УДК 622.273.2:622.831

А.П.ГОСПОДАРИКОВ, С.В.ВАСИЛЬЕВ,
М.А.ЗАЦЕПИН, С.Е.МАНСУРОВА
Санкт-Петербургский государственный
горный институт (технический университет)

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РАСЧЕТА НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ УГЛЯ И КРОВЛИ ПРИ РАЗРАБОТКЕ ПОЛОГИХ УГОЛЬНЫХ ПЛАСТОВ

В нетронутом массиве горные породы находятся в состоянии напряженного равновесия. При ведении очистных работ это равновесие нарушается. Недостаточная изученность характера проявления горного давления в зоне очистных выработок обусловила появление ряда гипотез. Исследование геомеханических процессов, происходящих в массиве горных пород, тесно связано с изучением процессов деформирования и смещения горных пород над рабочим и выработанном пространствами. Поскольку проведение реальных крупномасштабных натурных экспериментов связано с рядом трудностей, решение этих задач ранее разработанными и новыми методами, обладающими большой универсальностью и информативностью, является по-прежнему актуальной задачей.

The rock in mining massive is in tense balance. This balance usually transgresses when stoping takes place. There are many theory connected with mining pressure in the stoping zone. Obviously solving problems on this subject is connected with studying processes of deformation and dislocation mining rocks in the working and mine goaf. As far as grand natural experiments advance is difficulty, we must decide these problems by new developed methods, which are very universally and informatively.

Рассмотрим плоское напряженно-деформированное состояние массива горных пород. Предположим, что в процессе деформации слои, слагающие массив, свободно, без образования внутренних полостей, проскальзывают друг относительно друга. Поскольку обжатие массива под действием собственного веса мало, деформацией в вертикальном направлении можно пренебречь. Применяя вариационный метод В.З.Власова, необходимые координатные функции $\varphi_1(y), \ldots, \varphi_n(y)$ зададим в следующем виде (см. рисунок):

$$\varphi_k(y) = \begin{cases} y, -\dfrac{h_k}{2} \le y \le \dfrac{h_k}{2}; \\ 0, |y| > \dfrac{h_k}{2}; \end{cases} \quad k = 1, 2, ..., n. \quad (1)$$

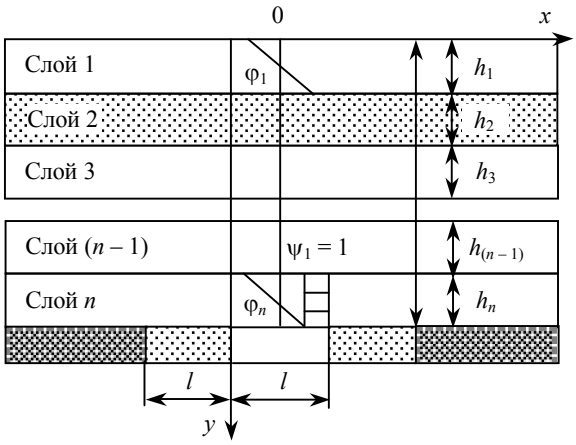
Тогда обобщенные перемещения произвольной точки массива горных пород представляются в виде

$$U(x, y) = U_1(x)\varphi_1(y) + U_2(x)\varphi_2(y) + \ldots + U_n(x)\varphi_n(y);$$

$$V(x, y) = V_1(x)\psi_1(y),$$

где U, V – горизонтальные и вертикальные перемещения массива соответственно.

Функции $U_i(x)$, $i = 1, 2, \ldots, n$, и $V_1(x)$ являются искомыми, координатные функции



Расчетная схема определения смещений многослойного массива в начальный период работы лавы

$\varphi_i(y)$, $i = 1, 2, \ldots, n$, заданы соотношениями (1), а $\psi_1(y) = 1$ (вертикальные оседания массива не зависят от координаты y). Закон Гука в предположении несжимаемости массива горных пород в вертикальном направлении примет вид

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2}\varepsilon_x;\ \tau_{xy} = G\gamma_{xy},$$

где модуль упругости E, модуль сдвига G и коэффициент Пуассона ν могут быть различными для различных слоев массива.

С учетом конкретного вида координатных функций система обыкновенных дифференциальных уравнений примет вид*

$$\begin{cases} D_1U'' - G_1h_1(U_1 + V_1') = 0; \\ D_2U'' - G_2h_2(U_2 + V_2') = 0; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ D_nU'' - G_nh_n(U_n + V_n') = 0; \end{cases} \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^{n} G_kh_kU_k' + (\sum_{k=1}^{n} G_kh_k)V'' + \sum_{k=1}^{n}\gamma_kh_k - KV = 0,$$

где $V_1 = V$; D_k – цилиндрическая жесткость k-го слоя, $D_k = E_kh_k^3/[12(1-\nu_k^2)]$, $k = 1, 2, \ldots, n$; $h_1, h_2, \ldots, h_n$ – толщина слоев, перенумерованных от дневной поверхности; E_k, G_k, ν_k, γ_k – модуль упругости, модуль сдвига, коэффициент Пуассона и объемный вес k-го слоя массива соответственно; K – коэффициент жесткости упругого основания породного массива.

Таким образом, породный массив предполагается свободным от нагрузок на дневной поверхности ($y = 0$) и опирающимся на упругое основание с коэффициентом жесткости K. С учетом вида координатных функций $\varphi_1(y), \ldots, \varphi_n(y), \psi_1(y)$ для постановки необходимых граничных условий введем величины

$$M_k = D_kU_k',\ k = 1, 2, ..., n;\ N = \sum_{k=1}^{n} D_kU_k'', \quad (3)$$

где M_k – изгибающий момент в произвольном вертикальном сечении k-го слоя; N – перерезывающая сила в том же сечении для всего массива.

