УДК 662.951

В.О.ГОЛУБЕВ, **П.В.ИВАНОВ**
Санкт-Петербургский государственный горный институт (*технический университет*)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА СЖИГАНИЯ ГАЗООБРАЗНОГО ТОПЛИВА

Рассмотрены способы и возможность расчета горения газа в турбулентном потоке. Описаны основные уравнения, описывающие процесс горения, для определения длины факела и распределения температуры в факеле. Показаны программные продукты для расчета и моделирования сжигания газа.

Methods of calculation of burning of gas in a turbulent stream are considered. The basic equations describing process of burning, for definition of length of a torch and distribution of temperature in a torch are described. Software products for calculation and modelling of burning of gas are shown.

Явления, происходящие в турбулентном потоке горящего газа, описываются сложной системой уравнений, в состав которой входят уравнения движения и неразрывности для течения вязкого сжимаемого газа, а также уравнения энергии и диффузии для компонентов горючей смеси и продуктов реакции, содержащие нелинейные источники тепла и вещества. Интенсивность этих источников определяется уравнениями химической кинетики. В общую систему уравнений входят также уравнения состояния и выражения, определяющие зависимость физических констант (коэффициенты вязкости, теплопроводности, диффузии и др.) от температуры, давления и состава смеси. В общем случае учету подлежат также изменение молекулярной массы в ходе реакции, отличие теплоемкости исходных реагентов от теплоемкости продуктов сгорания, потери теплоты при излучении пламени, явления диссоциации, ионизации и рекомбинации, эффекты термо- и бародиффузии и диффузионной теплопроводности, обусловленные наличием резких градиентов температуры и концентраций и др. [11].

Стоит отметить, что решение полной системы уравнений реагирующего потока газов в общем случае (не только для турбулентного, но и для ламинарного потока) сопряжено, как правило, со значительными трудностями. Последние обусловлены, прежде всего, необходимостью интегрирования с учетом соответствующих граничных условий сложной системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных. Серьезным препятствием на пути получения полного решения задачи наряду с этим является недостаточность сведений и надежных количественных данных по кинетике химических реакций горения сложных смесей, в особенности применительно к турбулентному режиму течения. К тому же при расчете турбулентного горения газов в полной мере сохраняются обычные для гидродинамики трудности, связанные с незамкнутостью системы уравнений Рейнольдса для осредненного турбулентного движения. Для замыкания этой системы приходится использовать те или иные феноменологические модели осредненного движения и основанные на них выражения, связывающие эффективные (турбулентные) коэффициенты переноса со средними значениями переменных и их производными по пространственным переменным. При этом в расчет вводятся эмпирические постоянные (и даже функции вместе с определяющими их дополнительными уравнениями), не являющиеся, как известно, универсальными, а зависящие сложным образом от характера и условий протекания процесса. Таким образом, при исследовании турбулентного го-

рения газов уже на первой стадии анализа (при написании замкнутой системы уравнений) теряется однозначность формулировки задачи, возникает некоторая неопределенность в выборе расчетной схемы и эмпирических коэффициентов и функций [4].

В такой ситуации неизбежны далеко идущие упрощения как физической, так и математической постановки задачи. На практике приходится заменять полные уравнения Навье – Стокса приближенными уравнениями теории пограничного слоя и отказываться от учета влияния ряда второстепенных факторов таких, как влияние диссоциации, изменение молекулярной массы и теплоемкости в ходе реакции, теплоты трения, термо- и бародиффузии, потерь на излучение. Можно также в первом приближении (соответствующем, как правило, инженерным задачам) не учитывать изменения давления во всем поле течения свободного факела.

При указанных допущениях систему уравнений стационарного ламинарного или турбулентного пограничного слоя при наличии горения газа совместно с уравнением состояния можно записать в виде

$$\begin{gathered}
\rho u\frac{\partial u}{\partial x}+\rho v\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{1}{y^k}\frac{\partial}{\partial y}(y^k\tau);\\
\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{1}{y^k}\frac{\partial}{\partial y}(y^k\rho u)=0;\\
\rho u\frac{\partial h}{\partial x}+\rho v\frac{\partial h}{\partial y}=\frac{1}{y^k}\frac{\partial}{\partial y}(y^k g)+qw; \qquad (1)\\
\rho u\frac{\partial c_i}{\partial x}+\rho v\frac{\partial c_i}{\partial y}=\frac{1}{y^k}\frac{\partial}{\partial y}(y^k j)-w;\\
P=\rho RT,
\end{gathered}$$

где x и y – декартовы координаты; k_0 и k_1 – показатели степени, $k = 0$ для плоского и $k = 1$ для осесимметричного пограничного слоя; u и v – компоненты скорости, соответствующие осям координат; P – давление; ρ – плотность; T – температура; $h = c_pT$ – энтальпия; c_i – концентрация (индекс i относится к исходным реагентам – топливу и окислителю – или к продуктам сгорания); R и c_p – газовая постоянная и теплоемкость при постоянном давлении; τ, g и j – касательное напряжение трения, поток тепла и поток вещества, соответственно; q и $w(c, T)$ – тепловой эффект и скорость реакции.

