УДК 624.042

**В.В.КАРПЕНКО, А.В.КАРПЕНКО**
*Санкт-Петербургский государственный горный институт (технический университет)*

# ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ, МОДЕЛИРУЮЩИЙ СОВМЕСТНОЕ ДЕЙСТВИЕ ГОРНОГО ДАВЛЕНИЯ, ПРОДОЛЬНОЙ И ПОПЕРЕЧНОЙ СЕЙСМИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ ГОРНОГО УДАРА НА ВЫРАБОТКУ

На основании линейных уравнений теории упругости проведен вычислительный эксперимент, моделирующий совместное воздействие на выработку горного давления и упругих сейсмических продольных и поперечных волн, генерируемых горными ударами с энергией 10-100 кДж.

On the grounds of the linear equations of the theory resiliency the calculation experiments, simulating the combined coercion on the mining stress manufacture and resilient seismic longitudional and transversal waves, generated by mining strokes with the energy of 10-100 kJ is carried out.

При построении математической модели статического и динамического (от гравитационных сил и упругих сейсмических волн) воздействия на горную выработку примем, что горная порода вокруг выработки является идеально упругой средой. Боковую поверхность выработки аппроксимируем цилиндрической поверхностью произвольного поперечного сечения. Генерируемые динамическими явлениями (горными ударами или землетрясениями) продольную и поперечную (сдвиговую) упругие сейсмические волны на больших расстояниях от очага примем плоскими упругими волнами. Фронты этих волн будем считать параллельными продольной оси выработки, а нормаль к ним составляющей угол α с отрицательным направлением оси *Oy*. После момента соприкосновения сейсмических волн с контуром выработки изменение параметров, характеризующих эпюры волн, учитывать не будем. Компоненты нормальной и тангенциальной составляющих тензора напряжений в возмущенной области за фронтом продольной волны будем определять по формулам

$$\sigma_{nn}^{(0)} = -\sigma_{\max}^{(p)} f_p(l_p);\ \sigma_{tt}^{(0)} = -\frac{\nu}{1-\nu}\sigma_{\max}^{(p)} f_p(l_p);$$

$$l_p = c_p t + (x - x_0)\sin\alpha + (y - y_0)\cos\alpha,$$

а касательную компоненту тензора напряжений за фронтом поперечной волны примем равной

$$\sigma_{nt}^{(0)} = -\sigma_{\max}^{(s)} f_s(l_s);\ l_s = l(c_s / c_p - 1) +$$

$$+ c_s t + (x - x_0)\sin\alpha + (y - y_0)\cos\alpha,$$

где $(x_0; y_0)$ – координаты точки на контуре выработки, с которой натекающие волны соприкасаются в начальный момент; $c_p = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$, $c_s = \sqrt{\mu/\rho}$ – скорости продольных и поперечных волн в среде; ρ – плотность среды; $\lambda, \mu$ – параметры Ламе упругой среды; ν – коэффициент Пуассона; $l$ – расстояние от очага; $l_p$, $l_s$ – уравнения фронтов продольных и поперечных волн; $\sigma_{\max}^{(p)}$, $\sigma_{\max}^{(s)}$ и $f_p(t)$, $f_s(t)$ – амплитуды и эпюры натекающих на выработку продольной и поперечных волн.

Для описания характерных особенностей напряженного состояния породы вокруг выработки, находящейся под действием статических и динамических воздействий, воспользуемся моделью плоского деформированного состояния массива. Особенности такого состояния могут быть определены в результате решения двух плоских задач теории упругости. Первая из них – статическая и состоит в определении НДС невесомого массива с цилиндрической полостью, нагруженного на бесконечности равномерными нормальными напряжениями, действующими в плоскости поперечного сечения выработки. Вторая – динамическая и заключается в определении НДС массива с цилиндрической полостью при воздействии на нее плоской продольной волны, фронт которой параллелен образующей выработке.

