УДК 622.243.94

И.Е.ДОЛГИЙ
Санкт-Петербургский государственный горный институт (технический университет)
В.И.ВЛАСЕНКО
ОАО «ЯрегаРуда»

ТЕМПЕРАТУРНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ В ПОРОДНОМ МАССИВЕ, ВЫЗВАННЫЕ СТАЦИОНАРНЫМ ТЕМПЕРАТУРНЫМ ПОЛЕМ

Рассмотрены вопросы определения напряжений в массиве горных пород при его нагреве высокотемпературным паром. Полученные зависимости определения температурных напряжений отвечают как плоскому, так и объемному напряженному состоянию горного массива.

In clause questions of definition of pressure in a file of rocks are considered, at its heating high-temperature the ferry. The received dependences by definition of temperature pressure answer both flat, and to the volumetric intense condition of a hills.

Разработка нефтенасыщенных титансодержащих руд и добыча высоковязких нефтей в условиях Ярегского нефтетитанового месторождения связаны с прогревом горного массива высокотемпературным перегретым паром. В связи с этим в горном массиве возникают температурные напряжения, негативно сказывающиеся на устойчивости обнажений.

Деформации породных слоев сопровождаются нарушениями сплошности массива, что приводит к обрушениям кровли и боков горных выработок и разрушению их крепи.

Температурные напряжения в пределах упругих деформаций могут быть в некоторых случаях приближенно определены методами теории упругости, предполагая породу квазиоднородным идеально упругим материалом с независящими от температуры теплофизическими характеристиками.

Для рассматриваемых условий мы имеем дело с горной породой – материалом неоднородным, анизотропным, с зависящими от температуры теплопроводностью и теплоемкостью. Перемещения породных частиц и слоев под влиянием нагрева достигают значительных величин и сопровождаются разрывами сплошности среды. Поэтому рассмотрение термоупругих напряжений, вызываемых стационарными температурными полями, представляет определенный интерес, так как в некоторых случаях нагрева, протекающего в течение нескольких десятков секунд, температурное поле внутри породного массива можно рассматривать как стационарное.

Предположим, что некоторый участок плоской поверхности нагревается источником тепла напряжением Q на единицу площади, причем температура $t_п$ на нагреваемой поверхности поддерживается постоянной в течение некоторого промежутка времени. Температуру поверхности нагреваемого участка ограничим так, чтобы возникающие в породном массиве напряжения можно было бы считать упругими. Так как нагревается небольшой участок поверхности, то тепловой поток в массиве породы является расходящимся, а температурный градиент будет иметь наибольшую величину вблизи поверхности. Общий вид зависимости температуры t от глубины x от нагреваемой поверхности будет иметь характер, представленный на рис.1.

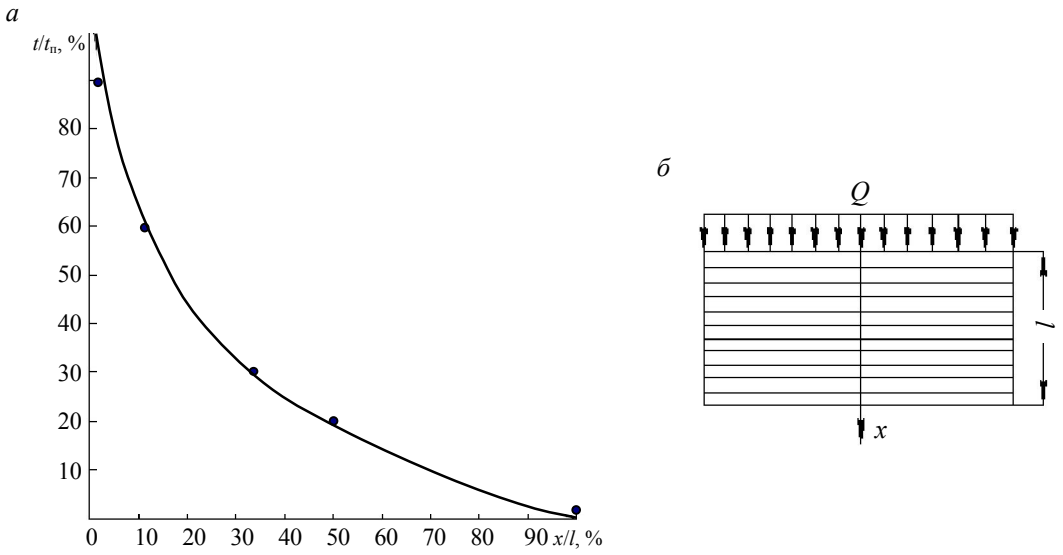


Рис.1. Зависимость температуры от расстояния до поверхности нагрева: *а* – графическая зависимость; *б* – схема нагрева

t – температура в массиве; $t_п$ – температура поверхности нагрева; x – расстояние от поверхности нагрева вглубь массива; l – мощность прогреваемого слоя

Условно вырезая из нагреваемой породной площадки полоску, ограниченную двумя вертикальными плоскостями, можно рассматривать два параллельных породных бруска, жестко скрепленных между собой и совместно деформирующихся при нагреве от начальной температуры t_0 до температуры t_i (рис.2).

