УДК 622.621.51

П.С.ЗАВЕРТКИН
Горно-электромеханический факультет,
группа ММ-00, ассистент профессора

МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА РАБОТЫ УЧАСТКА ВОЗДУХОПРОВОДА

Рассмотрены основные расчетные зависимости, определяющие математическую модель установившегося режима течения сжатого воздуха по трубопроводам для привода пневматических механизмов и устройств на угольных шахтах и рудниках. Существующие и применяемые методы расчета трубопроводов сжатого воздуха основаны на использовании эмпирических зависимостей и не в полной мере соответствуют действительным процессам, возникающим при эксплуатации пневматических сетей на подземных предприятиях. В связи с этим в большинстве случаев компрессорные станции работают с недостаточными или избыточными значениями рабочего давления и расхода. Сделана попытка смоделировать процесс движения сжатого воздуха по трубопроводам с использованием дифференциальных уравнений движения, неразрывности и внутренней энергии с учетом термодинамических параметров состояния сжатого воздуха как реального газа.

The principal calculating dependences are considered in the article defining the mathematical simulation of steady state regime of the compressed air flow along pipeline for the drive of pneumatic mechanisms and devices on mines. Available and the adaptable procedures of the calculating of the compressed air pipeline are based on the using of empirical dependence and do not to the full correspond real processes arising at the exploitation of pneumatic systems on underground industries. In this connection, in most cases, compressor stations work with the insufficient values of working pressure and volumetric flow or with the exceeding of these parameters. In this article the main aim is an attempt to model the process of pipeline transport of compressed air motion with using of differential equations of motion, continuous and internal energy and with allowance for thermodynamic parameters of the behaviour of compressed air as of real gas.

Постановка задачи. В горной промышленности применение пневматической энергии наиболее эффективно на угольных шахтах и рудниках, опасных по газу и пыли. Эффективность применения этого вида энергии в значительной степени определяется соответствием расчетных параметров пневматической сети рабочим характеристикам используемого оборудования и компрессорной станции. Сложность физических процессов, возникающих при транспортировании сжатого воздуха по трубопроводу от компрессорной установки до потребителей пневматической энергии, ограничивает возможности по точному расчету расходно-напорных характеристик пневмотранспортной системы. В настоящее время при расчете пневматических сетей используются в основном эмпирические и полуэмпирические уравнения и зависимости, полученные на основе обобщения теоретических закономерностей и экспериментальных результатов. В качестве характерного примера можно привести метод профессора С.С.Смородина, в котором используется понятие «эквивалентного молотка», характеризующегося некоторым минимальным значением расхода и рабочего давления. При этом характеристики фактического пневматического оборудования (пневмодвигатели, перфораторы и т.п.) принимаются кратными эквивалентному молотку. Для упрощения расчетов используются специальные номограммы, а сам метод расчета сводится к графоаналитическим построениям. Этот способ расчета пневматической сети не учитывает многих факторов (гидравлические сопротивления при движении воздуха, тер-

модинамические характеристики воздуха, его сжимаемость, потери через неплотности и др.), но он находит широкое применение, так как значительно упрощает методику и алгоритм расчета. Современные потребности в энергии сжатого воздуха обусловливают необходимость более точного расчета режимов и параметров пневмотранспортных сетей на предприятиях горной промышленности.

Характерной особенностью типовой расчетной схемы пневматической сети подземного рудника является достаточная разветвленность, переменная длина линейных участков трубопроводов, разнообразие рабочих параметров пневматического оборудования, режимов его работы и условий эксплуатации.

Для математического моделирования такой пневматической сети необходимо использовать следующие основные уравнения:

• дифференциальное уравнение движения воздуха (газа)

$$pv\frac{dv}{dx} = -\frac{dp}{dx} - \frac{4}{m}\tau_w - \rho g\sin(x), \qquad (1)$$

где p – давление в трубопроводе; τ_w – касательное напряжение на внутренней стенке трубы; ρ – плотность воздуха; g – ускорение свободного падения; v – скорость движения воздуха; m – диаметр трубопровода;

• уравнение неразрывности

$$\frac{d}{dx}(\rho vS) = 0 \Rightarrow \dot{M} = \rho vS = \text{const}, \qquad (2)$$

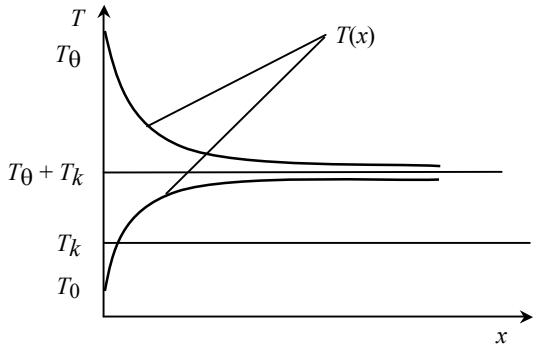
где S – площадь сечения трубопровода; $\dot{M}$ – масса воздуха;

• уравнение баланса полной энергии

$$\rho vS\frac{dJ}{dx} = \pi dq_n, \qquad (3)$$

где J – энтальпия воздуха; q_n – приток теплоты из внешней среды.

