УДК 624.042

В.В.КАРПЕНКО, А.П.ГОСПОДАРИКОВ, Г.А.КОЛТОН
Санкт-Петербургский государственный горный институт (технический университет)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СОВМЕСТНОГО ДЕЙСТВИЯ ГОРНОГО ДАВЛЕНИЯ И ВЗРЫВНЫХ ВОЛН НАПРЯЖЕНИЙ НА ВЫРАБОТКИ

Рассматривается совместное воздействие статического и динамического полей напряжений на выработки и моделируются зоны растягивающих напряжений в приконтурных областях горных выработок.

In this paper the combined effect of the static and dynamic stress fields on the workings is considered, also the areas of stretching stresses in the outline areas of the workings are simulated hereinafter.

Плоские динамические задачи дифракции упругих волн на цилиндрических полостях с различной формой поперечного сечения рассматривались в работах [3, 4, 8, 9]. Разработанные в статьях [3, 8] алгоритмы позволяют моделировать напряженно-деформированное состояние (НДС) горных пород в приконтурных массивах горных выработок при динамическом воздействии на них упругих волн. Вместе с тем для решения ряда актуальных практических задач требуются алгоритмы, позволяющие моделировать совместное действие статического и динамического (от гравитационных сил и взрывных волн напряжений) воздействий на горную выработку. При построении математической модели совместного статического и динамического воздействий на горную выработку будем считать, что горная порода вокруг выработки является идеально упругой, а боковая поверхность выработки может быть аппроксимирована цилиндрической поверхностью произвольного поперечного сечения. Генерируемую взрывом цилиндрического заряда взрывчатого вещества (ВВ) волну напряжений на значительном расстоянии от оси заряда примем плоской упругой продольной волной, фронт которой параллелен продольной оси выработки, а нормаль к фронту составляет угол α с отрицательным направлением оси Oy. После момента соприкосновения волны напряжений с контуром выработки изменение параметров, характеризующих эпюру волны, учитывать не будем. Параметры эпюры волны напряжений будем определять по приведенным в работе [1] аналитическим зависимостям. Касательная компонента тензора напряжений $\sigma_{nt}^{(0)}$ в возмущенной области за фронтом волны принята равной нулю, а компоненты нормальной $\sigma_{nn}^{(0)}$ и тангенциальной $\sigma_{tt}^{(0)}$ составляющих тензора напряжений соответственно

$$\sigma_{nn}^{(0)} = -\sigma_0(l)H_0(l);\ \ \sigma_{tt}^{(0)} = -\frac{\nu}{1-\nu}\sigma_0(l)H_0(l);$$

$$l = c_1 t + (x - x_0)\sin\alpha + (y - y_0)\cos\alpha,$$

где $x_0; y_0$ – координаты точки на контуре выработки, с которой прямая волна соприкасается в начальный момент; $c_1 = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$ – скорость продольных волн; ρ – плотность среды; λ, μ – параметры Ламе упругой среды; ν – коэффициент Пуассона; l – уравнение фронта волны; $H_0(l)$ – функция Хевисайда; $\sigma_0(l)$ – эпюра натекающей на полость продольной волны [Там же].

Для описания характерных особенностей напряженного состояния породы вокруг выработки, находящейся под действи-

ем статических и динамических воздействий, воспользуемся моделью плоского деформированного состояния массива горных пород. Особенности такого состояния могут быть определены в результате решения двух плоских задач теории упругости. Первая из которых – статическая – состоит в определении НДС невесомого массива с цилиндрической полостью, нагруженного на бесконечности равномерными нормальными напряжениями, действующими в плоскости поперечного сечения выработки. Вторая – динамическая – заключается в определении НДС массива с цилиндрической полостью при воздействии на нее плоской продольной волны, фронт которой параллелен образующей выработки.

