

## УРАВНЕНИЕ КИНЕТИКИ ФЛОТАЦИОННОГО ПРОЦЕССА

Предложено уравнение, описывающее закономерности кинетики флотационного процесса. Усовершенствованное уравнение кинетики флотации дает возможность объективно определять предельное время завершения процесса.

The equation describing regularities of kinetics of the flotation process is offered. The improved equation of kinetics of flotation enables objective determination of the time-limit of completion of the process.

Флотация – один из широко распространенных гидромеханических технологических процессов, применяемых в обогащении, металлургии и в технологиях очистки сточных вод промышленных предприятий. Очевидно, что повышение интенсификации перечисленных технологических процессов требует дальнейшего развития методов математического описания флотационных процессов – гетерокоагуляционного разделения дисперсных систем.

Процесс флотации является многофакторным процессом, характеризуется сложным взаимным влиянием различных факторов. Основные факторы, влияющие на скорость флотационного процесса, следующие: крупность частиц, содержание твердого в суспензии, степень аэрированности суспензии (расход воздуха, размер пузырьков, поверхность раздела ж-г), реагентный режим и характеристики аппарата [1,2].

Для определения константы скорости флотационного процесса необходимо иметь информацию о времени пребывания пузырьков в зоне минерализации и об относительной скорости движения частиц и пузырьков, а также о степени стесненности их движения. Следует отметить прямую зависимость времени пребывания пузырьков во флотационной камере от времени минерализации и числа столкновений частиц с пузырьками, причем эта зависимость в условиях параллельного движения фаз приводит при уменьшении времени пребывания пузырьков к снижению скорости флотации твердых частиц. Очевидно, что скорость

флотации будет увеличиваться при снижении количества твердых частиц в суспензии и вероятность столкновения частицы с пузырьком тоже растет с увеличением крупности частиц. В ряде исследований было показано, что вероятность столкновений пропорциональна расходу воздуха. Следует отметить, что увеличение частоты вращения мешалки оказывает меньшее влияние на скорость флотации (при условии недостатка воздуха) и растет с увеличением частоты вращения импеллера при увеличении расхода воздуха. Следует также отметить сложный характер зависимости скорости флотации от режима аэрации, которая у различных исследователей изменяется от монотонного до экстремального характера [7,8].

Для описания закономерностей кинетики флотационного процесса используются различные математические модели. Различают уравнения кинетики, полученные из различных моделей и имеющие порядок флотации, равный единице, и уравнения кинетики с порядком флотации, более единицы [1, 2, 4-8].

Первая модель кинетики флотационного процесса, которая основывалась на статистическом характере механизма исследуемого процесса, была предложена К.Ф.Белоглазовым. Для данной модели число столкновений за время  $dt$  пропорционально произведению  $N(n_0 - x) dt$ , а число частиц, попавших в концентрат, тем больше, чем выше прочность комплексов [1,2]:

$$dt = K_a N f(n_0 - x) dt, \quad (1)$$

где  $K_a$  – постоянная аппарата;  $N$  – число пузырьков газа, проходящее через суспензию;  $n_0$  – количество флотируемых частиц;  $f$  – прочность образующихся комплексов;  $t$  – время процесса;  $x$  – количество частиц в момент времени  $t$ .

После интегрирования уравнения (1) получим

$$E = 1 - \exp(-kt) \quad (2)$$

или

$$\ln[1/(1-E)] = kt, \quad (3)$$

где  $k$  – константа, учитывающая свойства аппарата и характер движения частиц и пузырьков;  $E$  – выход минерала в концентрат.

Следует отметить, что при выводе предполагалось, что суспензия мономинеральна и монодисперсна и ее флотируемость не изменяется в течение времени флотации, а объем системы, скорость подачи воздуха и его дисперсность, а также время пребывания пузырьков в суспензии постоянны. Процесс не лимитируется недостатком свободной поверхности воздушных пузырьков – имеет место свободная флотация.