При отсутствии нарушения сплошности и выполнении условия совместности деформаций статическая задача об определении напряженного состояния среды (компонент тензора статических напряжений $\sigma_{xx}^{(c)}$, $\sigma_{yy}^{(c)}$, $\sigma_{xy}^{(c)}$) состоит в интегрировании системы уравнений*

$$\frac{\partial\sigma_{xx}^{(c)}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{xy}^{(c)}}{\partial y}=0;\ \ \frac{\partial\sigma_{xy}^{(c)}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{yy}^{(c)}}{\partial y}=0, \quad (1)$$

дополненной граничными условиями отсутствия напряжений на контуре Γ поперечного сечения полости

$$\sigma_{xx}^{(c)}\cos(n,x)+\sigma_{xy}^{(c)}\cos(n,y)\big|_{\Gamma}=0;$$

$$\sigma_{xy}^{(c)}\cos(n,x)+\sigma_{yy}^{(c)}\cos(n,y)\big|_{\Gamma}=0 \quad (2)$$

и заданными значениями напряжений на бесконечности

$$\sigma_{xx}^{(c)}\Big|_{\sqrt{x^2+y^2}\to\infty}\to-\sigma_0^{(c)};$$

$$\sigma_{yy}^{(c)}\Big|_{\sqrt{x^2+y^2}\to\infty}\to-\frac{\nu}{1-\nu}\sigma_0^{(c)};$$

$$\sigma_0^{(c)}=\rho g h, \quad (3)$$

где $h$ – глубина расположения центра выработки; $g$ – ускорение свободного падения.

Динамическая задача об определении НДС массива с цилиндрической полостью состоит в определении компонент динамического тензора напряжений $\sigma_{xx}^{(1)}$, $\sigma_{yy}^{(1)}$ и $\sigma_{xy}^{(1)}$ отраженных и дифракционных волн, которые формируются в массиве в результате натекания плоской волны на выработку. Компоненты тензора $\sigma_{xx}^{(1)}$, $\sigma_{yy}^{(1)}$, $\sigma_{xy}^{(1)}$ напряжений удовлетворяют условиям динамического равновесия*

$$\frac{\partial\sigma_{xx}^{(1)}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{xy}^{(1)}}{\partial y}=\rho U_x^{\bullet\bullet};\ \ \frac{\partial\sigma_{xy}^{(1)}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{yy}^{(1)}}{\partial y}=\rho U_y^{\bullet\bullet}. \quad (4)$$

На контуре поперечного сечения полости нормальная и касательная компоненты суммарного тензора напряжений равны нулю

$$(\sigma_{nn}^{(0)}+\sigma_{nn}^{(1)})\big|_{\Gamma}=0;\ \ (\sigma_{nt}^{(0)}+\sigma_{nt}^{(1)})\big|_{\Gamma}=0. \quad (5)$$

На бесконечности при $\sqrt{x^2+y^2}\to\infty$ компоненты тензора отраженных и дифракционных волн удовлетворяют условиям

$$\sigma_{xx}^{(1)}\to 0,\ \sigma_{yy}^{(1)}\to 0,\ \sigma_{xy}^{(1)}\to 0, \quad (6)$$

а начальные условия для них и параметров движения среды в невозмущенной области примем нулевыми.

Компоненты тензора напряжений отраженной и дифракционной волны связаны с компонентами тензора плоской деформации законом Гука*.

Для решения упругой статической задачи теории упругости предложен подход, основанный на переходе от статической задачи к динамической, и определении предела компонент тензора динамических напряжений при $t\to\infty$**. В таком случае для решения плоской статической и динамической

* *Новожилов В.В.* Теория упругости. Л.: Судпромгиз, 1958. 372 с.

** *Карпенко В.В.* Метод расчета напряженного состояния массива вокруг горных выработок / В.В.Карпенко, Г.А.Колтон // Известия ТГУ. Серия: Геомеханика. Механика подземных сооружений. Вып.2. 2004.