Отметим, что при формулировке граничных условий (3), необходимо задание на вертикальных границах массива значений оседания V и перемещений $U_1, \ldots U_n$, а также обеспечение непрерывности обобщенных перемещений и изгибающих моментов в точках сопряжения различных по свойствам участков (слоев) массива. После дальнейшего упрощения схемы расчета ($U_1 = U_2 = \ldots = U_n = U$ – угловые перемещения слоев считаем одинаковыми) система уравнений (2) примет вид

$$\begin{cases} DU'' - Gh(U + V') = 0; \\ Gh(U' + V'') + \gamma h - KV = 0, \end{cases} \quad (4)$$

где

$$D = \sum_{k=1}^{n} D_k,\ \sum_{k=1}^{n} G_kh_k = Gh,\ \sum_{k=1}^{n}\gamma_kh_k = \gamma h. \quad (5)$$

Таким образом, вопрос о деформации слоистого массива горных пород сводится к рассмотрению деформации некоторого приведенного однородного массива, физико-механические параметры которого определяются формулами (5).

В глубине массива горных пород $K = K_{пл}$. В краевой зоне на некотором расстоянии l происходит уменьшение коэффициента жесткости по некоторому, ранее установленному закону $K = K(x)$; для висящей части кровли принимается $K = 0$ (см. рисунок). Система (4) последовательно интегрируется для указанных участков кровли.

Приведем систему (4) и граничные условия (5) к безразмерному виду с помощью вспомогательной функции Ф: $U = d\Phi/dx$; система (4) преобразуется к одному дифференциальному уравнению четвертого порядка**

$$\frac{d^4\Phi}{dX^4} - \frac{K_{пл}l^2}{Gh\nu^2}K\frac{d^2\Phi}{dX^2} + \frac{K_{пл}l^4}{D\nu^4}K\Phi + \frac{ql^3}{D\nu^3} = 0. \quad (6)$$

---

* *Господариков А.П.* Нелинейное деформирование слоистого породного массива с учетом обжатия по вертикали / Санкт-Петербургский горный ин-т. СПб, 1999. 93 с.

** *Господариков А.П.* Алгоритм расчета слоистого массива для прогноза напряженного состояния кровли угольного пласта в зоне очистных работ / А.П.Господариков, С.В.Васильев, М.А.Зацепин // Записки Горного института. 2003. Т.155 (1). С.160-164.

Обозначим

$$a = \frac{K_{\text{пл}} l^2}{Gh\nu^2},\ b = \frac{K_{\text{пл}} l^4}{D\nu^4},\ t = \frac{q\nu}{lK_{\text{пл}}}. \qquad (7)$$

Тогда уравнение (6) примет вид

$$\frac{d^4\Phi}{dX^4} - aK\frac{d^2\Phi}{dX^2} + bK\Phi + tb = 0. \qquad (8)$$

Итак, вместо семи постоянных величин, присутствующих в уравнении (6), получено уравнение (8) с тремя безразмерными параметрами, определяемыми равенствами (7): *a* характеризует воздействие упругого основания на поперечный сдвиг слоев; *b* отражает воздействие упругого основания на изгиб; *t* характеризует влияние на упругое основание нагрузки *q*.

После решения дифференциального уравнения (8) и нахождения функции Ф перемещения *V* и *U* определятся из выражений:

$$V = \frac{a}{b}\frac{d^2\Phi}{dx^2} - \Phi;\quad U = \frac{d\Phi}{dx}.$$

Общее решение системы (4) для левой части кровли ($-\infty < x \le 0$) с учетом ограниченности вертикального оседания *V* и срединного перемещения слоев *U* имеет вид

$$V = A_1 \exp(\alpha x) + A_2 \exp(\beta x) + \frac{\gamma h}{K};$$

$$U = A_1 \exp(\alpha x)\left(\frac{K}{Gh\alpha} - \alpha\right) + A_2 \exp(\beta x)\left(\frac{K}{Gh\beta} - \beta\right),$$

где $\alpha = \sqrt{\frac{n+m}{2}} + \sqrt{\frac{n-m}{2}};\quad \beta = \sqrt{\frac{n+m}{2}} - \sqrt{\frac{n-m}{2}};$

$n = \frac{k}{2Gh};\ m = \sqrt{\frac{k}{D}}$.

Данное решение получено для случая $n > m$, но практика расчета реальных слоистых массивов приводит иногда и к соотношению вида $n < m$. В этом случае решение системы (4) или уравнения (8) достаточно просто определяется с помощью известной формулы Эйлера.

Для свободно зависающей ($0 \le x \le L$) над выработкой части кровли (см. рисунок) в уравнении (8), полагая $K = 0$, получим

$$V = \frac{\gamma h}{24D}x^4 - \frac{A_6}{6D}x^3 - \frac{1}{2}\left(\frac{\gamma h}{Gh} + \frac{A_5}{D}\right)x^2 + \left(\frac{A_6}{Gh} - A_4\right)x + A_3;$$

$$U = \frac{\gamma h}{6D}x^3 + \frac{A_6}{2D}x^2 + \frac{A_5}{D}x + A_4.$$

В последних формулах постоянные интегрирования $A_1, \ldots, A_6$ определяются из граничных условий (3).

Таким образом, изложенный прикладной метод расчета напряженного состояния угля и кровли при разработке пологих пластов позволяет (при определенных условиях) свести вопрос исследования деформации слоистого массива к рассмотрению деформации некоторого приведенного однородного массива.