С целью уточнения зависимости (3) были разработаны другие модели, описывающие кинетику процесса флотации. Например, уравнение А.Д.Погорелого [7]:

$$-dc/dt = (a/V)/(S_0 - S), \quad (4)$$

где  $(S_0 - S)$  – поверхность пузырьков, занятая частицами (величина, пропорциональная числу пузырьков в суспензии);  $a$  – масса частиц, которые устойчиво закрепляются на пузырьках;  $V$  – объем.

Уравнение А.Д.Погорелого в интегральной форме имеет вид

$$E = 1 - \exp[-bt_{\text{ф}}S_0 t/V]. \quad (5)$$

Анализ уравнения (5) показывает, что в зависимости от режима флотационный процесс может иметь как первый порядок, так и порядок, отличный от единицы.

В работах Д.Келссасса, Н.Арбайтера, С.Харриса, В.И.Мелких были рассмотрены также другие подходы, которые использовались для уточнения зависимости, предложенной К.Ф.Белоглазовым [2].

Многие авторы на основании проведенных экспериментов констатировали на-

личие отклонения порядка флотации от единицы. Порядок флотации, определенный различными исследователями колебался от  $n = 1$  до  $n = 6$ . Однако убедительное теоретическое обоснование причин повышения порядка флотации в работах этих авторов не приводится. Полученные уравнения имеют лишь интерполяционный характер и не раскрывают механизма процессов, протекающих при флотации [4]. Приведем одно из уравнений процесса с порядком, более единицы, З.В.Волковой [4]:

$$dc/dt = \frac{K(C_k - C)^2 C_0}{(C_0 - C)C_k}. \quad (6)$$

Другая зависимость для расчета выхода концентрации во времени была предложена С.И.Митрофановым [6]:

$$dE/dt = K(1 - E)^2. \quad (7)$$

О.С.Богданов предложил учитывать флотоактивность с помощью уравнения вида [6]

$$dE/dt = K(1 - E)^n. \quad (8)$$

В технической литературе приводятся также и другие зависимости, учитывающие возможные причины имеющего место отклонения порядка флотации от первого, однако все они носят в основном эмпирический характер. Основной причиной такого отклонения является изменение соотношения количества твердых частиц и пузырьков в различные моменты времени процесса флотации. В условиях стесненной флотации минеральные частицы находятся в избытке, и имеет место дефицит поверхности воздушных пузырьков. В этом случае при постоянном расходе и дисперсности воздуха пузырьки будут предельно минерализованы вследствие избытка твердой фазы, и переход в пену минерала будет постоянен (нулевой или первый порядок на начальном участке кинетической кривой). При постепенном снижении концентрации твердого наступает соответствие между количеством пузырьков и частиц, и в этом случае реакция первого порядка. Очевидно, что по мере уменьшения количества частиц в суспензии, вероятность их выхода в концентрат должна неограниченно увеличиваться. Од-

нако ряд авторов считает возможным применение к описанию закономерности на этой стадии уравнения флотации второго порядка. Такой вывод ряд исследователей подтверждает возможность аппроксимации кинетической кривой при ее разделении на две части, для которых используются уравнения с различным порядком. Проведенный анализ в работе [8] показал, что порядок флотации, превышающий единицу, не соответствует механизму процесса и может быть принят лишь в качестве аппроксимации опытных данных.

Таким образом, определенный теоретический и практический интерес представляет уточнение зависимости (2) путем ее дальнейшего совершенствования, которое бы позволило, основываясь на механизме процесса [1,2], учесть изменение вероятности перехода частиц в концентрат на заключительной части процесса (в условиях низкого содержания твердых частиц в суспензии) и рассчитать предельное время завершения процесса флотации, которое необходимо для проведения инженерных расчетов процесса кинетики флотационного процесса и для расчета режимов работы и числа флотационных машин. Следует отметить, что в практических расчетах это время выбирается произвольно, исходя из опыта исследователя, производящего данный расчет. Однако, учитывая характер проходящего флотационного процесса и условия его реализации в камере флотационного аппарата, следует признать очевидным, что процесс флотации должен иметь предельное время завершения для всей массы флотируемых частиц.