В случае ламинарного движения газа уравнения (1) содержат действительные значения скорости, температуры, концентраций и других параметров, а также величины τ, g и j, определяемые законами Ньютона, Фурье и Фика. В случае турбулентного движения в эти уравнения вводят осредненные значения.

Для расчета турбулентного газового факела большое значение имеет приближенная модель диффузионного горения с бесконечно большой скоростью химической реакции. В этом предположении на первый план выходит вопрос о разумной аппроксимации эффективных характеристик турбулентного переноса импульса, энергии и вещества. Вопрос этот, однако, не является специфичным для турбулентного горения газа, а относится к общей теории турбулентного пограничного слоя и к теории турбулентных струй. Расчет факела может строиться на основе любой оправдавшей себя полуэмпирической расчетной схемы, принятой в современной теории струй [1,3]. Это относится к методам расчета, развитым в основополагающих работах Г.Н.Абрамовича [1], к теории асимптотического слоя [4] или интегральным методам расчета [7,8].

Основным параметром газового факела и одной из определяющих интегральных характеристик, непосредственно влияющих на эффективность рабочего процесса во вращающейся печи, является его длина. Ее определение представляет значительный интерес, хотя и входит составной частью в общий расчет факела. Определению длины факела посвящено много работ, в которых содержатся предложенные разными авторами расчетные или эмпирические формулы [6]. Как правило, они отвечают узкому диапазону условий и не поддаются достаточно широкому обобщению. Аэродинамический расчет длины факела свободен от этих недостатков и правильно отражает основные закономерности – зависимость длины факела от параметров напряженного процесса горения неперемешанных газов.

При расчете длины факела обычно вводят ограничение для скорости истечения газов: ее считают достаточно высокой, чтобы не учиты-

вать влияния свободной конвекции (подъемной силы), но достаточной малой сравнительно со скоростью звука. Зону воспламенения в факеле будем полагать предельно короткой – локализованной непосредственно возле устья горелки (кольцевого стабилизатора).

Согласно работе [4], выражение для длины факела неперемешанных газов для высококалорийного топлива с учетом уравнения энергии и неразрывности имеет вид

$$l_{\text{ô}} = \left(\frac{qG_0}{\frac{A}{B^{k+1}} \rho(i_{\text{ô}} - i_\infty) \int_0^\infty F'(\varphi)\theta_2(\varphi,0)\varphi^k d\varphi} \right)^{\frac{1}{\alpha-(k+1)\beta}},$$

где G_0 – поток избыточной концентрации в начальном сечении при $x = 0$; $i_\text{ф}$–i_∞ – поток избыточной энтальпии на выходе из горелки при $x = 0$; $F'(\varphi)$ – функция распределения концентрации реагентов во внешней области факела; $\theta_2(\varphi, 0)$ – функция распределения энтальпии реагирующих компонентов для внешней области факела; α и β – константы автомодельности; A и B – постоянные, определяемые интегральными характеристиками струи.

Значения постоянных A, B, α, β для осесимметричного турбулентного факела следующие:

$$A = \sqrt{\frac{3I_0}{8\pi\rho a_1}}; \quad B = \frac{1}{\sqrt{a_1}};$$
$$\alpha = -1; \quad \beta = -1, \qquad (2)$$

где $I_0 = (2\pi)2^k \int_0^\infty \rho u^2 y^k dy$; a_1 – коэффициент.

С учетом (2), длина осесимметричного турбулентного факела

$$l_{\text{ô}} = \pi\sqrt{\frac{8}{3}}\hat{\text{O}}\frac{1}{\sqrt{a_1}}\varepsilon,$$

где

$$\hat{\text{O}} = \int_0^\infty F'(\varphi)\theta_2(\varphi,0)\varphi^k d\varphi^{\frac{1}{\alpha-(k+1)\beta}};$$

$$\varepsilon = \frac{c_{10}}{c_{2\infty}}\Omega + 1;$$

Ω – стехиометрическое число; c_{10} и $c_{2\infty}$ – соответственно начальная концентрация топлива и концентрация окислителя в окружающем пространстве.