При отсутствии нарушения сплошности и выполнении условий совместности деформаций статическая задача об определении напряженного состояния среды состоит в интегрировании системы уравнений [7]

$$\frac{\partial \sigma_{xx}^{(c)}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_{xy}^{(c)}}{\partial y}=0;\quad \frac{\partial \sigma_{xy}^{(c)}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_{yy}^{(c)}}{\partial y}=0, \quad (1)$$

дополненных граничными условиями отсутствия напряжений на контуре поперечного сечения полости

$$\begin{aligned}&\sigma_{xx}^{(c)}\cos(n,x)+\sigma_{xy}^{(c)}\cos(n,y)\big|_{\Gamma}=0;\\ &\sigma_{xy}^{(c)}\cos(n,x)+\sigma_{yy}^{(c)}\cos(n,y)\big|_{\Gamma}=0,\end{aligned} \quad (2)$$

а также заданными значениями напряжений на бесконечности

$$\begin{aligned}&\sigma_{xx}^{(c)}\Big|_{\sqrt{x^2+y^2}\to\infty}\to-\sigma_0^{(c)};\\ &\sigma_{yy}^{(c)}\Big|_{\sqrt{x^2+y^2}\to\infty}\to-\frac{\nu}{1-\nu}\sigma_0^{(c)};\\ &\sigma_0^{(c)}=\rho g h,\end{aligned} \quad (3)$$

где h – глубина расположения центра выработки; g – ускорение свободного падения.

Динамическая задача об определении НДС массива с цилиндрической полостью состоит в определении компонент динамического тензора напряжений $\sigma_{xx}^{(1)}$, $\sigma_{yy}^{(1)}$ и $\sigma_{xy}^{(1)}$ отраженных и дифракционных волн, которые формируются в массиве в результате натекания плоской волны на выработку. Компоненты тензора напряжений $\sigma_{xx}^{(1)}$, $\sigma_{yy}^{(1)}$, $\sigma_{xy}^{(1)}$ удовлетворяют условиям динамического равновесия [Там же]:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}^{(1)}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_{xy}^{(1)}}{\partial y}=\rho U_x^{\bullet\bullet};\ \frac{\partial \sigma_{xy}^{(1)}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_{yy}^{(1)}}{\partial y}=\rho U_y^{\bullet\bullet}. \quad (4)$$

На контуре поперечного сечения полости нормальная и касательная компоненты суммарного тензора напряжений

$$(\sigma_{nn}^{(0)}+\sigma_{nn}^{(1)})\big|_{\Gamma}=0;\quad (\sigma_{nt}^{(0)}+\sigma_{nt}^{(1)})\big|_{\Gamma}=0. \quad (5)$$

На бесконечности при $\sqrt{x^2+y^2}\to\infty$ компоненты тензора отраженных и дифракционных волн удовлетворяют условиям

$$\sigma_{xx}^{(1)}\to 0;\ \sigma_{yy}^{(1)}\to 0;\ \sigma_{xy}^{(1)}\to 0, \quad (6)$$

а начальные условия для них и параметров движения среды в невозмущенной области примем нулевыми.

Компоненты тензора напряжений отраженной и дифракционной волн связаны с компонентами тензора плоской деформации законом Гука [Там же].

Алгоритм численного решения упругой динамической задачи построен на ее редукции к конечно-разностному аналогу в криволинейных ортогональных координатах, основанному на методе расщепления С.К.Годунова [2], изложен в работе [3]. Для решения сформулированной плоской статической задачи теории упругости разработано несколько подходов. Один из них основан на использовании функций комплексного переменного и подробно изложен в монографии [6], другой – на использовании численных методов [5]. В настоящей статье для решения статической задачи предложен подход, основанный на переходе от статической задачи к динамической и определении предела компонент тензора динамических напряжений при $t\to\infty$. В этом случае для решения статической и динамической плоских задач теории упругости можно использовать универсальный алгоритм [3].

