УДК 311.17:69.034

А.А.ВОРОНОВ, В.Н.РАЗУВАЕВ
Санкт-Петербургский морской технический университет, Россия

ПОСТРОЕНИЕ *S*-ФУНКЦИИ ПРИ ПРОГНОЗИРОВАНИИ ХАРАКТЕРИСТИК МОРСКОЙ ТЕХНИКИ

Для описания тенденций развития морской техники в пределах одного эволюционного этапа целесообразно использовать четырехпараметрическую *S*-функцию. Рассматриваются особенности решения системы четырех нелинейных уравнений с четырьмя неизвестными с использованием метода начальных параметров. Сформулированы методические принципы построения *S*-функций.

It is marked in the work, that for description of tendencies in development of some objects of the sea engineering within limits of an evolutionary stage, it is expedient to use 4 parametrical *S*-function. Features of the decision of system of 4 nonlinear equations with four unknown with use of a method of initial parameters are considered (examined). In conclusion of work methodical principles of construction of *S*-functions have been formulated.

Закономерности развития различных технических систем в разное время рассматривались разными авторами. Согласно исследованиям, в пределах одного эволюционного этапа закономерности изменения характеристик объекта могут быть описаны *S*-функцией [1, 2, 5].

При оценке тенденций развития целесообразно использовать методы анализа данных, позволяющие одновременно учитывать множество признаков для рассматриваемого количества объектов и выделять из заданной совокупности объектов морской техники (МТ) группы (классы), элементы в которых имеют сходные признаки [3].

После выделения однородной совокупности мы получим массив с данными t_i и y_i, где $i = 1, 2, \ldots, N$; N – число элементов в массиве. На основании этого массива надо построить некоторую *S*-функцию, т.е. кривую вида

$$W = \frac{L}{a + \exp\left(b \exp(-\beta t)\right)}. \qquad (1)$$

Для этого необходимо определить постоянные коэффициенты L, a, b, β. Как видно из уравнения (1), модель нелинейна, а это не только усложняет оценку требуемых параметров, но и значительно затрудняет вычисление и интерпретацию доверительных интервалов для этих параметров, а также их верификацию.

Для решения задачи методом наименьших квадратов составляется следующая функция:

$$F(L,a,b,\beta) = \sum_{i=1}^{N}\left(y_i - \frac{L}{a + e^{b\mathrm{e}^{-\beta t_i}}}\right)^2. \qquad (2)$$

Таким образом, задача свелась к определению локального минимума функции четырех переменных. Известно также, что *S*-функция областью своего определения имеет следующие значения параметров [1]:

$$L > 0,\ a > -1,\ b > 0,\ \beta > 0,$$
$$\mathrm{e}^b(b-1) - a(b+1) > 0. \qquad (3)$$

Решением задачи будут служить стационарные точки функции F, которые находим из следующих условий:

$$\frac{\partial F}{\partial L} = 0;\ \frac{\partial F}{\partial a} = 0;\ \frac{\partial F}{\partial b} = 0;\ \frac{\partial L}{\partial \beta} = 0. \qquad (4)$$

Из этих равенств путем преобразований можно получить следующую систему четырех нелинейных уравнений с четырьмя неизвестными:

$$\sum_{i=1}^{N}\left(y_i-\frac{L}{f+M}\right)\left(-\frac{1}{a+M}\right)=0;$$

$$\sum_{i=1}^{N}\left(y_i-\frac{L}{a+M}\right)\frac{L}{(a+M)^2}=0;$$

$$\sum_{i=1}^{N}\left(y_i-\frac{L}{a+M}\right)\frac{L}{(a+M)^2}\,\mathrm{e}^{-\beta t_i}\,M=0; \qquad (5)$$

$$\sum_{i=1}^{N}\left(y_i-\frac{L}{a+M}\right)\frac{L}{(a+M)^2}\,\mathrm{e}^{-\beta t_i}\,M(-bt_i)=0,$$

где $M=\mathrm{e}^{b\,\mathrm{e}^{-\beta t_i}}$

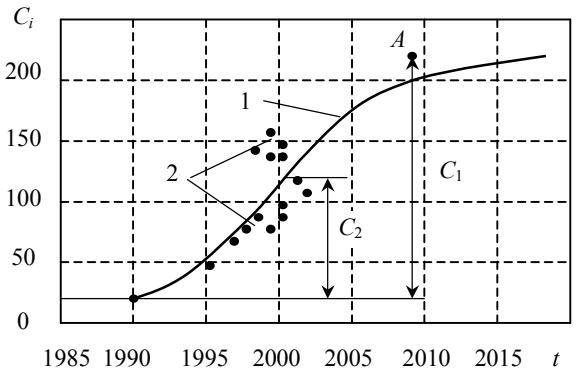
Известно, что для поиска решений системы трансцендентных уравнений применяют численные решения. Кроме того, особенностью этой системы является очень значительная степень неустойчивости ее решений. Поэтому в работе использован метод начальных параметров, суть которого состоит в том, чтобы автоматически выбрать из массива исходных данных четыре характерные точки и подставить их значения в уравнение $y(t)$ (см. рисунок). Принципиально характерными являются, очевидно, следующие точки: $t=0$, $t=t_{\text{ср}}$, $t=t_{\max}$, $t=t_{\infty}$. Введем следующую характеристику:

$$\delta=\frac{|y(0)-y_i|}{C_1}, \qquad (6)$$

где C_1 – максимально возможное значение исследуемой характеристики объекта МТ, соответствующее определенному времени.

Как видно из рисунка, обоснованное задание координат этой точки (точка A), определяющим образом будет влиять на адекватность описания тенденций развития объекта МТ полученной кривой.

