УДК 621.648.22

**С.Е.ДЕМЬЯНОВ**
*Горно-электромеханический факультет,*
*группа МГМ-01, ассистент профессора*

# ОБОСНОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ ПРИ ГИДРАВЛИЧЕСКОМ ТРАНСПОРТИРОВАНИИ ВЫСОКОКОНЦЕНТРИРОВАННЫХ ГИДРОСМЕСЕЙ

При транспортировании высококонцентрированных гидросмесей важной задачей является выбор реологической модели, на основе которой будут определены основные параметры гидротранспорта. Попытки исследователей использовать реологические модели чистых жидкостей для расчета высококонцентрированных смесей редко приводили к положительным результатам. Суть проблемы заключается в сложности, а иногда и в невозможности определения основных реологических параметров, таких как начальное напряжение сдвига, эффективная динамическая и пластическая вязкости. Во многих статьях представлены результаты таких исследований. Чаще всего встречается модель Хершеля-Баклея и две разновидности модели Бингама. В нашем случае предпочтительнее использовать модель Бингама. В статье представлена методика расчета параметров гидравлического транспортирования высококонцентрированных гидросмесей, основанная на разработанной ранее математической модели для транспорта таких гидросмесей. В основе методологии лежит предположение, согласно которому в объеме высококонцентрированной гидросмеси образуется тело потока с переменным значением концентрации твердых частиц и вязкости. Исследования, проведенные в лабораторных и промышленных условиях на примере хвостов обогащения медной руды, подтверждают идентичность расчетных и опытных результатов, что позволяет использовать эту модель для расчета гидравлического транспорта высококонцентрированных гидросмесей.

An important task in designing hydrotransport mixtures with high concentration of solid particles is the choice of corresponding reological models on the basis of which all parameters of the hydrotransport system are determined. Attempts made by many researchers in applying reological models of pure liquids for high-concentration mixtures have rarely led to obtaining positive results. The core of the problem lies in complexity and sometimes impossibility to determine the main reological features such as upper yield point, effective dynamic and plastic viscosities, etc. Results of such investigations are published in a number of papers. The most often used approaches are the Herschel-Balkley model and two types of the Bingham model. From the practical point of view the Bingham model seems more preferable. The paper presents a design procedure to calculate parameters of high-concentration hydrotransport mixtures, which is based on previously developed mathematical model for transportation of such hydromixtures. This method is the based on the assumption that the blow body with variable values of solid particle concentration and viscosity is formed in the volume of high-concentration hydromixture. Experimental investigations carried out in both laboratory and industrial conditions using copper ore mill tailings have shown high convergence of theoretical and experienced data, which allows application of this model to calculate pipeline transportation of high-concentration hydromixtures.

Важным направлением повышения технико-экономической эффективности гидравлического транспортирования продуктов переработки минерального сырья в горной промышленности является разработка технологий, обеспечивающих увеличение концентрации твердой фазы в объеме гидросмеси и соответственно уменьшение объемов взвесенесущей водяной массы. В основе этой тенденции находится явление снижения интенсивности турбулентного массобмена при течении концентрированных гидросме-

сей, связанного с возникновением структурного течения, подобного вязкопластическому, модель которого описывается реологическим соотношением

$$T = \tau + \mu \frac{\partial v}{\partial n}, \qquad (1)$$

где $T$ – касательное напряжение в потоке гидросмеси; $\tau$ – начальное напряжение сдвига; $\mu$ – вязкость; $\frac{\partial v}{\partial n}$ – градиент скорости деформации среды.

В соответствии с общепринятой гидравлической схемой структурного вязкопластического течения (после преодоления разностью давлений сопротивления начального напряжения сдвига) вокруг оси формируется сохраняющее связанную структуру нераспадающееся ядро, которое переносится окружающим его и примыкающим к стенкам трубопровода вязким потоком. При этом начальные напряжения сдвига $\tau$ и вязкости гидросмеси $\mu$, входящие в выражение (1), постоянны.

