УДК 621.01:534

А.Е.КОЧУРА
профессор кафедры высшей математики,
Санкт-Петербургский государственный
машиностроительный институт
А.И.МИХЕЕВ
Факультет фундаментальных и гуманитарных дисциплин,
доцент кафедры иностранных языков
Б.Н.КУЦЕНКО
Металлургический факультет,
доцент кафедры печей, контроля и автоматизации
металлургического производства

ДЕКОМПОЗИЦИЯ И ТЕХНОЛОГИЯ РАЗРЕЖЕННЫХ МАТРИЦ В ЗАДАЧАХ ИССЛЕДОВАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Рассматриваются диакоптические подходы к моделированию и расчетам сложных систем. Такие подходы предусматривают построение систематических процедур для декомпозиции исследуемой системы в комбинацию неразложимых подсистем и эффективной рекомпозиции частных решений подсистем с учетом связей между ними в глобальное решение метасистемы.

The paper deals with the conceptual aspects of the developed methods of decomposition on the basis of the structure of computer models of complicated systems of various nature. These methods have made it possible to construct qualitatively transparent and fast algorithms of a modular type to calculate static and dynamic characteristics of large systems.

Сравнительный анализ математических методов для технических и технико-экономических расчетов, реализуемых в современной вычислительной среде, в общем случае предусматривает исследование того, насколько различные методы удовлетворяют противоречивым требованиям, определяющим надежность, необходимую точность и быстродействие вычислительного алгоритма, а также малые запросы к памяти и компактность программных реализаций. Стремительное развитие машинной технологии вычислений постоянно нарушает баланс между указанными требованиями, перераспределяя приоритеты математических методов. Ресурсные возможности современных ЭВМ по памяти и быстродействию таковы, что соответствующие критерии для сравнительной оценки алгоритмов иногда теряют смысл. Утверждения такого рода действительно справедливы в отношении некоторых классов задач, для которых иерархический модельный ряд в полном структурно-параметрическом пространстве проектных и исследовательских расчетов не содержит алгоритмически «больших» компонентов. Конечно, понятие «большая система» сугубо относительное, нечеткое, тесно связанное с актуальными возможностями вычислительных средств. С развитием вычислительной техники многие расчетные системы теряют статус «больших». Однако на любой стадии развития научно-технического обеспечения проектных и исследовательских задач всегда имеется круг проблем, в которых адекватное представление исследуемых объектов сопряжено с решением задач такого масштаба, когда никакой известный прямой метод не может обеспечить их решение с необходимой точностью в приемлемые сроки. Данное обстоятельство имеет принципиальный характер. Повышение эффективности вычислительной техники неизбежно сопровождается расширением круга актуальных задач, для удовлетворительного решения которых по критериям точности и

практического быстродействия не хватает ресурсов доступных вычислительных средств. Эти задачи обусловлены усложнением технических систем и необходимостью учета все большего числа факторов в целях обеспечения при проектировании систем более высоких показателей, характеризующих их функциональную точность, экономичность и эксплуатационную и экологическую надежность.

Преодоление трудностей, связанных с большим объемом вычислений, в последние годы осуществлялось с использованием архитектурных решений, направленных на увеличение пропускной способности процессора за счет организации параллельного выполнения операций. Однако, как показал опыт, разработка эффективных аппаратных и программных средств в многопроцессорных вычислительных системах сопряжена со значительными трудностями. Особенно важным фактором для таких систем является сложность организации эффективного управления вычислительным процессом с параллельной структурой. Для алгоритмов, не обладающих выраженной параллельной структурой, указанная сложность сводит на нет преимущества многопроцессорного осуществления вычислительного процесса [1, 2, 7].

В связи с этим актуальными признаются альтернативные подходы, основанные на использовании более совершенных технологий изготовления элементной базы процессоров и на разработке специализированных высокопроизводительных процессоров, ориентированных на узкий класс алгоритмов [2, 7]. Возрос также интерес к нейросетевым принципам построения вычислительных систем, направленных на решение больших и трудноформализуемых задач в нейросетевом логическом базисе [3]. Для нейросетевой технологии вычислений характерно комплексное рассмотрение методов решения задач определенного класса и архитектурных типов вычислительных нейронных структур, которые обеспечивают наиболее эффективное решение поставленных задач.

Принципиальным моментом при использовании нейрокомпьютеров является максимально возможная степень параллельности расчетных алгоритмов. В соответствии с этим развивается новый раздел вычислительной математики – нейроматематика, ориентированная на создание алгоритмов решения широкого класса задач на нейрокомпьютерах. Объектами нейроматематики могут служить и хорошо формализуемые большие задачи, для решения которых традиционно используются последовательные алгоритмы, адекватные простейшей вычислительной архитектуре ЭВМ типа ОКОД (один поток команд, один поток данных). Однако, если специальными приемами удается добиться существенного распараллеливания алгоритма, то он может быть эффективно реализован в нейросетевой вычислительной среде. Такого рода построения соответствуют общему направлению математических разработок по эффективной универсализации вычислительных моделей и алгоритмов для решения типовых задач большой размерности в различных прикладных областях. Важную область таких разработок составляют декомпозиционные методы построения моделей больших систем и тесно связанный с ними класс эффективных вычислительных методов, принадлежащих к так называемой технологии разреженных матриц [4, 6]. Имеется в виду не декомпозиция феноменологического характера, лежащая в основе изучения любых явлений реального мира, а диакоптические подходы к моделированию и расчетам сложных систем.

