УДК 539.3

В.В.ТАРАБАН
Санкт-Петербургский государственный горный институт (технический университет)

О ЗАВИСИМОСТИ ДИНАМИЧЕСКОЙ ВЯЗКОСТИ РАЗРУШЕНИЯ ОТ РАЗМЕРОВ ТРЕЩИНЫ В МАТЕРИАЛЕ

Исследуется задача об ударном нагружении материала с трещиной. При помощи структурно-временного критерия разрушения получены выражения для динамической вязкости разрушения. Установлено, что временные диаграммы динамической вязкости разрушения качественно зависят от размеров трещины.

The problem of dynamic loading of a material with the crack is investigated. Expressions for dynamic fracture toughness by means of incubation-time criterion were received. I was shown that the diagrams of dependence of dynamic fracture toughness on time to fracture change qualitatively with the length of crack.

Принято считать, что наблюдаемые в экспериментах эффекты немонотонности динамической вязкости разрушения [2, 3] связаны с изменением механических свойств материала при высоких значениях интенсивности и скорости внешнего нагружения (переход материала в вязкоупругое состояние). В настоящей работе предлагается аналитический способ определения динамической вязкости разрушения. Эффект немотонности динамической вязкости разрушения зависит от размеров трещины при условии, что материал сохраняет свои упругие свойства вплоть до момента разрушения.

Рассматривается задача о внезапном нагружении нормальным давлением поверхности прямолинейной трещины длиной $2a$. Граничными условиями на линии $y = 0$ будут

$$\sigma_{yy}(x,0,t) = -pH(t) \text{ при } |x| < a;$$

$$\tau_{xy}(x,0,t) = 0 \text{ при } 0 < |x| < \infty;$$

$$V(x,0,t) = 0 \text{ при } |x| > a,$$

где $p = \text{const}$; $H(t)$ – функция Хевисайда.

На бесконечном удалении от трещины выполняются следующие условия:

$$U(x,y,t) \to 0, V(x,y,t) \to 0 \text{ при } x^2 + y^2 \to \infty.$$

Компоненты перемещения и тензора напряжений могут быть представлены через две скалярные функции $\phi(x,y,t)$ и $\psi(x,y,t)$, удовлетворяющие волновым уравнениям

$$c_1^{\,2}\Delta\phi = \frac{\partial^2\phi}{\partial t^2},\ c_2^{\,2}\Delta\psi = \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}$$

так, что

$$U = -\frac{\partial\phi}{\partial x} + \frac{\partial\psi}{\partial y},\ V = -\frac{\partial\phi}{\partial y} - \frac{\partial\psi}{\partial x};$$

$$\sigma_{xx} = -\rho c_1^{\,2}\Delta\phi + 2\rho c_2^{\,2}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\psi}{\partial x} + \frac{\partial\phi}{\partial y}\right);$$

$$\sigma_{yy} = -\rho c_1^{\,2}\Delta\phi - 2\rho c_2^{\,2}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\psi}{\partial y} - \frac{\partial\phi}{\partial x}\right);$$

$$\tau_{xy} = -\rho c_1^{\,2}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + 2\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y}\right),$$

где Δ – оператор Лапласа; c_1 и c_2 – скорость продольных и поперечных волн соответственно; ρ – плотность материала.

Воспользуемся некоторыми результатами [6]. Тогда задача сводится к решению интегрального уравнения

$$F(\xi,\overline{p}) - \int_0^1 F(\eta,\overline{p})L(\xi,\eta,\overline{p})d\eta = \sqrt{\xi}$$

$$(0 \le \xi,\eta \le 1) \qquad (1)$$

с ядром

$$L(\xi,\eta,\bar{p}) = \frac{\sqrt{\xi\eta}}{(1-c^2)} \times$$

$$\times\left[\int_0^\infty w(z,\bar{p})J_0(z\eta)J_0(z\xi)dz - m\bar{p}^2 I_0(n\bar{p}\xi)K_0(n\bar{p}\eta)\right],$$

где $J_0(z)$ – функция Бесселя первого рода нулевого порядка; $I_0(z)$ и $K_0(z)$ – модифицированные функции Бесселя нулевого порядка первого и второго рода соответственно;

$$w(z,\bar{p}) = z\left(1-c^2+\frac{m\bar{p}^2}{1+n^2\bar{p}^2}\right)+$$

$$+\frac{1}{2\bar{p}^2}\left(4z^2\sqrt{z^2+\bar{p}^2}-\frac{(2z^2+\bar{p}^2)^2}{\sqrt{z^2+c^2\bar{p}^2}}\right);$$

$$c = c_2/c_1;\ \bar{p} = pa/c_2;$$

$$m = \frac{3c^4-4c^2+3}{4};\ n = \frac{5c^6-6c^4+2c+1}{8m}.$$

Коэффициент интенсивности напряжений определяется в виде

$$K_I(\bar{t}) = g(\bar{t})p\sqrt{\pi a}, \qquad (2)$$

где $\bar{t} = tc_2/a$; $g(\bar{t})$ – оригинал функции $\frac{F(1,\bar{p})}{\bar{p}}$;

$$\frac{F(1,\bar{p})}{\bar{p}} = \int_0^\infty e^{-\bar{p}\bar{t}}g(\bar{t})d\bar{t}. \qquad (3)$$

Решение интегрального уравнения (1) осуществлялось численно. Численное обращение преобразования Лапласа (3) проводилось методом Беллмана [1].