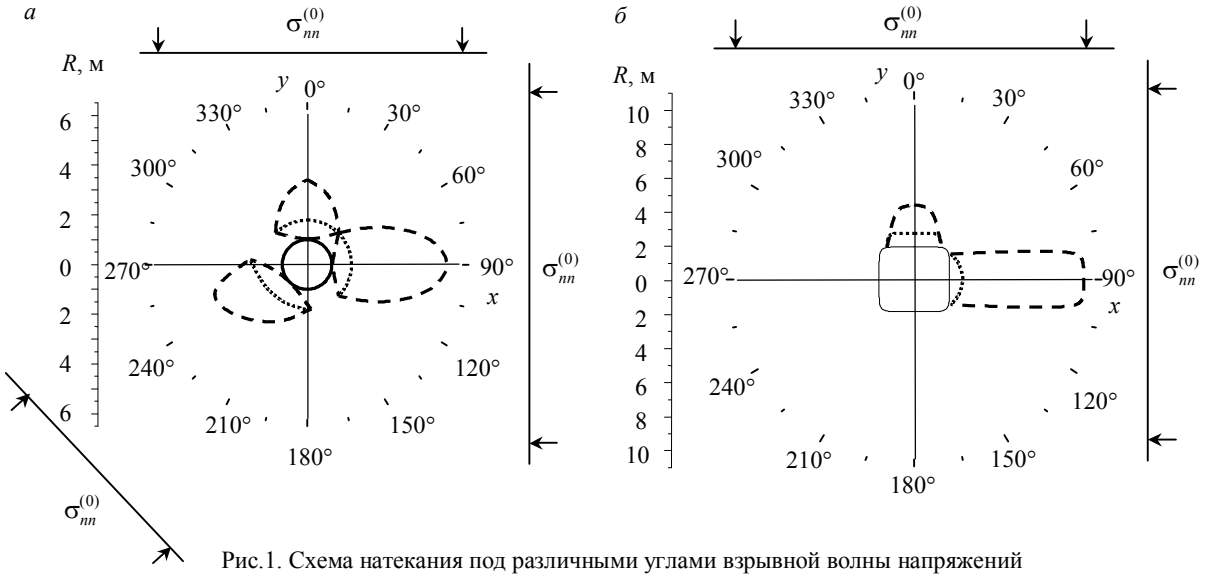


Рис.1. Схема натекания под различными углами взрывной волны напряжений на горную выработку (глубина 250 м) с круговой (*а*) и прямоугольной (*б*) формой поперечного сечения

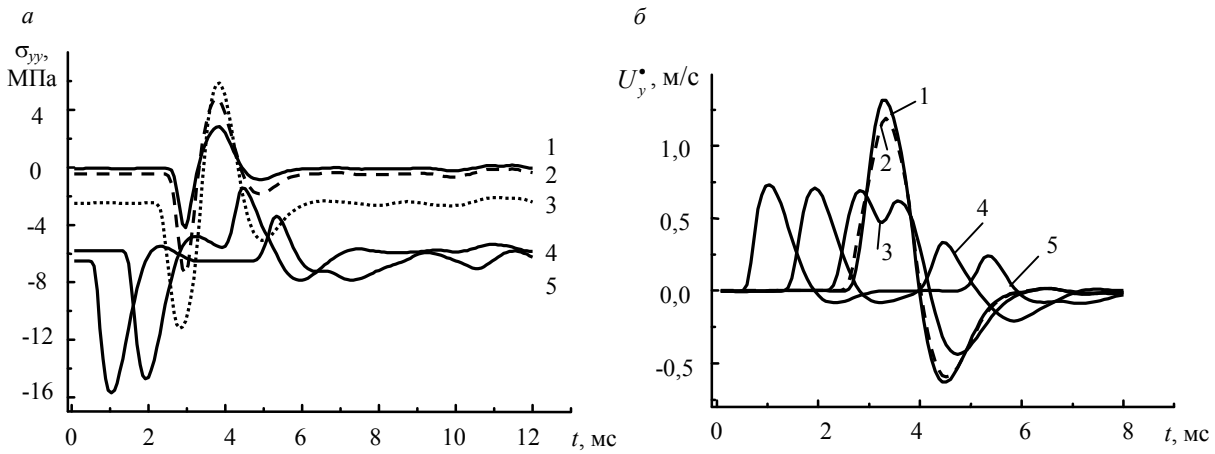


Рис.2. Эпюры суммарных нормальных напряжений σ_{yy} (*а*) и массовых скоростей (*б*) упругой среды на расстояниях от контура выработки:
1 – 0,4 м; 2 – 0,8 м; 3 – 2,0 м; 4 – 6,0 м; 5 – 10,0 м