Такие подходы предусматривают построение систематических процедур для декомпозиции исследуемой системы в комбинацию неразложимых подсистем и эффективной рекомпозиции частных решений подсистем с учетом связей между ними в глобальное решение метасистемы. При этом принцип расчленения глобальной системы (метасистемы), вообще говоря, не имеет явно выраженного отношения к какой-либо «естественной» декомпозиции, основанной на особенностях физической, технической, экономической или компоновочной структур изучаемой системы. Это обусловлено тем, что главный смысл декомпозиции в указанном классе подходов состоит в том,

чтобы перевести содержательную проблему в вычислительно эффективную математическую модель. Эта модель «настраивается» на определенные вычислительные методы и вычислительную среду и по своей структуре и системе координат может существенно отличаться от порождающей системы. Другими словами, декомпозиция в указанных подходах понимается как вычислительно эффективная структуризация исследуемых моделей.

Всевозможные приемы декомпозиции в ключевой фазе исследования, при моделировании изучаемой системы, объединены общей концепцией составной системы. Согласно этой концепции составной характер исследуемой системы может иметь структурно-технологические истоки или может быть навязан ей по соображениям оперативной вычислительной разрешимости и эффективности расчетной модели в условиях конкретной вычислительной среды. В первом случае последовательно развивается идея содержательно осмысленной декомпозиции, логически согласованной с агрегатно-модульными принципами построения технических и экономических систем. Во втором случае выделение подсистем является сугубо формализованной процедурой, совершенно отвлеченной от существа решаемой задачи, и выполняется на чисто модельном уровне. В обоих случаях построение вычислительных схем осуществляется в абстрактном пространстве эквивалентных модельных графов исследуемых систем. Эта единообразная для широкого круга задач формализация обеспечивает высокую степень обобщения полученных результатов.

Если рассматривать задачи, которые с точки зрения технических и ресурсных возможностей современных ЭВМ не считаются большими и трудоемкими, то и в этих случаях концепция составной динамической системы оказывается эффективной по следующим соображениям. Адекватная динамическая схематизация сложных современных машинных агрегатов и машиностроительных конструкций приводит в общем случае к дискретно-непрерывным расчетным моделям значительной размерности и структурной сложности. Исторически методы расчета дискретных систем, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями, и методы исследования непрерывных систем, описываемых дифференциальными уравнениями в частных производных, разрабатывались изолированно. Рациональное математическое воплощение этих методов характеризуется разнородным аппаратом. Поэтому при динамической схематизации дискретно-непрерывных систем целесообразно расчленение глобальной исследуемой системы на дискретные и континуальные подсистемы и описание каждой из них на предпочтительном для нее математическом языке. Аналогичные соображения составляют начальную мотивировку декомпозиционного подхода к решению задач динамики управляемых механических систем, состоящих из ряда взаимосвязанных локально управляемых и локально неуправляемых подсистем. Применение декомпозиционного модульного подхода эффективно также при решении задач динамики технических систем, проектируемых на основе агрегатно-модульных принципов, когда новый объект формируется как взаимосвязанная совокупность унифицированных подсистем. К области полезного применения рассматриваемой модульной структуризации расчетных моделей относятся и важные задачи динамики и статики больших систем с повторяющимися подсистемами. Основой для получения глобального решения в таких задачах служат локальные решения для главной подсистемы и для одной из возможно большого числа повторяющихся подсистем. В стратегию модульной структуризации расчетных моделей сложных систем органически вписываются особые ситуации, когда исследуемая система содержит трудноформализуемые подсистемы, характеристики которых могут быть получены только экспериментальным путем.

Теоретической базой для разнообразных декомпозиционных интерпретаций расчетных моделей при решении технических и экономических проблем различного содержания служат диакоптические идеи Крона и разработанная теория эквивалентных струк-

турных преобразований абстрактных моделей в пространстве полных неориентированных и ориентированных статических и динамических графов [4, 5]. Наиболее общий результат выполненных разработок состоит в том, что предложенные методы декомпозиционной схематизации исходных задач различного содержания позволили бесконечное структурное многообразие исследуемых технических и экономических систем: с сосредоточенными и распределенными параметрами, дискретно-континуальных, неуправляемых и управляемых, гибридных – свести в единый унифицированный структурный класс типовых матричных моделей. Общей особенностью этих, сугубо ограниченных по числу, типовых моделей является высокая степень упорядоченной разреженности их параметрических матриц. Именно это ключевым образом определяет возможность построения для сложных систем эффективно структурированных обобщенных алгоритмов анализа и синтеза, базирующихся на уникальных структурных особенностях типовых моделей и характеризующихся исключительно лаконичными программными реализациями.