Веерный факел, распространяющийся вдоль поверхности цилиндра (модель трубчатой вращающейся печи) является своеобразным промежуточным звеном между плоским и осесимметричным факелом. Длина веерного факела

$$l_{\text{ô}} = \left(\frac{qG_0}{\frac{A}{B} \rho(i_{\text{ô}} - i_\infty) \int_0^\infty F'(\varphi)\theta_2(\varphi,0)d\varphi} \right)^{\frac{1}{\alpha-\beta+1}}.$$

Вид функций $F'(\varphi)$, $\theta_2(\varphi, 0)$, и численные значения постоянных A и B и констант автомодельности в этом случае могут быть также заимствованы из решения аналогичных задач теории струй [4].

Из приведенных примеров видно, что рассмотренная схема расчета позволяет в принципе определить длину факела неперемешанных газов для любых типов струйных течений, допускающих автомодельное решение динамической задачи. Что касается расчета длины факела конечного размера, то он может быть выполнен на основе приближенных методов теории струй, позволяющих описать неавтомодельные течения.

Наибольший практический интерес представляет анализ аэродинамики турбулентного факела, истекающего из сопла конечного размера. Расчет такого факела может быть выполнен на основе приближенных методов расчета турбулентных струй [1, 3, 7]. Для решения задачи о факеле конечного размера, в принципе, можно использовать различные расчетные схемы (аналитические и численные).

Расчет начинается с задания распределения плотности потока импульса и вещества в виде некоторых функций координат, отвечающих решению соответствующих задач теории струй:

$$\overline{\rho u^2} = L_1(x,y,z); \quad \overline{\rho u \Delta\tilde{c}} = L_2(x,y,z), \quad (3)$$

где $\overline{\rho u^2} = \rho u^2 (\rho_0 u_0^2)^{-1}$, $\overline{\rho u \Delta\tilde{c}} = \rho u \Delta\tilde{c} (\rho_0 u_0 \Delta\tilde{c}_0)^{-1}$; ρ_0, u_0 и $\Delta\tilde{c}$ – соответственно плотность, ско-

рость и приведенная концентрация в начальном сечении; L_1 и L_2 – операторы, представляющие собой приближенное решение задачи о распространении турбулентной струи конечного размера.

Координаты фронта пламени могут быть определены по формуле

$$\frac{L_{1\text{ô}}^{0,5}}{L_{2\text{ô}}} = \varepsilon\sqrt{\frac{\dot{O}_{\text{ô}}}{T_0}},$$

где T_0 и $T_\text{ф}$ – температуры соответственно исходная и во фронте горения.

Из системы уравнений (3) можно получить распределение скорости, температуры и концентраций в поперечных сечениях факела, а также его форму и длину, решая систему уравнений (3) относительно соответствующих переменных.

Распределение концентрации топлива во внутренней области факела выражается зависимостями

$$\frac{\bar{c}_1}{\bar{c}_{10}} = \frac{1}{\varepsilon - 1}\left[\varepsilon\sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}}\frac{L_2}{L_1^{0,5}}\right];$$

$$\bar{c}_2 = 1 - \varepsilon\sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}}\frac{L_2}{L_1^{0,5}}. \qquad (5)$$

Распределение температуры во внутренней и внешней областях факела соответственно

$$\frac{T - T_{\text{ô}}}{T_0 - T_{\text{ô}}} = \frac{1}{\varepsilon - 1}\left[\varepsilon\sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}}\frac{L_2}{L_1^{0,5}} - 1\right]; \qquad (6)$$

$$\frac{T - T_{\text{ô}}}{T_0 - T_{\text{ô}}} = \varepsilon\sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}}\frac{L_2}{L_1^{0,5}}. \qquad (7)$$

Определим профили плотности. Из соотношений (6) и (7) получим соответственно для внутренней и внешней областей факела

$$\sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}} = 0{,}5\left[\frac{\vartheta + (\varepsilon - 1)(\alpha - 1)}{\varepsilon - 1}\right]\left[-\frac{L_2}{L_1^{0,5}} + \sqrt{\left(\frac{L_2}{L_1^{0,5}}\right) + 4\frac{[\vartheta + \alpha(\varepsilon - 1)](\varepsilon - 1)}{[\vartheta + (\varepsilon - 1)(\alpha - 1)]^2}}\right]; \qquad (8)$$

$$\sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}} = 0{,}5[\vartheta - (\alpha - 1)]\times \times\left[\frac{L_2}{L_1^{0,5}} + \sqrt{\left(\frac{L_2}{L_1^{0,5}}\right)^2 + 4\frac{\alpha}{[\vartheta - (\alpha - 1)]^2}}\right], \qquad (9)$$

где $\vartheta = q_\text{ô}c_0/(c_\text{ô}T_0)$; $q_\text{т}$ – теплотворная способность, отнесенная к 1 кг топлива; $\alpha = T_\infty/T_0$.