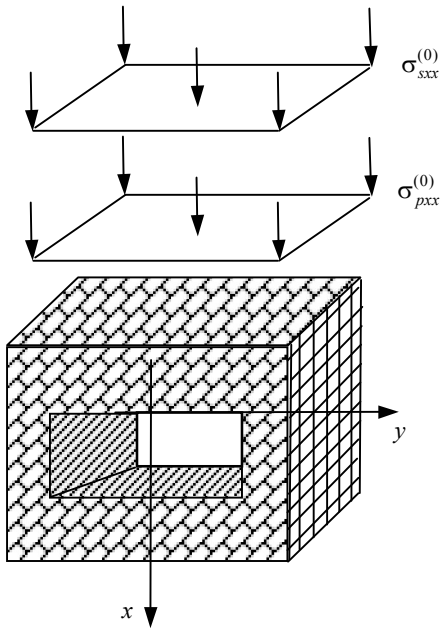



Рис.1. Схема натекания продольной и поперечной сейсмических волн на горную выработку

задач теории упругости можно использовать универсальный алгоритм.

Расчеты напряженного состояния пород вокруг расположенной на глубине 250-750 м выработки с прямоугольной формой поперечного сечения шириной 4,2 м и высотой 3,8 м с закругленными углами (радиус закругления 0,5 м) выполнялись для горных ударов энергетических классов 10 и 100 кДж. Схема натекания волн на выработку и система координат показана на рис.1. Натекающие на выработку сейсмические волны, генерируемые горными ударами, принимались плоскими. При расчетах за вмещающую породу принимался известняк с плотностью 2700 кг/м$^3$, скоростью $c_p$ продольных волн 5800 м/с, скоростью $c_s$ поперечных волн 2900 м/с и коэффициентом Пуассона 0,3.

Параметры эпюр продольных и поперечных волн, генерируемых горными ударами, считались зависящими от энергетического класса явления lg$E$, где энергия $E$ измеряется в джоулях. Эпюры напряжений продольной $\sigma^{(0)}_{pxy}$ и поперечной $\sigma^{(0)}_{sxy}$ сейсмических волн на расстоянии $R = 7$ м от очага, соответствующего горному удару с энергией 100 кДж, приведены на рис.2, а на рис.3 приведены эпюры массовых скоростей, соответствующих этому динамическому явлению. Сплошными линиями на рис.2, 3 (кривые 1) изображены эпюры напряжений продольной $\sigma^{(0)}_{pxy}$ сейсмической волны и массовых скоростей $U_x^{\bullet}$ в ней, а штриховыми линиями (кривые 2) – эпюры поперечной $\sigma^{(0)}_{sxy}$ волны и массовых скоростей $U_y^{\bullet}$.

Как следует из результатов расчета,

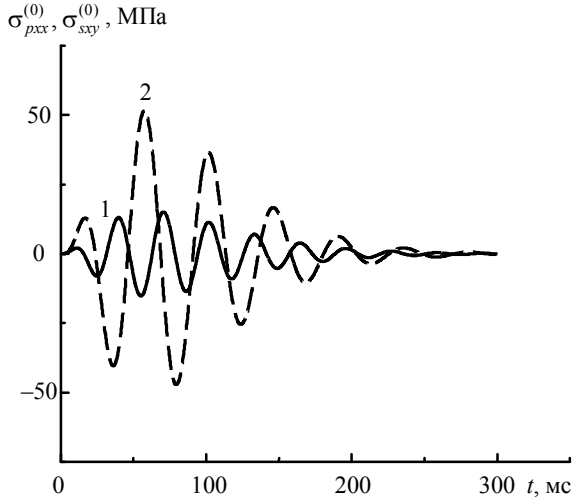



Рис.2. Эпюры продольной $\sigma^{(0)}_{pxx}$ и поперечной $\sigma^{(0)}_{sxy}$ волн напряжений на расстоянии $R = 7$ м от границы очага, генерируемого горным ударом с энергией $E = 100$ кДж