При жестком закреплении брусков (рис.2, *а*) при их нагреве деформация отсутствует и возникают температурные напряжения*, определяемые выражениями

$$\sigma_1 = -\beta E\left(t_1 - t_0\right);\ \ \sigma_2 = -\beta E\left(t_2 - t_0\right), \quad (1)$$

где β – коэффициент линейного расширения; E – модуль упругости породы; t_1 – средняя температура верхнего бруска; t_2 – средняя температура нижнего бруска; знак минус обозначает, что возникают сжимающие напряжения.

При неравномерном распределении температуры и бóльшем значении температурного градиента вблизи поверхности породы средняя температура верхнего слоя значительно выше, чем нижнего. В верхнем бруске возникают сжимающие, а в нижнем – растягивающие напряжения.

Если концы рассматриваемых жестко скрепленных между собой брусков свободны и могут перемещаться вдоль оси x, то деформации препятствует скрепление с соседним бруском.

Напряжения, возникающие в брусках, пропорциональны коэффициенту линейного расширения, модулю упругости и разности температур обоих брусков.

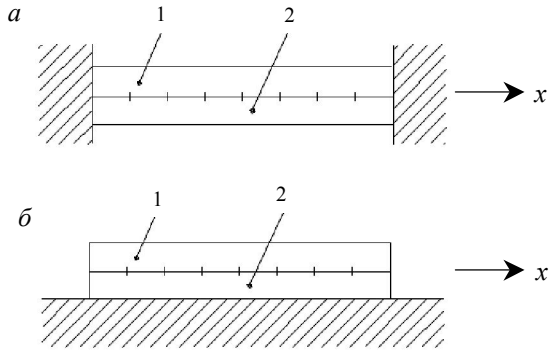


Рис.2. Схема к определению тепловой деформации двух прочно соединенных упругих брусков: *а* – продольная деформация в направлении оси x ограничена; *б* – концы брусков могут перемещаться вдоль оси x

1, 2 – номера пластин

* *Гейтвуд В.Е.* Температурные напряжения. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1959.

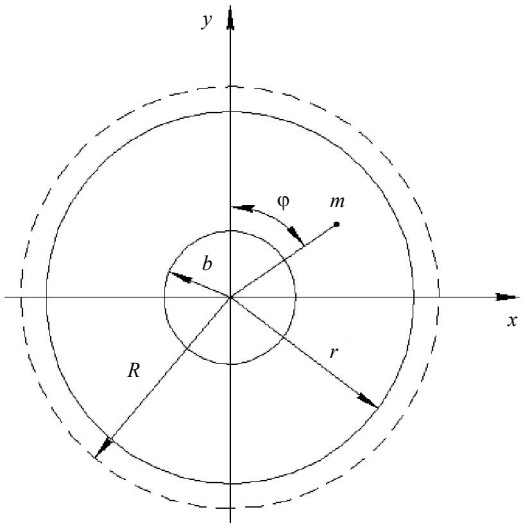


Рис.3. Схема нагреваемой круглой пластинки (забоя скважины)

Если высоты обоих брусков равны, то равны и площади их поперечных сечений F. Напряжения в верхнем и нижнем брусках в этом случае определяются зависимостями

$$\sigma_1 = -\frac{1}{2}\beta E\left(t_1 - t_2\right);\ \sigma_2 = +\frac{1}{2}\beta E\left(t_1 - t_2\right). \quad (2)$$

Если при равной ширине высота верхнего бруска вдвое меньше высоты нижнего, то $F_1 = \frac{1}{2}F_2$ и тогда

$$\sigma_1 = -\frac{2}{3}\beta E\left(t_1 - t_2\right);\ \sigma_2 = \frac{1}{3}\beta E\left(t_1 - t_2\right); \quad (3)$$

при

$$F_1 = \frac{1}{3}F_2 \quad \sigma_1 = -\frac{3}{4}\beta E\left(t_1 - t_2\right)$$

и

$$\sigma_2 = \frac{1}{4}\beta E\left(t_1 - t_2\right). \quad (4)$$

В предельном случае при $t_1 = t_п$ и $t_2 = 0$ при малой толщине нагреваемого слоя максимальное сжимающее напряжение в нем составит

$$\sigma_{max} = -\beta E t_п. \quad (5)$$

Температурные напряжения достигают большой величины в верхнем слое породы, который и разрушается преимущественно под действием касательных напряжений, вызываемых сжатием от теплового расширения. В нижележащем слое под действием растягивающих напряжений вероятно образование трещин разрыва.

Если от одномерного распределения тепла и линейной температурной деформации перейти к двумерным температурным напряжениям, то математическое описание их значений значительно усложняется.

Для рассматриваемых условий горный массив прогревается за счет подачи перегретого пара по скважинам соответствующего диаметра и длины*, поэтому возникает необходимость рассмотрения вопроса о величине температурных напряжений, возникающих в забоях таких скважин, а следовательно, и в горном массиве, вмещающем эти скважины. В фиксированный момент времени забой скважины, нагреваемый теплоносителем, можно рассматривать как тонкую круглую пластину (рис.3).