Распределение скорости в факеле может быть найдено из соотношений (3), (8) и (9):

$$\frac{u}{u_0}L_1^{0,5}\sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}},$$

а длина факела,

$$\frac{L_1^{0,5}\left(l_{\text{ô}}\cdot 0{,}0\right)}{L_{21}\cdot\left(l_{\text{ô}}\cdot 0{,}0\right)} = \sqrt{\varepsilon}.$$

Таким образом, система уравнений (4)–(9) позволяет выполнить полный аэродинамический расчет турбулентного диффузионного факела конечного размера. Их решение может быть осуществлено как аналитически, так и численно с применением ЭВМ. Приведенные расчетные формулы получены в предположении о постоянстве молекулярной массы и теплоемкости газа.

С развитием компьютерной техники и методов численного решения систем дифференциальных уравнений в частных производных характер допущений заметно меняется. В начале 1980-х гг. прошлого века получили развитие численные методы расчета, позволяющие в принципе учесть почти все многообразие физических условий, свойственных реальной обстановке. В качестве примера заслуживают упоминания многочисленные работы, например [8], содержащие весьма успешные попытки более полного приближения к действительным условиям протекания процесса, например попытки учета сложной конфигурации камер сгорания, реальных граничных условий, распределения потоков топлива и окислителя и т.п.

Значительный интерес представляют работы, направленные на разработку методов

активного воздействия на структуру турбулентных струй [5, 7, 9], с помощью которых можно осуществить направленное регулирование аэродинамики факела [2, 10].

Эти работы заметно интенсифицировались в последнее время в связи с бурным развитием рынка прикладного программного обеспечения для ведения численных расчетов физических процессов методами конечных разностей и конечных элементов (CAE-пакеты). Среди них в отдельную группу следует выделить программы для расчета газовой и жидкостной динамики, теплообмена в движущемся потоке, процессов сгорания топлива в факеле (CFD-пакеты). Наиболее известны программные продукты Star-CD, Fluent, CFX и отечественный – FlowVision. Но и с использованием специализированного программного обеспечения расчет осуществляется обычно для конкретных условий, а введение допущений ограничивается точностью необходимого результата. Модельный характер решений, оправдывает сохранение в задаче только наиболее существенных, определяющих факторов и отбрасывание всех остальных, учет которых, если он необходим (и отвечает точности опыта), переносится в детальный численный анализ на ЭВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Абрамович Г.Н.* Теория турбулентных струй. М.: Физматгиз, 1960. 715 с.

2. *Борисов Ю.Я.* Исследование воздействия акустических колебаний на турбулентный ограниченный факел / Ю.Я.Борисов, Э.И.Розенфельд, В.Г.Смоленский // Теория и практика сжигания газа. Л.: Недра, 1972. Вып. 5. С. 42–53.

3. *Вулис Л.А.* Теория струй вязкой жидкости / Л.А.Вулис, В.П. Кашкаров. М.: Наука, 1965. 429 с.

4. *Вулис Л.А.* Аэродинамика факела / Л.А.Вулис, Л.П.Ярин. Л.: Энергия, 1978. 216 с.

5. *Вулис Л.А.* Об эффективном управлении распространением свободной турбулентной струи / Л.А.Вулис, Ю.И.Михасенко, В.И.Хитриков // Механика жидкости и газов. 1966. № 6. С. 173–178.

6. *Гаусорн В.* Смешение и горение в турбулентных газовых струях / В.Гаусорн, Д.Уиддел, Г.Хотел // Вопросы горения. М.: Изд-во иностр. лит., 1953. Т.1. С. 146–193.

7. *Гиневский А.С.* Теория турбулентных струй и следов. М.: Машиностроение, 1969. 398 с.

8. *Госмен А.Д.* Численные методы исследования течения вязкой жидкости / А.Д.Госмен, В.М.Пан, А.К.Ранчел. М.: Мир, 1972. 320 с.

9. *Исатаев С.И.* О воздействии на струю акустического поля, направленного вдоль оси струи / С.И.Исатаев, С.Б.Тарасов // Механика жидкости и газов. 1971. № 2. С. 164–167.

10. *Кузнецов О.А.* Исследование влияния низкочастотных пульсаций на аэродинамику газового факела / О.А.Кузнецов, Л.П.Ярин // Теория и практика сжигания газа. Л.: Недра, 1972. Вып.5. С 53–56.

11. *Линчевский В.П.* Топливо и его сжигание. М.: Металлургия, 1959. 400 с.