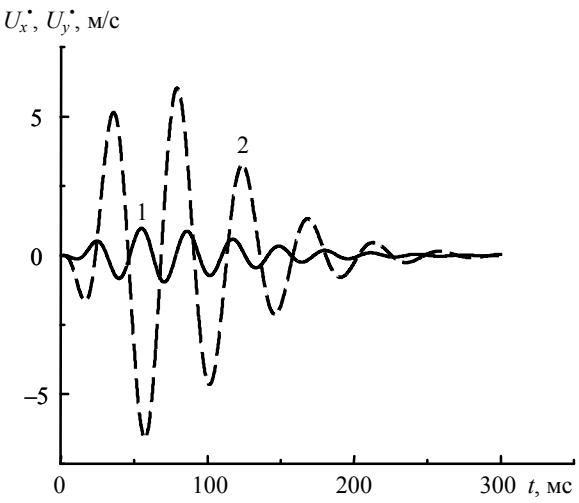



Рис.3. Эпюры массовых скоростей $U_x^{\bullet}$ и $U_y^{\bullet}$ в продольной и поперечной волне на расстоянии $R = 7$ м от границы очага, генерируемого горным ударом с энергией $E = 100$ кДж

длительность действия как продольной, так и поперечной волн может быть оценена в 250-300 мс. На расстоянии, равном 7 м, поперечная волна воздействует на выработку с задержкой, не превышающей по времени 2,42 мс от момента воздействия на нее продольной волны. С увеличением расстояния от очага возрастает интервал времени, соответствующий запаздыванию натекания прямой поперечной волны на выработку по отношению к начальному моменту воздействия на нее прямой продольной волны. Но даже на расстоянии $R = 50$ м от очага действия продольной и поперечной волн на выработку следует рассматривать как совместные, так как задержка по времени не будет превышать 8,62 мс. Для горного удара с энергией 10 кДж задержка по времени будет составлять примерно третью или четвертую части от длительности всего процесса, а для горного удара с энергией 100 кДж – примерно одну тридцатую часть (рис.2, 3).

На основании этих оценок можно сделать вывод о необходимости исследования совместного действия горного давления, продольных и поперечных сейсмических волн на выработку. Выполняя исследования, будем основываться на принципе суперпозиции.

Изучая совместное действие горного давления и сейсмических волн на выработку, следует иметь в виду, что наличие выработки в породном массиве ослабляет его. Поэтому статические напряжения в массиве от горного давления будем характеризовать компонентами $\sigma_{gxx}$, $\sigma_{gyy}$, $\sigma_{gxy}$.

Рассматривая воздействие продольной и поперечной сейсмических волн на выработку, касательную $\sigma^{(0)}_{pxy}$ компоненту тензора напряжений в возмущенной области за фронтом прямой продольной волны примем равной нулю, а компоненты нормальной $\sigma^{(0)}_{pxx}$ и тангенциальной $\sigma^{(0)}_{pyy}$ составляющих тензора напряжений считаем заданными. Сдвиговую $\sigma^{(0)}_{sxy}$ компоненту тензора напряжений в возмущенной области за фронтом прямой поперечной волны будем считать заданной, а компоненты нормальной $\sigma^{(0)}_{sxx}$ и тангенциальной $\sigma^{(0)}_{syy}$ составляющих тензора напряжений примем равными нулю.