В настоящее время общей математической модели течения подобных сред не существует. Но на основе механизма структурного течения получена зависимость для расхода вязкопластического потока, известная как формула Букингема:

$$Q = \frac{\pi \Delta P R^4}{8 l \mu}\left[1 - \frac{4}{3}\frac{r_0}{R} + \frac{1}{3}\left(\frac{r_0}{R}\right)^4\right], \qquad (2)$$

где $\Delta P$ – перепад давления на длине $l$ трубопровода; $r_0$ – радиус ядра потока; $R$ – радиус трубопровода.

Анализ течения реальных высококонцентрированных мелкофракционных гидросмесей показывает, что их характер близок к модели (1), но тем не менее отличается от нее некоторыми особенностями: величины $\tau$ и $\mu$ являются переменными. Переменность напряжений сдвига и вязкости обусловлена изменением концентрации твердой фазы в поперечном сечении структурного потока высококонцентрированных мелкофракционных гидросмесей. В связи с этим гидросмеси, описываемые моделью (1) (реологической моделью Бингама), а также формулой Букингема (2) и характеризующиеся постоянным значением вязкости, относятся к группе пластиков (пластических жидкостей), а реальные высококонцентрированные мелкофракционные гидросмеси необходимо отнести к группе псевдопластиков.

В идеальных вязкопластичных жидкостях (бингамовских пластиках) наличие вязкопластических свойств обусловлено физико-химическим строением жидкости, когда при градиенте концентрации, температуре или количестве движения имеет место деформация объема и возникают силы сопротивления сдвигу слоев жидкости. При этом отдельные молекулярные цепи изменяют свою длину и форму, которое не вызывает в начальный момент времени сдвига слоев пластика, что и обусловливает возникновение начального напряжения сдвига $\tau_0$. В дальнейшем, когда возможности изменения длины и формы отдельных молекулярных цепей будут исчерпаны, происходит сдвиг отдельных слоев пластика и начинает действовать закон пластического трения.

Гидросмеси продуктов переработки минерального сырья состоят из двух отдельных фаз: воды – непрерывной среды (континуум) и твердых частиц (дискретной среды). Каждая частица мелкофракционной твердой фазы в водной среде получает на своей поверхности жидкую оболочку, в результате чего образуется диполь, несущий положительный и отрицательный заряды. Ориентация диполей в объеме смеси определяется взаимодействием их между собой. В результате этого взаимодействия образуется структура, и гидросмесь можно рассматривать как непрерывную среду [1]. При воздействии на объем такой смеси некоторой силы в начальный момент происходит деформация сольватных оболочек диполей и проявляется начальное напряжение сдвига $\tau_0$, которое в данном случае является следствием упругой деформации. В дальнейшем с проявлением пластической вязкости происходит сдвиг отдельных слоев гидросмеси. Такой механизм проявления вязкопластических свойств характерен для гидросмесей с мелкими и практически однородными частицами.

Реальные гидросмеси включают частицы мелких классов, но разнородных по форме. Вследствие этого некоторая часть твердых частиц не будет полностью покрыта сольватной оболочкой или утратит ее. При деформации объема реальной гидросмеси к вязкопластическому трению добавляется чисто механическое трение частиц, утративших или не получивших сольватные оболочки на своей поверхности. Вязкость в таких смесях проявляется в виде суммарного эффекта от пластической вязкости, обусловленной сопротивлением сдвигу отдельных слоев гидросмеси и трением твердых частиц, не имеющих сольватных оболочек. Таким образом, возникновение вязкопластических свойств в объеме мелкофракционных гидросмесей высокой концентрации характерно как для физической (образование диполей), так и механической (трение) природы. В соответствии с такой моделью проявления вязкопластического трения коэффициент вязкости [3]

$$\eta_{\acute{y}\hat{o}} = \eta_{\ddot{i}}\, k_{\tilde{n}\grave{o}}, \qquad (3)$$

где $\eta_{\acute{y}\hat{o}}$ – эффективная вязкость (вязкость от суммарного эффекта); $\eta_{\ddot{i}}$ – пластическая вязкость; $k_{\tilde{n}\grave{o}}$ – коэффициент структуры.

