УДК 669.041:536.24.001.573

С.И.КАЛИМУЛИНА
Московский государственный институт стали и сплавов (технологический университет)

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДВУМЕРНОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ПОЛОМ ЦИЛИНДРЕ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К НАГРЕВУ РУЛОНОВ В КОЛПАКОВОЙ ПЕЧИ

Разработан метод численного решения двумерной задачи теплопроводности в полом анизотропном цилиндре конечной высоты, который предназначен для расчета нагрева стального рулона и колпаковой печи.

A method of numerical solution of a two-dimensional thermal conductivity problem in anisotropic cylinder of finite height is designed, which can be applied for calculation of steel rolls heating in a belltype furnace.

Колпаковые печи предназначены для таких видов термической обработки стали, при которых необходима продолжительная выдержка металла при заданной температуре. Цикл составляет 2,5-3 суток и включает нагрев до 700-800 °С, выдержку при этой температуре и охлаждение в защитной атмосфере до 100-120 °С. Колпаковые печи относятся к печам садочного типа, поэтому ни по производительности, ни по характеру работы они не удовлетворяют требованиям современного поточного производства. Однако эти печи получили широкое распространение, поскольку являются весьма универсальными (по виду отжигаемого металла) и, благодаря возможности длительных выдержек, обеспечивают такой отжиг, после которого металл хорошо штампуется.

Металл, подвергаемый обработке, загружается в печь в виде рулонов, особенностью которых является анизотропия их теплофизических свойств, т.е. резкое различие аксиального и радиального коэффициентов теплопроводности. Это обусловлено тем, что радиальный коэффициент теплопроводности зависит не только от свойств отжигаемого металла, но и от толщины полосы, свойств защитного газа в прослойке между витками, коэффициента теплоотдачи излучением в этой прослойке, ее толщины (степени заполнения рулона) и степени контакта между витками. По указанным причинам радиальный коэффициент теплопроводности имеет достаточно низкие значения, что приводит к существенной неравномерности температурного поля по объему рулона.

Для определения теплового режима печи, обеспечивающего необходимую равномерность нагрева садки, может быть использован метод математического моделирования.

Наибольшие трудности, возникающие при построении математической модели тепловой работы колпаковой печи, связаны с организацией расчета нагрева рулонов. Это обусловлено необходимостью учета их формы, зависимостью коэффициентов аксиальной и радиальной теплопроводности от температуры и одновременным протеканием процессов радиационного и конвективного теплообмена в подмуфельном пространстве. Указанные причины приводят к нелинейности задачи теплопроводности в нагреваемом рулоне, поэтому для ее решения необходимо применение численных методов, например метода конечных разностей. Возникающие при этом проблемы проанализированы путем решения следующих модельных задач.

1. *Одномерная линейная задача теплопроводности в плоской бесконечной пластине.* Аналитическое решение этой задачи

получено известным методом разделения переменных, для численного решения использована чисто неявная разностная схема*.

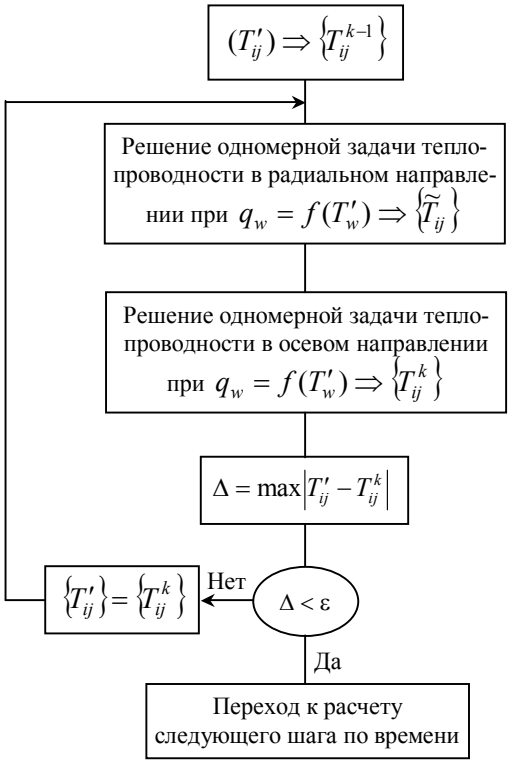
* *Арутюнов В.А.* Математическое моделирование тепловой работы промышленных печей / В.А.Арутюнов, В.В.Бухмистров, С.А.Крупенников. М.: Металлургия, 1990. 229 с.

** *Лыков А.В.* Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967. 600 с.

2. *Одномерная линейная задача теплопроводности в бесконечном цилиндре.* При нахождении аналитического решения методом разделения переменных использованы функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядков**. Решение системы разностных уравнений получено методом прогонки, для реализации которого выведены соответствующие формулы.

3. *Двумерная линейная задача теплопроводности в цилиндре конечной высоты.* Аналитическое решение этой задачи получено при использовании решений для бесконечной пластины и бесконечного цилиндра путем представления цилиндра конечной высоты как результата пересечения этих бесконечных тел. Для численного решения применен метод расщепления, основанный на использовании чисто неявных разностных схем при учете радиального и аксиального переносов тепла. Предварительно найденное точное аналитическое решение позволило провести непосредственную оценку погрешности численного решения задачи в отстающей точке и определить момент времени, в который эта погрешность достигнет максимального значения. Проведен анализ зависимости максимальной погрешности расчета шагов по координатам, позволивший выбрать сетку, обеспечивающую заданную точность расчета. Показана применимость метода повторного расчета для оценки погрешности численного решения задачи. Описанный анализ проведен как для изотропного, так и анизотропного цилиндров.

На основе разработанной методики построен алгоритм расчета нагрева рулона при нелинейных граничных условиях, соответствующих радиационно-конвективному механизму внешнего теплообмена, с учетом различия коэффициентов теплопроводности рулона в радиальном и аксиальном направлениях и их зависимости от температуры. Это потребовало организации специального цикла (см. рисунок), предназначенного для согласования определяющих температур с температурами в конце каждого шага по времени. Вычислительный алгоритм реализован в виде подпрограммы, предназначенной для расчета температурного состояния рулонов и представляющей, таким образом, один из главных блоков полной математической модели тепловой работы колпаковой печи.



Структурная схема расчета нагрева рулона в течение одного шага по времени

T^{k-1}_{ij} – температура в начале шага по времени;

T^k_{ij} – температура в конце шага по времени;

T'_{ij} – промежуточные значения температуры;

$\widetilde{T}_{ij}$ – определяющие значения температуры;

ε – заданная погрешность расчета

Научный руководитель д.т.н. проф. *С.А.Крупенников*