Воздействие прямой продольной и поперечной волн на выработку сопровождается формированием дифракционных и отраженных волн $\sigma_{pxx}$, $\sigma_{pyy}$, $\sigma_{pxy}$ и $\sigma_{sxx}$, $\sigma_{syy}$, $\sigma_{sxy}$ в породном массиве вокруг нее. Так как натекающие на выработку продольная и поперечная волны характеризуются знакопеременными эпюрами напряжений, то, несмотря на действие горного давления, суммарные напряжения

$$\sigma_{xx} = \sigma_{gxx} + \sigma_{pxx} + \sigma_{sxx};$$

$$\sigma_{yy} = \sigma_{gyy} + \sigma_{pyy} + \sigma_{syy};$$

$$\sigma_{xy} = \sigma_{gxy} + \sigma_{pxy} + \sigma_{sxy}$$

могут оказаться растягивающими в некоторых областях вокруг выработки. Превышение растягивающими напряжениями критических значений может сопровождаться развитием пластических деформаций и разрушением горной породы с образованием новой формы поперечного сечения выработки. Если фронт прямой продольной волны параллелен одной из сторон горной выработки, то в качестве критерия разрушения породы в приконтурном массиве выработки можно принять неравенство $\sigma_{xx} \geq \sigma_r$, где $\sigma_r$ – критическое значение растягивающих напряжений.

С увеличением глубины размещения выработки в породе или с увеличением энергии динамического явления (горного удара) возрастают амплитудные значения суммарных напряжений $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}$, в результате чего материал горной породы может перейти в пластическое состояние. В этом случае, предполагая, что напряженно-деформируемое состояние породы вокруг выработки характеризуется плоской деформацией, в качестве критерия образования пластических деформаций в горной породе можно принять неравенство

$$\sigma T \leq \tau_s, \ \tau_s = \sigma_s / \sqrt{3};$$

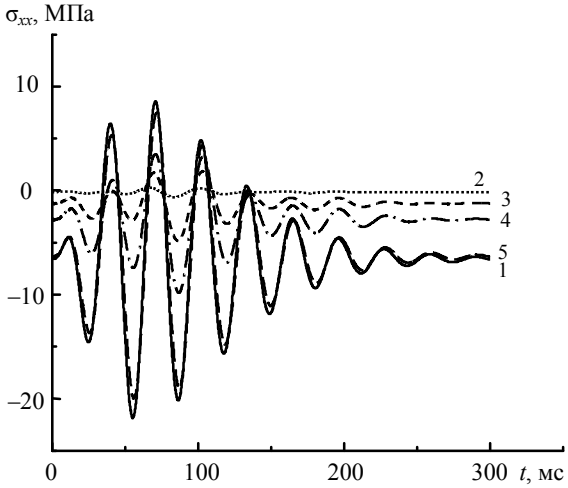



Рис.4. Эпюры суммарных напряжений $\sigma_{xx}$ в кровле выработки, генерируемых совместным действием горного давления, продольной и поперечной волн напряжений, на различных расстояниях от контура выработки вдоль вертикальной оси симметрии $y = 0$ м
1 – прямая волна; 2 – $x$ = 0,4 м; 3 – $x$ = 1,2 м; 4 – $x$ = = 2,0 м; 5 – $x$ = 6,0 м

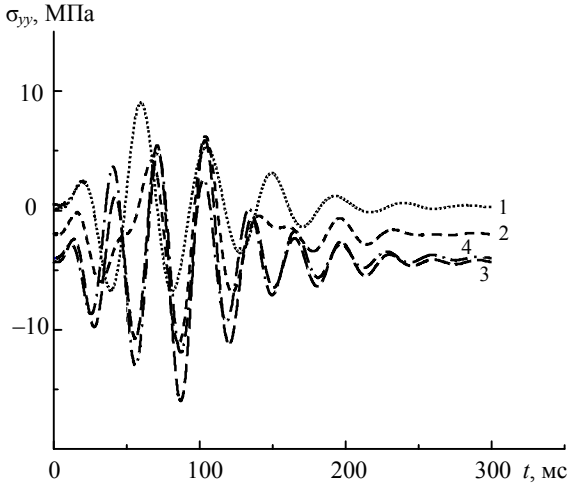



Рис.5. Эпюры суммарных напряжений $\sigma_{yy}$ в кровле выработки, генерируемых совместным действием горного давления, продольной и поперечной волн напряжений, на различных расстояниях от контура выработки вдоль вертикальной оси симметрии $y = 0$ м
1 – $x$ = 0 м; 2 – $x$ = 0,4 м; 3 – $x$ = 1,2 м; 4 – $x$ = 6,0 м

$$T^2 = \frac{1}{6}\left\{\left(\sigma_{xx} - \sigma_{yy}\right)^2 + \left(\sigma_{yy} - \sigma_{zz}\right)^2 + \right.$$

$$\left. + \left(\sigma_{zz} - \sigma_{xx}\right)^2 + 6\left(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{xz}^2\right)\right\};$$

$$\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})\,;\ \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0\,,$$

