УДК 62-52

М.К.АНИКИН
Металлургический факультет,
аспирант кафедры печей, контроля и автоматизации
металлургического производства

ВЫБОР ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПИ-РЕГУЛЯТОРА

Исследован контур управления объектом второго порядка на предмет синтеза оптимальных параметров ПИ-регулятора, обеспечивающих минимум интегрального квадратичного критерия. Предложена методика расчета и оценена область применения.

The automation contour of second order object is investigated for synthesis the optimum parameters of PI regulator providing minimum of integrated square law criterion. The design procedure id offered and the area of its application is appreciated.

Широкое распространение в системах управления получили регуляторы с пропорционально-интегральным (ПИ) законом управления, который характеризуется относительной простотой и удовлетворительным качеством работы. Синтез параметров регулятора является одной из задач, решаемых при создании систем управления.

Для исследования была выбрана структура системы управления (рис.1), состоящая из объекта управления и ПИ-регулятора в контуре обратной связи. В качестве объекта управления выбрано динамическое звено второго порядка, так как многие объекты управления могут быть смоделированы такими звеньями. Передаточная функция этого звена имеет вид

$$W_{\text{о}} = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{K_{\text{о}}}{T_{\text{о}}^2 p^2 + 2T_{\text{о}}\xi p + y},$$

где $T_{\text{о}}$ – постоянная времени объекта управления; $K_{\text{о}}$ – коэффициент усиления объекта управления; ξ – коэффициент демпфирования.

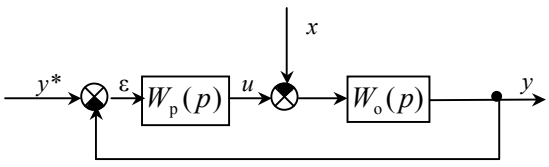


Рис.1. Структура АСУ

Регулятор описывается передаточной функцией

$$W_{\text{р}} = K_{\text{р}}\left(1 + \frac{1}{T_{\text{р}} p}\right),$$

где $T_{\text{р}}$ – постоянная времени регулятора; $K_{\text{р}}$ – коэффициент усиления регулятора.

Один из методов синтеза параметров регулятора основан на поиске минимума интегрального квадратичного критерия качества*:

$$I = \int_0^\infty \varepsilon(t)^2 dt = \min, \qquad (1)$$

где $\varepsilon(t) = y^* - y(t)$ – ошибка (отклонение текущего значения выходной величины от ее заданного значения y^*).

Изображения ошибки при подаче на вход единичного возмущения $x(t) = 1(t)$ имеет вид

$$L\{\varepsilon(t)\} = \frac{T_{\text{р}} K_{\text{о}}}{T_{\text{р}} T_{\text{о}}^2 p^3 + 2T_{\text{р}}\xi T_{\text{о}} p^2 + T_{\text{р}}(1 + K_{\text{о}} K_{\text{р}})p + K_{\text{о}} K_{\text{р}}},$$

которую можно представить в более компактном виде:

$$L\{\varepsilon(t)\} = \frac{C_2 p^2 + C_1 p + C_0}{D_3 p^3 + D_2 p^2 + D_1 p + D_0},$$

* *Бесекерский В.А.* Теория систем автоматического регулирования / В.А.Бесекерский, Е.П.Попов. М.: Наука, 1975. 767 с.

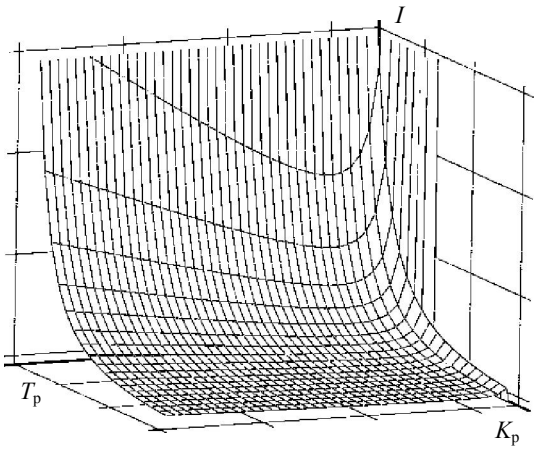


Рис.2. Вид критерия

где $C_2 = 0$; $C_1 = 0$; $C_0 = T_р K_о$; $D_3 = T_р T_о^2$; $D_2 = 2T_р T_о \xi$; $D_1 = T_р(1 + K_р K_о)$; $D_0 = K_р K_о$.

Воспользовавшись таблицами*, найдем интеграл (1):

$$I(T_p, K_p) = \\ = \frac{C_2^2 D_0 D_1 + (C_1^2 - 2C_0 C_2) D_0 D_3 + C_0^2 D_2 D_3}{2D_0 D_3 (D_1 D_2 - D_0 D_3)}. \quad (2)$$

Поверхность $I(T_р, K_р)$, построенная в соответствии с выражением (2), представляет собой «желоб», идущий из начала координат практически параллельно оси $K_р$, минимум которой достигается при бесконечном $K_р$ (рис.2).