Следует отметить, что достижение эффективности при построении декомпозиционных алгоритмов имеет явно выраженный оптимизационный характер. Необычность оптимизационной ситуации состоит в том, что минимизация основных критериев, отражающих вычислительную эффективность алгоритмов, выполняется по существу в доалгоритмической фазе в результате целенаправленного формирования типовой T_n^m – структуры разреженности расчетных матричных моделей [4]. Это обеспечивает возможность эффективной в вычислительном отношении структуризации расчетных алгоритмов.

К числу сложных вычислительных проблем общего характера, играющих важную роль в практике технических и экономических расчетов, для которых предложенная декомпозиционная стратегия позволила разработать эффективные методы расчета, относятся прежде всего ключевые задачи линейной алгебры, связанные с решением больших систем линейных уравнений и спектральной и сингулярной проблем больших матриц, а также всевозможные задачи оптимизации на графах. Это те задачи, которые отвечают расчетным моделям при изучении закономерностей статического и динамического поведения всевозможных технических и экономических систем.

Особенно значительный эффект декомпозиционные алгоритмы обеспечивают в пространстве многовариантных расчетов, обусловленных структурно-параметрическими вариациями моделей. Декомпозиционные методы решения таких задач позволяют на едином модельном уровне выполнять расчеты как при вариациях параметров, так и при вариациях структуры исследуемой системы. Этот нетривиальный результат декомпозиции в определенном смысле можно охарактеризовать как достижение эффектов многопроцессорного решения больших задач в однопроцессорной вычислительной среде. Особенности матричной интерпретации разработанных декомпозиционных алгоритмов позволяют рассматривать их как расширение эффективных методов современной технологии разреженных матриц [6].

В области исследования статических характеристик больших систем декомпозиционные алгоритмы актуальны прежде всего для решения сложных задач строительной механики, решаемых методом конечных элементов, и для расчетов леонтьевских балансовых моделей типа «затраты – выпуск» больших экономических систем. При этом особенно важное значение декомпозиционная стратегия имеет, на наш взгляд, для исследования больших экономических систем. Структура многомерных моделей в технических задачах, решаемых методом конечных элементов, часто позволяет при построении вычислительных схем весьма эффективно использовать традиционные методы технологии разреженных матриц. Модели больших экономических систем, к которым относятся модели межотраслевого баланса на уровне национальной экономики и транснациональных корпораций, не обладают, как правило, выраженными глобальными структурными особенностями, которые можно

было бы использовать для построения эффективных вычислительных схем. Это относится и к линейным ядрам больших задач из области исследования операций. Например, таких как задачи общего равновесия больших экономических систем, решаемые на основе моделей типа «затраты – выпуск», или задачи линейного программирования в проблемах, связанных с разработкой больших военно-стратегических операций.

Балансовые расчеты линейных моделей типа «затраты – выпуск» больших систем и особенно многовариантные расчеты таких моделей различного уровня при использовании прямых методов анализа представляют собой трудоемкую вычислительную проблему, часто не удовлетворяющую требуемым условиям оперативности получения расчетных оценок, а иногда и критериям вычислительной обусловленности. Предлагаемый диакоптический подход для больших систем, используя их естественную или формализованно навязанную им доминантную структуру технологических матриц, позволяет построить решение глобальной модели в виде комбинации локальных решений отдельных ее подсистем, на которые она разбивается путем упорядочения структурных переменных или формализованной декомпозиции на глобальном графе модели. В многовариантных расчетах, предусматривающих в общем случае возможность радикальной реконструкции исследуемой системы, эффективно используется информация о равновесных характеристиках некоторого базового варианта системы, и расчет каждого текущего варианта осуществляется в виде коррекции решения базовой модели.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Воеводин В.В.* Математические модели и методы в параллельных процессах. М.: Наука, 1986.

2. Высокоскоростные вычисления. Архитектура, производительность, прикладные алгоритмы и программы суперЭВМ: Перевод с англ. / Под ред. Я.Ковалика. М.: Радио и связь, 1988.

3. *Галушкин А.И.* Теория нейронных сетей. М.: ИПРЖР, 2000.

4. *Кочура А.Е.* Декомпозиция и технология разреженных матриц в динамике систем. СПб: ИПРЖР, 2001.

5. *Крон Г.* Исследование сложных систем по частям – диакоптика: Перевод с англ. М.: Наука, 1972.

6. *Писсанецки С.* Технология разреженных матриц. М.: Мир, 1988.

7. Сверхбольшие интегральные схемы и современная обработка сигналов: Перевод с англ. / Под ред. С.Гуна, Х.Уайтхеда, Т.Кайлата. М.: Радио и связь, 1989.