

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД

Предложена математическая модель горных пород как сплошной среды, описывающая деформирование и разрушение по ориентированным направлениям существующих или возникающих систем ослаблений. Ее основные положения: прочность пород элементарного объема оценивается на каждом этапе нагружения по возможным направлениям; в качестве меры напряженного состояния принята степень нагруженности по соответствующим плоскостям, определяемая действующими напряжениями и прочностными свойствами по плоскостям нарушений и сплошному материалу; необратимые деформации и разрушение в материале развиваются по плоскостям с интенсивностью, зависящей от степени нагруженности по ним.

Приведены примеры расчета деформирования цилиндрических образцов соляных пород в условиях кратковременных и длительных лабораторных испытаний с использованием предложенной модели.

The mathematical model of rocks as a continuous medium has been suggested, which describes the deformation and failure of the existing weakness systems along the oriented directions. Its basic points are as follows: the rock strength of the elementary volume is evaluated at each step of load applying along the possible directions; as a measure of stress state the loading degree was accepted along the conformable planes being determined by the acting stresses and strength properties on the disturbed planes and on the continuous material; irreversible deformations and failure within the material develop along the planes with the intensity depending on the degree of their loading.

Some examples are given for the calculations of deformation of the cylinder-shaped specimens of salt rocks under the short-term and long-duration laboratory tests with using the suggested model.

Горные породы в пределах областей, затронутых инженерной деятельностью, практически всегда имеют несколько систем ослаблений (трещины, границы раздела породных слоев, тонкие пропластки материала малой жесткости и прочности).

Основная идея модели заключается в том, что неоднородная среда, содержащая сплошной материал и ориентированные плоские дефекты рассматриваются как сплошной конгломерат при любых состояниях тогда, когда материал не нарушен, и в случаях разрушения по ориентированным поверхностям. Прочность пород в элементарном объеме оценивается с учетом ориентированных плоских дефектов. Деформации любого элемента среды с пло-

скими нарушениями рассматриваются как равномерно распределенные в нем. Разрушение по отдельным ориентированным системам учитывается с помощью параметра нарушенности также по всему элементу. Такая модель не позволяет решать задачи о развитии отдельных трещин, но для большинства задач механики массивов горных пород этого и не требуется. При численном моделировании методом конечных элементов в качестве элементарного объема с однородными деформациями и нарушенностью выступает элемент сетки разбиения.

При малых нагрузках горные породы деформируются упруго. Плоские системы ослаблений при таких нагрузках проявляются в деформационной анизотропии. При мо-

делировании деформационная анизотропия может быть учтена за счет задания системы сил, причем материал считается изотропным.

Деформации ползучести при нагрузках, отвечающих условию меньше длительной прочности, обратимы. При больших нагрузках разрушение и необратимые деформации ориентируются по поверхностям существующих или вновь образующихся систем ослаблений.

Считается, что мерой, определяющей условия нагружения рассматриваемого элемента массива горных пород, служит степень нагруженности по направлениям поверхностей ослаблений. Для плоскости возможного развития разрушения или деформаций с нормалью  $\vec{n}$  в условиях всестороннего сжатия степень нагруженности рассчитывается, исходя из условия Кулона – Мора

$$c = \frac{|\tau_n|}{K + \sigma_n \operatorname{tg} \varphi},$$

где  $K$  и  $\varphi$  – сцепление и угол внутреннего трения в рассматриваемой плоскости;  $\sigma_n$  и  $\tau_n$  – нормальные и максимальные по величине в рассматриваемой плоскости касательные напряжения.

При численном моделировании процессов нелинейного деформирования и разрушения горных пород степень нагруженности элемента массива рассчитывается по всем направлениям возможного разрушения. По тем площадкам, где  $c > 1$ , происходит разрушение; а по площадкам, на которых  $c > c_{\text{дл}}$  (здесь  $c_{\text{дл}}$  – относительная длительная прочность) с течением времени уменьшается сцепление и накапливаются необратимые вязкопластические деформации сдвига.