Приведем расчеты напряженного состояния горных пород вокруг выработок (кругового радиуса 2,2 м и прямоугольной формы поперечного сечения шириной 4,2 м и высотой 3,8 м с радиусом закругления углов 0,5 м), расположенных на глубине 250-750 м. Вмещающей породой являлся гранит с плотностью 2800 кг/м^3, скорость продольных волн принималась равной 4500 м/с, а коэффициент Пуассона равен 0,22. Взрывная волна напряжений генерировалась цилиндрическим зарядом с радиусом 0,0255 м, удаленным от выработки примерно на 10 м. Параметры генерируемой подрывом заряда волны напряжений определялись изложенным в работе способом [1]. В результате решения упругой статической и динамической задач определялись приконтурные зоны суммарных растягивающих напряжений. На рис.1 приведены схемы натекания взрывных волн напряжений на выработки кругового и прямоугольного поперечного сечений, на которых пунктиром обозначены искомые зоны. Внутри зон точками обозначены кривые, на которых достигаются максимальные значения суммарных растягивающих напряжений. Как следует из результатов расчета, размеры зоны суммар-

ных растягивающих напряжений имеют почти в два раза бльшую протяженность вдоль оси симметрии *Ox* выработки, чем вдоль оси симметрии *Oy*. Последнее объясняется более медленным возрастанием в направлении *Ox* величины статических нормальных напряжений, чем в направлении *Oy*.

На рис.2, *а* показаны эпюры суммарной статической и динамической компонент тензора напряжений σ_{yy}, рассчитанных в точках оси симметрии *Oy* при различных расстояниях от контура выработки с прямоугольной формой поперечного сечения (взрывная волна распространяется вдоль оси *Oy*). Установлено, что для принятых параметров горной породы, взрывной волны и формы выработки суммарное напряжение σ_{yy} достигает максимальных своих значений (немного превышающих 5 МПа) на расстоянии 0,6-0,8 м от контура выработки. Массовые скорости частиц среды, рассчитанные в рамках упругой модели, приведены на рис.2, *б*. Как следует из результатов расчета, на контуре выработки массовые скорости удваиваются. Этот эффект связан с отражением и дифракцией взрывной волны от свободной поверхности выработки. По мере удаления отраженной и дифракционной волны от выработки амплитуда ее убывает, на кривых 3-5 (рис.2, *б*) это четко видно. При распространении взрывной волны вдоль оси *Ox* и натекании ее на выработку эпюры массовых скоростей практически не меняются, так как поперечное сечение выработки «почти» квадратное, а эпюры суммарной компоненты тензора напряжений σ_{xx} значительно отличаются от эпюр σ_{yy}, изображенных на рис.2, *а*, что является следствием различного характера изменения статических напряжений в среде вдоль осей симметрии выработки.

Известно, что для гранитов критические значения растягивающих нормальных напряжений близки к 5-7 МПа. В частности, приняв в качестве предельного значения на разрыв 5 МПа, можно оценить размеры разрушенных зон в приконтурных областях выработки.

Таким образом, предложенные в работе метод и численные алгоритмы позволяют моделировать поля напряжений и массовых скоростей в приконтурных массивах горных выработок с различной формой поперечного сечения при совместном действии на них статического и динамического воздействий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Волны напряжений в обводненном трещиноватом массиве: Учеб. пособие / В.А.Боровиков, И.Ф.Ванягин, М.Г.Менжулин, С.В.Цирель / Ленинградский горный ин-т. Л., 1989. 88 с.

2. *Годунов С.К.* Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.

3. *Господариков А.П.* Математическое моделирование физических процессов в некоторых задачах геомеханики / А.П.Господариков, В.В.Карпенко, Г.А.Колтон // Записки Горного ин-та. СПб, 2001. Т.147. С.198-202.

4. *Гузь А.Н.* Дифракция упругих волн / А.Н.Гузь, В.Д.Кубенко, М.А.Черевко. Киев: Наукова думка, 1978. 308 с.

5. *Молчанов И.Н.* Численные методы решения некоторых задач теории упругости. Киев: Наукова думка, 1979. 315 с.

6. *Мусхелишвили Н.И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966. 707 с.

7. *Новожилов В.В.* Теория упругости. Л.: Судпромгиз, 1958. 372 с.

8. *Протосеня А.Г.* Расслоение приконтурного массива пород вокруг выработок при разработке удароопасных месторождений / А.Г.Протосеня, В.Л.Трушко, В.В.Карпенко // Известия СО РАН, ФТПРПИ, 2004. № 2. С.3-12.

9. *Baron M.L.* Diffraction of pressure wave by a cylindrical cavity in an elastic medium / M.L.Baron, A.T.Mattews // Trans. ASME, E, 1961. № 4. P.347-354.