Для анализа условий разрушения в вершине трещины воспользуемся структурно-временным критерием разрушения [4]

$$\int_{t-\tau}^{t} K_I(s)ds \le K_{Ic}\tau, \qquad (4)$$

где τ – структурное время разрушения; K_{Ic} – статическая вязкость разрушения.

Вычислим динамическую вязкость разрушения (критическое значение коэффициента интенсивности напряжений, инициирующее разрушение материала в момент времени t_C):

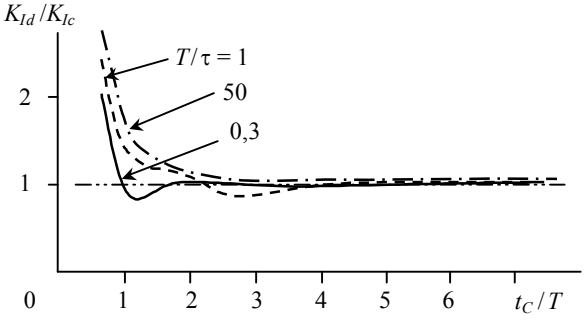
$$K_{Id} = g(t_C c_2/a)p_C\sqrt{\pi a}\ .$$

Минимальная разрушающая нагрузка p_C определяется подстановкой зависимости (2) в критерий (4) при условии достижения в последнем равенства. В результате получаем выражение для динамической вязкости разрушения

$$K_{Id} = K_{Ic}\left[\frac{T}{\tau}\int_{(t_C-\tau)/T}^{t_C/T}\frac{g(s)}{g(t_C/T)}ds\right]^{-1}, \qquad (5)$$

где T – характерный размер задачи (время пробега волны на расстояние половины длины трещины), $T = a/c_2$.

Результаты расчетов зависимости динамической вязкости разрушения от времени до разрушения по формуле (5) для высокопрочной стали ($\nu = 0{,}29$; $\tau = 7$ мкс, $c_1 = 6$ мм/мкс, $K_{Ic} = 47$ МПа·м$^{1/2}$) представлены на рисунке. Очевидно, если размер задачи T сравним по величине со структурным временем разрушения (рассмотрены случаи $T/\tau = 0{,}3$ и $T/\tau = 1$), имеет место заметный эффект немонотонности динамической вязкости разрушения. В этом диапазоне длин трещин разрушение возможно при значениях коэффициента интенсивности напряжений, меньших статической вязкости разрушения. Данная диаграмма зависимости динамической вязкости разрушения от времени до разрушения качественно и по порядку чисел совпадает с экспериментальной диаграммой [2]. С увеличением T/τ немоно-



Зависимость динамической вязкости разрушения от времени до разрушения

тонность динамической вязкости разрушения постепенно сглаживается. Если размер задачи много больше структурного времени разрушения (рассмотрен случай $T/\tau = 50$), то диаграммы $K_{Id} = K_{Id}(t_C/T)$ практически не отличаются от классических диаграмм [5], для которых справедлива эмпирическая формула К.Рави-Чандара и В.Кнаусса: $K_{Id} = K_{Ic} + \frac{C}{t_C^2}$.

Таким образом, проведенный анализ позволяет сделать вывод, что динамическая вязкость разрушения зависит не только от механических свойств материала, но и от геометрических параметров конкретной задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Bellman R.* Numerical inversion of the Laplace transform / R.Bellman, R.Kalaba, J.Lockett. Amsterdam, 1966. 249 p.

2. *Kalthoff J.F.* Fracture behavior under high rates of loading // Engng. Fract. Mech. 1986. Vol.23. P.289-298.

3. *Knauss W.G.* Fundamental problems in dynamic fracture // Adv. Fracture Res.: Proc. 6th ICF / S.R. Vallury. Oxford. N.Y. 1984. Vol.1. P.625-652.

4. *Petrov Y.V.* On the modeling of fracture of brittle solids / Y.V.Petrov, N.F.Morozov // ASME J. Appl. Mech. 1994. Vol.61. P.710-712.

5. *Ravi-Chandar K.* An experimental investigation into dynamic fracture: 1. Crack initiation and arrest / K.Ravi-Chandar, W.G.Knauss // Internat. J. Fracture. 1984. Vol.25. P.247-262.

6. *Sih G.C.* Impact response of a finite crack in plane extension / G.C.Sih, G.T.Embley, R.S.Ravera // Int. J. Solids Structures. 1972. Vol.8. P.977-993.