Аналогично описываются процессы деформирования и разрушения в условиях действия растягивающих напряжений. В таких случаях степень нагруженности

$$c = \sigma_n / \sigma_p \text{ при } \sigma_n < 0,$$

где  $\sigma_p$  – текущая прочность при растяжении.

На площадках разрушения прочность при растяжении и сцепление снижается:

$$\sigma_p = p_i \sigma_p^0, \quad K = p_i K_0,$$

где  $\sigma_p^0$  и  $K_0$  – прочность при растяжении и сцепление ненарушенного материала;  $p_i$  – коэффициент ослабления по площадке  $p_i < 1$ .

В зависимости от условия нагружения разрушение элемента породы по площадке сопровождается разрушающими деформациями сдвига или растяжения. Приращение разрушающих деформаций связано с приращением прочности соотношением

$$dp_i = M_p p_i d\epsilon_n \text{ или } dp_i = -M_c p_i |d\gamma_n|,$$

где  $M_p$  и  $M_c$  – локальные модули спада при разрыве и сдвиге.

В отличие от модуля спада, имеющего размерность напряжений и устанавливающего соотношение между приращениями деформаций и прочности на участке спада диаграммы испытываемых образцов, локальные модули в принятой форме безразмерны и связывают разрушающие деформации и относительную прочность в каждой точке разрушающейся области.

В классических моделях, описывающих поведение материала под нагрузкой, определяются связи между действующими напряжениями или их комбинациями (интенсивность напряжений) и деформациями и скоростями деформаций (интенсивностями деформаций и скоростей деформаций). В рассматриваемой модели вместо напряжений выступает степень нагруженности, которая, на наш взгляд, позволяет более точно учитывать историю нагружения и временные процессы с учетом различия степени нагруженности по направлениям. В такой модели для описания процессов ползучести на участках затухания и прогрессирующей скорости деформации используются одни и те же уравнения. Это возможно потому, что степень нагруженности зависит не только от напряжений, но и от текущей прочности, которая может меняться мгновенно или с течением времени. Изменение прочности определяется кинетическим уравнением, описывающим зависимость длительности сохранения прочности от уровня нагрузок. Параметры уравнений состояния в терминах деформации – степень нагруженности могут быть получены при прессовых испытаниях,

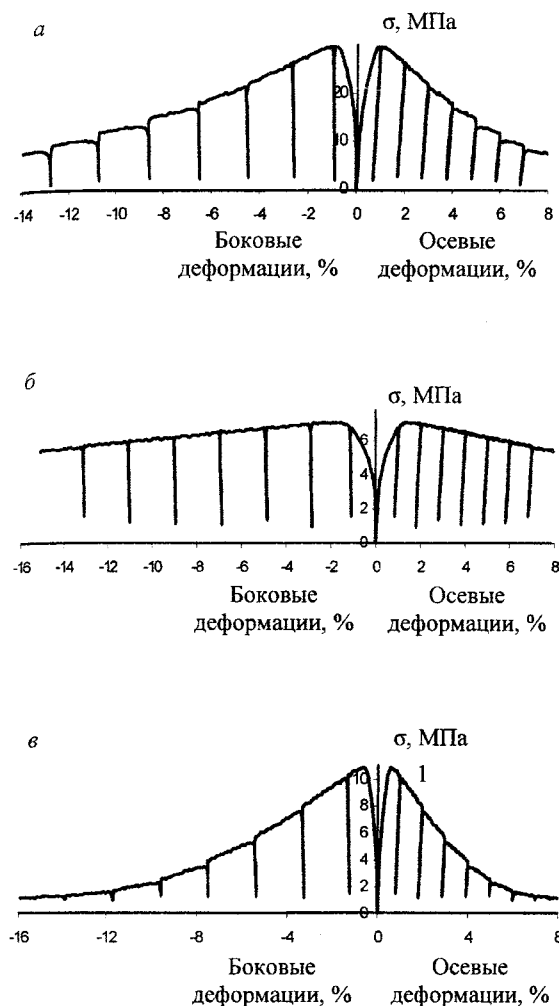


Рис.1. Расчетные диаграммы одноосного нагружения образцов каменной соли (а), бишофитовой руды (б) и карналлита (в)