Следовательно, значение коэффициента вязкости зависит от структурной вязкости потока, которая связана с эффективной вязкостью соотношением

$$\frac{\eta_{\acute{y}\hat{o}}}{\eta_{\tilde{n}\grave{o}}} = k_{\ddot{i}}\ , \qquad (4)$$

где $k_{\text{п}}$ – коэффициент относительной пластической вязкости.

Каждая из составляющих эффективной вязкости определяется собственным углом сдвига (рис.1) и соотношениями $\eta_{\text{п}} = \text{tg}\varphi$; $\eta_{\text{ст}} = \text{tg}\delta$; $\eta_{\text{эф}} = \eta_{\text{п}} + \eta_{\text{ст}} = \text{tg}\gamma = \dfrac{\tau - \tau_0}{\gamma}$.

Естественно предположить, что значение эффективной вязкости зависит от концентрации твердых частиц в объеме гидросмеси. При незначительных концентрациях, когда начальное напряжение сдвига пренебрежимо мало, структурная вязкость будет равна эффективной, которая в этом случае равна ньютоновской вязкости несущей жидкости. С ростом концентрации твердых частиц возрастает значение ньютоновской вязкости, и при некотором предельном значении концентрации в объеме гидросмеси начинают проявляться структурные свойства, возникает структурная вязкость и начальное напряжение сдвига. Примерный вид графика изменения вязкости гидросмеси от концентрации приведен на рис.2.

Соотношение пластической и структурной вязкости определяется из формул (3) и (4), откуда получим

$$\eta_{\ddot{i}} = \eta_{\tilde{n}\grave{o}} \frac{k_{\ddot{i}}}{k_{\tilde{n}\grave{o}}}. \qquad (5)$$

Эффективная вязкость представляет собой среднее значение вязкости и является функцией средней концентрации твердых частиц по сечению потока гидросмеси. Структурная вязкость проявляется при пластической деформации объема гидросмеси на границе ядра течения, постоянна по сво-

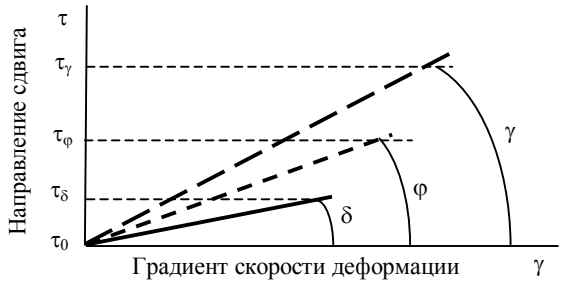



Рис.1. Зависимость напряжения сдвига и вязкости от градиента скорости деформации для мелкофракционных гидросмесей

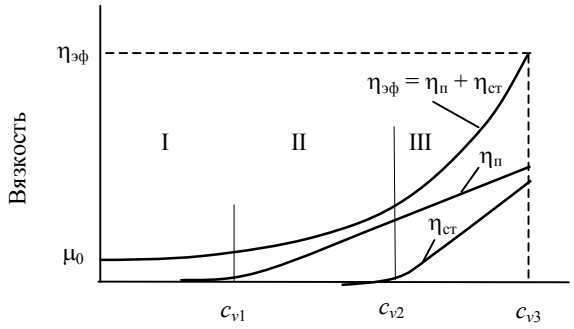



Рис.2. Зависимость составляющих эффективной вязкости от концентрации

I, II и III – ньютоновская, пластическая и структурная зона соответственно

ей величине и имеет наибольшее значение. Эффект пластической вязкости возникает при деформации слоев гидросмеси и зависит от структурной. Из формул (3)-(5) следует, что $k_{ст} > 1$, а $k_{п} < 1$. Если $k_{п}/k_{ст} = 1$, то $\eta_{п} = \eta_{ст}$ и, следовательно, $\eta_{эф} = \eta_{п}$, т.е. в этом случае гидросмесь представляет собой чистую жидкость. Значение коэффициента структуры, также как и значения составляющих эффективной вязкости, определяется концентрацией гидросмеси, т.е. $k_{\tilde{n}\grave{o}} = f(c_v)$.