В ходе исследования была выдвинута гипотеза об однозначной связи оптимальных настроек регулятора с параметрами объекта. Если объект имеет коэффициент демпфирования от 0 до 1 и переходный процесс описывается уравнением

$$h(t) = K_о\left[1 - A\exp(-\alpha t)\sin(\omega t + \varphi)\right], \quad (3)$$

где $\alpha = \xi / T_о$, $\omega = \sqrt{1-\xi^2}\,/T_о$, $A = 1/\sqrt{1-\xi^2}$, $\varphi = \mathrm{arctg}\left(\sqrt{1-\xi^2}\,/\xi\right)$, то интегральная часть регулятора должна компенсировать инерционную часть уравнения (3), что позволяет определить оптимальное значение постоянной времени регулятора из соотношения

$$T_р^* = \frac{1}{\alpha} = \frac{T_о}{\xi}. \quad (4)$$

Для доказательства этого утверждения можно применить следующий прием. Возьмем частную производную $\partial I / \partial T_р$ и, приравняв ее нулю, найдем зависимость $T_р = f(K_р)$. Окончательно получим

$$T_р^{\min} = \frac{K_р K_о T_о}{\xi(1 + K_р K_о)}. \quad (5)$$

Из выражения (5) вытекает, что при $K_р K_о >> 1$, единицей, стоящей в зависимости, можно пренебречь, и тогда

$$T_р^{\min} \approx \frac{T_о}{\xi} = T_р^*,$$

что подтверждает обоснованность соотношения (4). Заметим, что выкладка произведена в общем виде и, следовательно, соотношение (4) справедливо для объекта второго порядка с произвольными значениями параметров.

Анализ зависимостей ($\overline{T}_р^{\min}$, $\overline{K}_р$ – нормированные значения постоянной времени и коэффициента усиления регулятора), приведенных на рис.3, показывает, что при $K_р \geq 10K_о$ функция (5) (нормированная по T_p^* и $K_р$) начинает меняться несущественно,

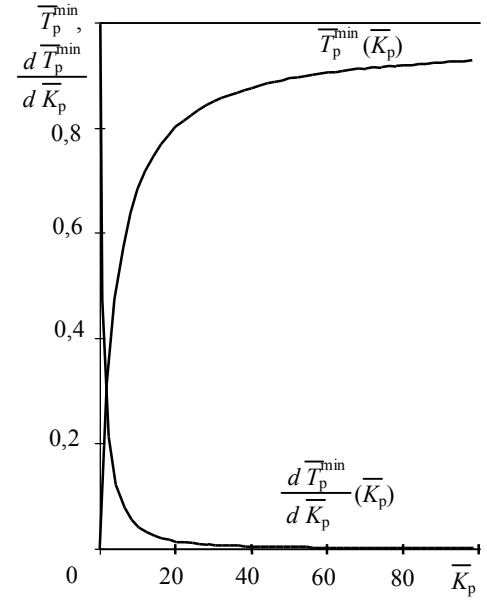


Рис.3. Зависимость $T_р^*$ и ее производная

* *Бабаков Н.А.* Теория автоматического управления. Ч.I. Теория линейных систем автоматического управления: Учеб. для вузов / Н.А.Бабаков, А.А.Воронов. М: Высшая школа, 1986. 367 с.

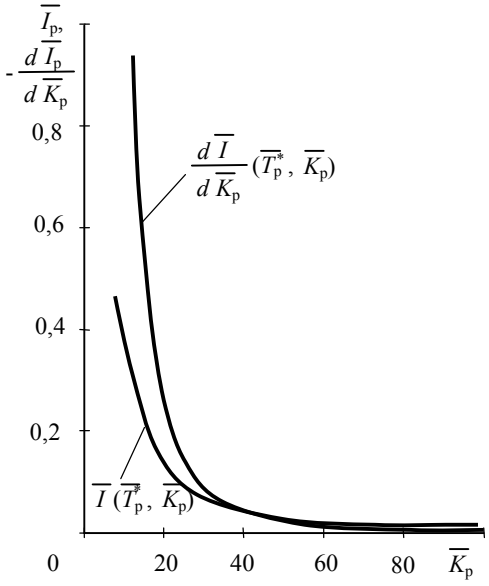


Рис.4. Нормированные значения критерия и его производной

что позволяет при $K_{\text{р}} \geq 10K_{\text{о}}$ принять $T_p^* = T_{\text{р}}^{\min}$.

При стремлении K_p к бесконечности система приближается к инвариантной, однако при этом за счет неучтенных производных высших порядков она может потерять устойчивость. Это обстоятельство накладывает дополнительное ограничение на выбор величины $K_{\text{р}}$.

Анализ зависимостей ($\overline{I}$ – нормированное значение критерия), приведенных на рис.4, показывает, что изменение величины нормированного критерия I в зависимости от нормированного значения $K_{\text{р}}$ незначительно при $20 \geq K_{\text{р}} \geq 40$, а при $K_{\text{р}} > 40$ – несущественно. Оптимальное значение коэффициента передачи регулятора можно определить из соотношения

$$K_{\text{р}}^* = (25 \div 40)K_{\text{о}}. \qquad (6)$$

Таким образом, оптимальные значения параметров ПИ-регулятора при управлении объектом второго порядка определяются по формулам (4) и (6). При этом в качестве исходных данных достаточно знания численных значений параметров объекта управления: $T_{\text{о}}$, $K_{\text{о}}$, ξ.

Следует отметить, что апериодическим звеном второго порядка можно описать поведение многих объектов управления в металлургии, что дает возможность апробировать рассмотренный метод при проектировании и наладке систем управления различными металлургическими процессами.

Научный руководитель д.т.н. проф. *К.П.Власов*