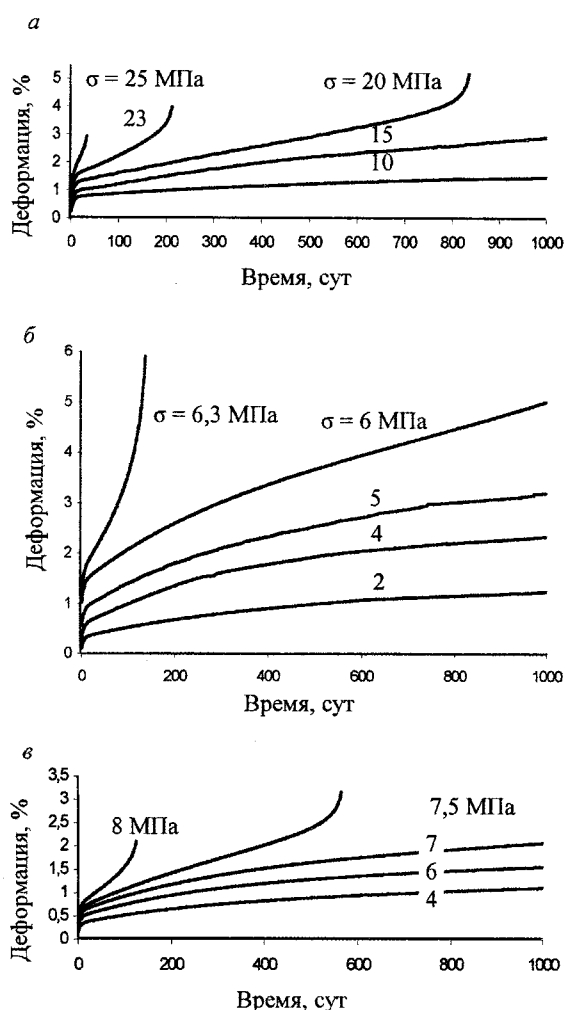


Рис.2. Расчетные кривые ползучести каменной соли (а), бишофитовой руды (б) и карналлита (в)

главным образом, в условиях одноосного нагружения образцов и легко обобщаются для объемного нагружения.

Численное моделирование геомеханических процессов, описываемых с использованием изложенных принципов, эффективно реализуется с применением метода уравнений состояния. Примером численной реализации предлагаемой математической модели служат результаты расчетов деформаций цилиндрических образцов соляных пород: каменной соли, бишофита и карналлита (рис.1 и 2) в условиях одноосного сжатия методом конечных элементов.

Одним из важных параметров, наряду со сцеплением, углом внутреннего трения и прочностью при растяжении, является относительная длительная прочность. Считается,

что в начальном состоянии породы изотропны. Возможные площадки разрушения принимаются с шагом  $45^\circ$ .

В общем случае по каждой из возможных систем разрушений задаются значения сцепления, угла трения и коэффициенты ослабления.

Расчетные диаграммы одноосного нагружения содержат все основные элементы, проявляющиеся при прессовых испытаниях образцов: упругая разгрузка, ниспадающая ветвь, остаточная прочность, разрыхление и др. На расчетных графиках ползучести отражаются характерные особенности, проявляющиеся при деформировании; участки затухающей и постоянной скорости, участок прогрессирующей ползучести, завершающийся разрушением. При этом следует от-

метить, что условия перехода от одной стадии к другой, величина разрушающих деформаций, остаточная прочность и др. специально не задаются.

Описанная модель позволяет с привлечением метода упругого восстановления моделировать состояние массива горных

пород для решения задач геомеханического сопровождения ведения подземных горных работ с учетом последовательности образования выработок, неоднородности, естественной и техногенной нарушенности и другие свойства горных пород\*.

---

\* Оловянный А.Г. Некоторые задачи механики массивов горных пород / ВНИМИ, СПб, 2003.