С учетом особенностей проявления вязкопластичных свойств концентрированными мелкофракционными гидросмесями, рассмотренными выше, реологическая модель таких смесей жидкостей может быть записана в следующем виде:

$$\tau = \tau_0 + \eta_{\ddot{i}}\, k_{\tilde{n}\grave{o}} \frac{dv}{dy} \qquad (6)$$

или через структурную вязкость

$$\tau = \tau_0 + \eta_{\tilde{n}\grave{o}} \frac{k_{\ddot{i}}}{k_{\tilde{n}\grave{o}}} \frac{dv}{dy}. \qquad (7)$$

Модель (6) и (7) отличается от модели (1) тем, что она учитывает как структурные, так и пластические свойства высококонцентрированных мелкофракционных гидросмесей, проявляющих вязкопластические свойства. После интегрирования уравнений (6), (7) с учетом изменения концентрации и вязкости по сечению потока гидросмеси получим формулу расхода, отличную от формулы Букингема (2).

Зависимость касательных напряжений от нормальных составляющих напряжений деформации обусловлена тем, что в матрице девиатора тензора напряжений диагональные составляющие не равны между собой и нулю. Общей математической модели течения подобной среды в настоящее время не существует.

В отличие от обобщенного закона вязкого трения для ньютоновских жидкостей

$$p_{ij} = \begin{cases} \mu\left(\dfrac{\partial v_i}{\partial x_j} + \dfrac{\partial v_j}{\partial x_i}\right) & \text{ïðè} \quad i \neq j; \\ 2\mu \dfrac{\partial v_i}{\partial x_j} - p & \text{ïðè} \quad i = j. \end{cases} \qquad (8)$$

В предлагаемой модели согласно исходному реологическому уравнению, касательные напряжения приобретают аддитивный член $\tau_0$, и тогда тензор напряжений имеет вид

$$p_{ij} = \begin{cases} \tau_0 + \mu\left(\dfrac{\partial v_i}{\partial x_j} + \dfrac{\partial v_j}{\partial x_i}\right) & \text{ïðè} \quad i \neq j; \\ -p + 2\mu \dfrac{\partial v_i}{\partial x_j} & \text{ïðè} \quad i = j, \end{cases} \qquad (9)$$

где $\mu = \mu(x, y, z)$ – переменная вязкость; $p_{ij}$ – компоненты тензора деформаций; $v_{ij}$ – компоненты вектора скорости по осям $x_{ij}$.

Подстановка (8) в общие для сплошной среды уравнения в напряжениях приводит к известным уравнениям Навье – Стокса, в которых, как было сказано выше, коэффициент вязкости – величина постоянная. Для переменной вязкости в случае течения вязкопластической жидкости запишем общее уравнение динамики сплошной среды в напряжениях, которое в проекциях на ось $x$ имеет вид

$$\rho \frac{dv_x}{dt} = \rho X + \frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial p_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial p_{zx}}{\partial z}, \qquad (10)$$

где $\rho$ – плотность среды; $x$, $y$, $z$ – проекции ускорений массовых сил.

