4,0 м; 5 – 6,0 м

выработки. По мере удаления отраженной и дифракционной волны от выработки амплитуда ее убывает, на кривых 3-5 (рис.2, *б*) это четко видно. При распространении взрывной волны вдоль оси *Ox* и натекании ее на выработку эпюры массовых скоростей практически не меняются, так как поперечное сечение выработки «почти» квадратное, а эпюры суммарной компоненты тензора напряжений σ_{xx} значительно отличаются от эпюр σ_{yy}, изображенных на рис.2, *а*, что является следствием различного характера изменения статических напряжений в среде вдоль осей симметрии выработки.

Известно, что для гранитов критические значения растягивающих нормальных напряжений близки к 5-7 МПа, поэтому, приняв в качестве предельного значения на разрыв 5 МПа, можем оценить размеры разрушенных зон в приконтурных областях выработки.

Для оценки размеров этих зон примем следующие гипотезы:

1) разрушение в упругой среде наступает тогда, когда нормальные растягивающие напряжения превосходят критическое значение;

2) на вновь образовавшихся свободных поверхностях нормальные и касательные напряжения принимаются равными нулю;

3) разрушенные части упругой среды продолжают свое движение по инерции с теми скоростями, которые они имели в момент разрушения.

Численная реализация такого движения хрупко разрушающейся таким образом среды осуществлялась с помощью явного конечно-разностного метода типа «крест» [8]. Осцилляции численного решения гасились путем использования членов искусственной вязкости [9] в исходных уравнениях. Эпюры массовых скоростей и суммарных нормальных напряжений σ_{yy} упругой хрупко разрушающейся среды, рассчитанные в точках, расположенных на оси *Oy*, при взаимодействии с выработкой волны напряжений, распространяющейся вдоль этой оси, показаны на рис.3 *а*, *б*.

Расчетами установлено, что хрупкое разрушение среды происходит до расстояний 1,6 м от контура выработки. После разрушения упругой среды напряжения в отделившихся частях падают до нуля (кривые 1, 2 на рис.3, *б*), а скорости их движения после разрушения остаются неизменными (кривые 1, 2 на рис.3, *а*). Эпюры массовых скоростей и суммарных напряжений σ_{xx} упругой среды, рассчитанные в точках, расположенных на оси *Ox*, при взаимодействии с выработкой волны напряжений, распространяющейся вдоль этой оси, приведены на рис.4, *а*, *б*. Расчетами установлено, что хрупкое разрушение среды в рассматриваемом случае происходит до расстояний 3,1 м от контура выработки. На основании этих расчетов можно сделать вывод, что более опасным из рассмотренных двух видов воздействия взрывных волн напряжений на выработку будет то, при котором зона разрушения будет больше.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бестужева А.Н.* Методические принципы математического моделирования физических процессов в сложных системах / А.Н.Бестужева, В.В.Карпенко, Г.А.Колтон // Новые технологии в образовательном процессе / ВВМУ им. М.В.Фрунзе. СПб, 1998. № 5. С 95-100.

2. *Боровиков В.А.* Волны напряжений в обводненном трещиноватом массиве / В.А.Боровиков, И.Ф.Ванягин, М.Г.Менжулин, С.В.Цирель / Ленинградский горный ин-т. Л., 1989. 88 с.

3. *Годунов С.К.* Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.

4. *Господариков А.П.* Математическое моделирование физических процессов в некоторых задачах геомеханики / А.П.Господариков, В.В.Карпенко, Г.А.Колтон / Зап. Горного ин-та. СПб, 2001. Т.147. С.198-202.

5. *Молчанов И.Н.* Численные методы решения некоторых задач теории упругости. Киев: Наук. Думка, 1979. 315 с.

6. *Мусхелишвили Н.И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966. 707 с.

7. *Новожилов В.В.* Теория упругости. Л.: Судпромгиз, 1958. 372 с.

8. *Самарский А.А.* Введение в теорию разностных схем. М.: Наука, 1971. 552 с.

9. *Бабкин А.В.* Численные методы в задачах физики взрыва и удара / А.В.Бабкин, В.И.Колпаков, В.Н.Охитин, В.В.Селиванов / МГТУ им. Н.Э.Баумана. М., 2000. 516 с.