Объективную информацию о координатах точки A можно получить по результатам исследования рынка [4]: зная $t_{\text{кр}}$ можно определить значение $w_{\text{кр}}$ (скорость изменения уровня развития объекта МТ), а следовательно и значение $y_{\max}(t_{\text{кр}})$. При отсутствии результатов исследования рынка координаты точки A могут быть установлены с учетом существования предела $W_{\text{т}}$ и экспертной оценки значения $t_{\text{кр}}$ либо только по результатам экспертной оценки. В обоих случаях точность описания полученной кривой тенденций развития объекта МТ будет ниже.



Влияние координат точки на описание тенденции развития объекта МТ

1 – предполагаемая кривая; 2 – точки массива

Коэффициент δ в выражении (6) является характеристикой растяжения-сжатия предполагаемой кривой относительно первой и максимальной точек массива. Его значение пропорционально 0,01-0,001 и менее. Чем меньше этот коэффициент, тем ближе кривая проходит к крайним точкам массива.

Таким образом, поставив в соответствие указанным точкам массива t_i первую, среднюю (характеризуется параметром C_2), максимальную и предельную (теоретическую) точки массива y_i, мы получим следующую систему уравнений:

$$y_0=\frac{L_0}{a_0+\mathrm{e}^{b_0}}=\delta C_1;$$

$$y_{\infty}=\frac{L_0}{1+a_0}=(1-\delta)C_1;$$

$$y_{\text{ñð}}=\frac{L_0}{a_0+\mathrm{e}^{b_0\,\mathrm{e}^{-\beta_0 t_{\text{ñð}}}}}=C_2; \qquad (7)$$

$$y_{\max}=\frac{L_0}{a_0+\mathrm{e}^{b_0\,\mathrm{e}^{-\beta_0 t_{\max}}}}=(1-\delta)^2 C_1,$$

где L_0, a_0, b_0, β_0 – искомые начальные параметры.

Решая систему (7) можно получить следующее уравнение:

$$\left(\ln(1-\delta)\frac{C_1}{C_2}(1+a_0)\right)^{\frac{t_{\max}}{t_{\text{ñð}}}}=\ln\left(\frac{1+a_0}{1-\delta}-a_0\right)\times$$

$$\times\left(\ln\left(\left(\frac{1}{\delta}-1\right)(1+a_0)-a_0\right)\right)^{\frac{t_{\max}}{t_{\text{ñð}}}}. \qquad (8)$$

Применяя численный метод Ньютона, найдем корень этого уравнения. На множестве значений $a_0 > -1$ это уравнение имеет единственное решение. Зная параметр a_0, из системы (7) можно найти все остальные начальные параметры:

$$L_0 = (1-\delta)C_1(1+a_0);$$
$$b_0 = \ln\left(\frac{L_0}{\delta C_1} - a_0\right);$$
$$\beta_0 = -\frac{1}{t_{\text{ñð}}}\ln\left(\frac{\ln\left(\frac{L_0}{C_2} - a_0\right)}{\ln\left(\frac{L_0}{\delta C_1} - a_0\right)}\right). \quad (9)$$

Таким образом, все начальные параметры системы определены. Единственной вариантой при использовании метода начальных параметров является коэффициент δ, который является эквивалентом всех физических и графических ограничений, дополняющих, как было сказано выше, данные исходных точек массива. Для большинства возможных случаев обработки данных рекомендуется использовать значение $\delta = 0{,}001$. Верификация результатов для такой организации вычислений представляется графиком *S*-функции. Меняя коэффициент δ, можно получить достаточно близкие результаты и из серии кривых выбрать наиболее адекватную.

Анализ моделей развития объектов МТ позволяет сформулировать методические принципы построения *S*-функций:

1. Для повышения объективности при построении *S*-функции необходимо, чтобы предшествующий прогнозу период был возможно бльшим по продолжительности и имел достаточное количество статистических данных. Хотя в некоторых случаях небольшого количества точек (в пределах десяти) может оказаться достаточным. Важно, чтобы они были достоверными. Это позволит более объективно определить кривизну изменения *S*-функции во времени. Малый интервал во времени, принятый для анализа, может исказить действительную картину изменения критерия W_i.

2. При построении *S*-функции в качестве критерия развития W_i целесообразно принимать «главный» параметр рассматриваемого объекта, который являлся бы интегральным показателем данного объекта. Выбор критерия W_i может быть осуществлен, если определен принцип действия, положенный в основу рассматриваемого объекта морской техники.

3. Проведение анализа изменения статистических данных для установления количества стадий развития требует привлечения высококвалифицированных специалистов, например главных конструкторов. Такие специалисты способны произвести строгий отбор статистических данных, которые должны относиться именно к исследуемой совокупности объектов, а также исключить из процесса аппроксимации *S*-функцией те статистические данные, которые относятся к зарождающейся новой стадии и основаны на новых принципах действия либо принадлежат объектам, созданным для специальных целей.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Каменев А.Ф.* Технические системы: закономерности развития. Л.: Машиностроение, 1985. 216 с.

2. *Михайлов В.И.* Выбор характеристик проектных решений // Судостроение, 1989. № 11. С.5-6.

3. Прикладная статистика. Классификация и снижение размерности: Справ. изд. / Под ред. С.А.Айвазяна. М.: Финансы и статистика, 1989. 607 с.

4. *Разуваев В.Н.* Функционально-структурный анализ при проектировании морской техники: Учеб. пособие / Санкт-Петербург. морской техн. ун-т. СПб, 2001. 101 с.

5. *Семенов Ю.Н.* Разработка и практическая реализация методологии автоматизированного проектирования, обоснования и планирования структур региональных комплексов нефтегазопромыслового флота: Автореф. дис. … докт. техн. наук / Ленингр. кораблестроительный ин-т. Л., 1989. 39 с.