Подставив (9) в (10), получим

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} = \rho X - \frac{\partial p}{\partial x} + 2\mu \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + 2\frac{\partial \mu}{\partial x}\frac{\partial v_x}{\partial x} +$$

$$+ \frac{\partial \tau}{\partial y} + \mu \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x}\right) + \frac{\partial \mu}{\partial y}\left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x}\right) +$$

$$+ \frac{\partial \tau}{\partial z} + \mu \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x}\right) + \frac{\partial \mu}{\partial z}\left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x}\right) =$$

$$= \rho X - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}\right) +$$

$$+ \mu \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}\right) + \frac{\partial \tau}{\partial y} + \frac{\partial \tau}{\partial z} +$$

$$+ \frac{\partial \mu}{\partial y}\left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial v_x}\right) + \frac{\partial \mu}{\partial z}\left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x}\right).$$

Воспользуемся уравнением сплошности (неразрывности)

$$\mathrm{div} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \qquad (11)$$

и будем иметь

$$\rho \frac{dv_x}{dt} = \rho X - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \nabla v_x + A_x, \qquad (12)$$

где $\nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа;

$$A_x = \frac{\partial \tau(p)}{\partial y} + \frac{\partial \tau(p)}{\partial z} + \frac{\partial \mu}{\partial y}\left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x}\right) + \frac{\partial \mu}{\partial z}\left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x}\right).$$

Аналогичные выражения получим в проекциях на оси $y$ и $z$.

Полученные уравнения определяют математическую модель вязкопластического течения с переменными реологическими параметрами. Для решения системы необходимо задать начальные и граничные условия путем постановки конкретной физической задачи.

Полученные уравнения пространственной задачи, являющиеся основой предлагаемой модели при $A_x \neq 0$, $A_y \neq 0$, $A_z \neq 0$, значительно сложнее, чем система уравнений Навье – Стокса, получивших весьма слабое применение. Кроме того, система уравнений предлагаемой математической модели принципиально отличается от известной системы уравнений взвесенесущего (турбулентного) потока, которую в настоящее время в общем виде еще не удается решить [1].

Расчет систем гидротранспорта весьма обширен и сложен, поэтому целесообразно упростить этот процесс с помощью программных средств расчета на компьютере.

Для эффективного расчета систем гидротранспорта был разработан программный модуль в среде Visual Basic 6.0, в возможности которого входит:

- расчет эффективной мощности, потерь напора, критической скорости потока, необходимого диаметра трубопровода, напряжений на стенках трубопровода, расхода и теоретического напора при заданной начальной концентрации твердой фазы и других характеристик потока;
- комплексный расчет перечисленных выше параметров потока. Размер комплекса определяется значением и количеством приращений концентрации твердой фазы;
- построение графика зависимости потерь напора от концентрации по полученным расчетным характеристикам потока;
- по известным значениям напора и расхода возможен автоматический выбор подходящего насоса. База данных насосов постоянно расширяется.

Основные выводы по работе могут быть сформулированы в следующем виде.

Получена формула для расхода вязкопластической гидросмеси в зависимости от концентрации твердых частиц в поперечном сечении трубопровода.

Обоснована эффективная вязкость вязкопластических гидросмесей, которая учитывает пластические свойства жидкостей и свойства, определяемые трением отдельных частиц при течении потока.

Зависимость для расхода вязкопластического потока, известная как формула Букингема, не учитывает некоторые особенности, а именно переменность напряжений сдвига и вязкости. Для их учета была предложена математическая модель и проведен ее анализ. Таким образом, получено итоговое выражение (2) для расхода потока с поправкой на напряжения сдвига и вязкости, которое при определенных условиях приобретает вид уравнения Букингема.

Для более эффективного расчета систем гидротранспорта был разработан программный модуль в среде Visual Basic 6.0.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. *Гориславец В.М.* Исследование реологических свойств концентрированных суспензий при наличии пристенного слоя / В.М.Гориславец, А.К.Дунец // Инженерно-физический журнал. 1975. Т.29. № 2.

2. *Криль С.И.* Метод расчета критических скоростей гидротранспортирования по горизонтальным трубопроводам // Гидравлика и гидротехника. 1985. Вып.41.

3. *Alexandrov V.I.* Some Experimental Studies of High Concentration Slurry Transport. Prace Naukowe Instytutu Geotechniki i Hydrotechniki Politechniki Wroclawskiej. Wroclaw, 1996. № 71.

Научный руководитель д.т.н. проф. *В.И.Александров*