Определяемыми параметрами в приведенной системе уравнений является изменение давления p по длине трубопровода и температура T воздуха. Для упрощения расчетных зависимостей будем предполагать



Распределение температуры по длине трубопровода

наличие установившегося и стационарного режима работы трубопровода.

Распределение температуры по длине трубопровода. Для текучих сред (жидкостей и газов) распределение температуры по длине трубопровода с учетом притока тепла извне (уравнение Ньютона − Рихмана) приводится к виду

$$\rho C_v v\frac{dT}{dx} = -\frac{4k}{d}(T - T_н) + \rho v g i_0, \qquad (4)$$

где C_v – изобарная теплоемкость воздуха; $T_н$ – начальная температура воздуха; k – коэффициент теплопередачи; i_0 – гидравлический уклон.

Решение дифференциального уравнения (4) с начальным условием $T(0) = T_0$ имеет вид

$$\frac{T(x) - T_н - T_\theta}{T_0 - T_н - T_\theta} = \exp\left(-\frac{\pi dk}{C_v\dot{M}}x\right), \qquad (5)$$

где $T_\theta = gi_0\dot{M}/(\pi dk)$ – некоторая постоянная величина с размерностью температуры; $\dot{M} = \rho vS$ – массовый расход текучей среды, $\dot{M} = \text{const}$.

Из графика изменения температуры воздуха по длине трубопровода (см. рисунок), построенного по формуле (5), следует, что температура воздуха по длине трубопровода стремится к некоторому постоянному значению.

В случае стационарного режима движения воздуха уравнение притока теплоты имеет вид

$$\rho v S \frac{dJ}{dx} = \pi d q_n .$$

В этом случае распределение температуры (5) приводится к виду

$$\frac{T(x) - T_н}{T_0 - T_н} = \left(\frac{T_1 - T_н}{T_0 - T_н} \right)^{\frac{x}{L}}. \qquad (6)$$

Для реального газа (воздуха, метана и т.п.) энтальпия $J = J(p, T)$ зависит не только от температуры, но и от давления, поэтому уравнение притока тепла имеет более сложный вид. Зависимостью $J(p, T)$ объясняется, в частности, эффект Джоуля – Томсона.

Распределение давления в стационарном изотермическом течении воздуха. Это распределение получим из уравнения неразрывности (2), уравнения движения (1)

$$\begin{cases} \rho v S = \dot{M} = \text{const}; \\ \dfrac{dp}{dx} = -\lambda \dfrac{1}{d} \dfrac{\rho v^2}{2}, \end{cases} \qquad (7)$$

а также уравнения $p = Z \rho R T$ состояния газа. Преобразование второго уравнения системы (7) дает

$$\frac{dp}{dx} = -\lambda \frac{1}{d} \frac{\rho v^2}{2} = -\frac{1}{2} \lambda \dot{M}^2 / \left(\frac{p}{ZRT} \frac{\pi^2 d^5}{16} \right).$$

Для условий $\lambda = \text{const}$, $T = T_{ср} = \text{const}$, $Z(p, T) = Z_{ср} = \text{const}$ дифференциальное уравнение распределения $p(x)$ по длине участка трубопровода приводится к виду

$$p_L = \sqrt{p_0^2 - \frac{16 \lambda Z_{ср} R T_{ср} L}{\pi^2 d^5} \dot{M}^2}.$$

По заданным p_0 и p_L в начале и в конце участка трубопровода массовый расход воздуха

$$\dot{M} = \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{p_0^2 - p_L^2}{\lambda Z_{ср} R T_{ср} L} d^5}.$$

Массовый расход $\dot{M}$ воздуха (газа) можно измерить объемным расходом воздуха, взятого при стандартных условиях ($p_{ст}$ = 101325 Па; $T_{ст}$ = 293 К):

$$Q_к = \frac{\dot{M}}{\rho_{ст}} = \frac{\rho}{\rho_{ст}} v S = \frac{\rho}{\rho_{ст}} Q_v,$$

где $Q = vS$ – объемный расход воздуха в сечении трубопровода.

Выводы

1. При расчете воздухопроводов на шахтах и рудниках необходимо учитывать изменение температурных параметров по длине трассы.

2. На первом этапе расчетов характеристики сжатого воздуха можно принять равными характеристикам идеального газа.

3. Для определения λ и $z_{ср}$, зависящих от начальных параметров сжатого воздуха, необходимо выполнить специальный эксперимент.

Научный руководитель д.т.н. проф. *В.И.Александров*