где $\sigma_s$ – предел текучести материала горной породы.

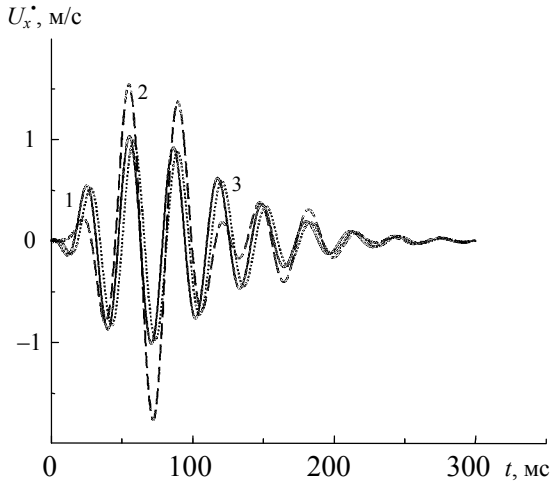



Рис.6. Эпюры массовых скоростей $U_x^{\bullet}$ в приконтурном массиве горной выработки при воздействии на нее сейсмической волны горным ударом с энергией $E$ = 100 кДж

Эпюры суммарных компонент тензора напряжений $\sigma_{xx}$, $\sigma_{yy}$, развивающихся в приконтурном массиве кровли выработки, расположенной на глубине 250 м, от действия горного удара с энергией 100 кДж, изображены на рис.4, 5.

Эпюры $\sigma_{xx}$ рассчитывались в точках оси симметрии $Oy$ выработки при $x = 0$; 0,4; 1,2; 2,0; 6,0 м (кривые 2-5), а эпюры $\sigma_{yy}$ рассчитывались на расстояниях $x$, равных 0; 0,4; 1,2; 6,0 м от контура выработки (кривые 1-4).

Анализ результатов расчетов, представленных на рис.4, 5, позволяет сделать вывод, что в кровле выработки развиваются значительные растягивающие напряжения, способные привести к разрушению приконтурного породного массива.

Столь же значительные растягивающие напряжения развиваются в подошве и боке выработки. На рис.6 изображены эпюры массовых скоростей в приконтурном массиве выработки при воздействии на нее сейсмической волны, генерируемой горным ударом с энергией 100 кДж. Расчеты эпюр массовых скоростей и ускорений выполнялись в

предположении о расположении выработки в 7 м от границы разрушения, соответствующей выделившейся энергии.

Эпюры массовых скоростей рассчитывались в кровле, боке и подошве выработки на расстоянии 1,2 м от контура (соответственно кривые 1, 2, 3). В кровле и подошве выработки эпюры массовых скоростей практически не изменяются до расстояний 10,0 м от контура. В боке выработки эпюры массовых скоростей изменяются больше, чем в кровле и подошве, но эти изменения не очень существенны, и обусловлены действием поперечной волны. То же самое можно утверждать и о массовых ускорениях, максимальные значения которых не превосходят 20*g* во всем приконтурном массиве. На основании этих результатов расчета можно утверждать, что при воздействии сейсмических волн от горного удара с энергией 100 кДж дифракционные процессы в приконтурном массиве несущественно влияют на напряженное состояние горных пород. Поэтому процесс сейсмических волн, генерируемых горными ударами с энергией 100 кДж и более на выработки, можно рассматривать как квазистатический.