В стационарном температурном поле напряжения в плоской пластине, выраженные через перемещения,

$$\sigma_x = \frac{2G}{1-\mu}\left[l_x + \mu \cdot l_y - (1+\mu)\beta t\right]; \quad (6)$$

$$\sigma_y = \frac{2G}{1-\mu}\left[l_y + \mu \cdot l_x - (1+\mu)\beta t\right]; \quad (7)$$

$$\tau_{x,y} = 2Gl_x, \quad (8)$$

где G – модуль сдвига; μ – коэффициент Пуассона; l_x, l_y – относительные удлинения по направлению координатных осей.

Соотношение между модулем сдвига и модулем упругости выражается зависимостью

$$2G = \frac{E}{1+\mu}. \quad (9)$$

При использовании полярных координат положение точки m (рис.3) в плоскости

* *Тюнькин Б.А.* Опыт подземной разработки нефтяных месторождений и основные направления развития термошахтного способа добычи нефти / Б.А.Тюнькин, Ю.П.Коноплев; Ухтинский государственный университет. Ухта, 1996.

пластинки определяется радиусом r и углом φ, которые связаны с прямоугольными координатами соотношениями

$$x = r\cos\varphi;\quad y = r\sin\varphi.$$

Оператор Лапласа в полярных координатах

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2},$$

а функция напряжений Φ удовлетворяет условию

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right)\Phi = 0. \quad (10)$$

Напряжение через функцию Φ выражаются следующим образом:

радиальное напряжение

$$\sigma_2 = \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial\Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial^2\Phi}{\partial\varphi^2}; \quad (11)$$

тангенциальное напряжение

$$\sigma_\varphi = \frac{\partial^2\Phi}{\partial\varphi^2}; \quad (12)$$

касательное напряжение

$$\sigma_{r\varphi} = -\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}\right). \quad (13)$$

Так как при осевой симметрии производные по φ обращаются в нуль, то

$$\nabla^2\Phi = \frac{d^2\Phi}{dr^2} + \frac{1}{r}\cdot\frac{d\Phi}{dr} = \frac{1}{r}\cdot\frac{d}{dr}\left(r\frac{d\Phi}{dr}\right),$$

тогда

$$\sigma_r = \frac{1}{r}\cdot\frac{d\Phi}{dr};\ \sigma_\varphi = \frac{d^2\Phi}{dr^2};\ \sigma_{r,\varphi} = 0. \quad (14)$$

Обозначим: R – радиус пластинки; b – радиус центральной части зоны нагрева; q – удельный поток тепла, поступающий в породу центральной части зоны нагрева.

Внутренняя граница $r = b$, как и весь внутренний нагреваемый круг, имеет постоянную температуру $t_п$, внешняя граница пластины $r = R$ также имеет постоянную температуру $t = 0$. Для температуры t уравнение будет иметь вид

$$\nabla^2 t = \frac{1}{r}\cdot\frac{d}{dr}\left(r\frac{dt}{dr}\right) = 0 \quad (15)$$

с граничными условиями

$$\left.\begin{array}{l} t = t_п \ \text{при}\ r = b \\ t = 0 \quad \text{при}\ r = R \end{array}\right\}. \quad (16)$$

Решая уравнение (15), которое должно удовлетворяться всюду внутри пластинки, за исключением центральной части $r = b$, получим

$$t = C\lg\frac{R}{r}. \quad (17)$$

Введем функцию ψ, удовлетворяющую дифференциальному уравнению

$$\nabla^2\psi = (1+\mu)\beta t = C(1+\mu)\beta\cdot\lg\frac{R}{r}. \quad (18)$$

Частное решение этого уравнения имеет вид

$$\psi = C(1+\mu)\beta\frac{r^2}{4}\left(\lg\frac{R}{r} + 1\right). \quad (19)$$

Постоянная C может быть определена из условия, что через окружность радиуса r должно протекать количество тепла Q.

Если δ – толщина пластинки, то количество тепла

$$Q = -\lambda\frac{\partial t}{\partial r} - 2\pi r\delta = C2\lambda\pi\delta, \quad (20)$$

откуда

$$C = \frac{Q}{2\lambda\pi\delta}. \quad (21)$$

Подставляя значение C в (19), получим:

$$\psi = (1-\mu)\beta\cdot\frac{Q}{8\lambda\pi\delta}\cdot r^2\left(\lg\frac{R}{r} + 1\right) \quad (22)$$

и тогда выражения для напряжений будут иметь вид

$$\sigma_r = -2G\frac{1}{r}\cdot\frac{d\psi}{dr} = -\frac{\beta\cdot EQ}{8\lambda\pi\delta}\left(2\lg\frac{R}{r}+1\right), \quad (23)$$

$$\sigma_\varphi = -2G\cdot\frac{d^2\psi}{dr^2} = -\frac{\beta EQ}{8\lambda\pi\delta}\left(2\lg\frac{R}{r}-1\right). \quad (24)$$

Из полученных выражений для напряжений следует, что при малом значении r напряжения в ней могут достигать очень большой величины.