Пусть в начальный момент времени ( $t = 0$ ) в камере флотационной машины объемом  $V$  находится  $n_0$  флотируемых частиц. В единицу времени через слой суспензии проходит  $N$  пузырьков газа, образующих при столкновении с частицами комплексы, прочность которых оценивается величиной  $f$ . Пусть за время  $dt$  в концентрат переходит  $dx$  частиц, тогда в камере в момент времени  $t$  должно остаться  $(n_0 - x)$  частиц. В этом случае уравнение материального баланса процесса будет иметь вид

$$dx = KNf \left[ \frac{(n_0 - x)t_0^2}{t_0 - t} \right] dt. \quad (9)$$

Уравнение (9) преобразуем к виду

$$\frac{-dx}{n_0 - x} = KNf_0^2 \left[ \frac{1}{t_0 - t} \right] dt = k \left[ \frac{1}{t_0 - t} \right] dt. \quad (10)$$

Интегрируя (10) в пределах по  $x$  от 0 до  $x$  и по  $t$  от 0 до  $t$ , получим после несложных преобразований

$$-\ln(C/\tilde{N}_0) = kt/(t_0 - t), \quad (11)$$

где  $k = KNf_0^2 t_0^2$  – безразмерная константа;  $C$  – концентрация.

Тогда уравнение для расчета величины  $E$  процесса флотации примет вид

$$E = 1 - \exp \left[ \frac{-kt}{t_0 - t} \right] = 1 - \exp \left[ \frac{-kT}{1 - T} \right], \quad (12)$$

где  $T = t/t_0$ .

Применение уравнения (12) в практике инженерных расчетов позволяет находить предельное время завершения флотационного процесса, что особенно важно для определения показателей работы аппаратов периодического и непрерывного действия, так как именно эта величина необходима для проведения расчетов значений  $E$  в единичном аппарате или в каскаде аппаратов непрерывного или периодического действия.

Следует отметить, что зависимость (12) может быть преобразована к виду (2), в чем легко можно убедиться при условии, что  $t_0 \gg t$ , тогда  $t_0 - t \approx t_0$ . Следовательно, можно записать

$$E = 1 - \exp \left[ \frac{-kt}{t_0 - t} \right] = 1 - \exp \left[ -\frac{k}{t_0} t \right] = \\ = 1 - \exp(-k_1 t).$$

В отличие от (12) уравнение (2) хорошо описывает не всю кинетическую кривую, а только ее часть, для которой  $E < 0,8 \div 0,9$ . Полученные расчетом по формуле (2) значения обычно занижены. Это объясняется тем, что для (2) всегда  $E < 1$  и функция не имеет конечного предельного максимального значения, только асимптотически приближается к прямой  $E = 1,0$ .

Значения параметров  $k$  и  $t_0$  могут быть рассчитаны также аналитическим (симплексным) методом [3] при использовании двух или трех точек, снятых с экспериментальной кривой. Применяя симплексный метод, зависимость (12) преобразуем в симплексно-критериальную форму, тогда двум любым моментам времени  $t_i$  и  $t_{i+1}$  на экспериментальной кривой  $C=f(t)$  будут соответствовать значения концентраций  $C_i$  и  $C_{i+1}$ , а уравнение (12) может быть представлено соответственно для моментов времени  $t_i$  и  $t_{i+1}$ :

$$t_i = \left( \frac{t_0}{k} \right) \left[ \frac{1}{k} + \frac{1}{\ln(C_0/C_i)} \right]^{-1}; \quad (13)$$

$$t_{i+1} = \left( \frac{t_0}{k} \right) \left[ \frac{1}{k} + \frac{1}{\ln(C_0/C_{i+1})} \right]^{-1}. \quad (14)$$

Решая совместно (13) и (14), после несложных преобразований имеем

$$\ln S_c = \left[ \frac{t_0 \Delta t}{t_0 t_a - t_g^2} \right]^{-1} \ln(C_0/C_g),$$

откуда получаем выражение для расчета предельного времени флотации по двум экспериментальным точкам

$$t_0 = \frac{t_g^2 \ln S_c}{t_a \ln S_c - \Delta t \ln(C_0/C_g)},$$

где  $C_g = \sqrt{C_i C_{i+1}}$  – среднегеометрическое значение величин  $C_i$  и  $C_{i+1}$ ;  $t_a$  – среднебарифметическое значение интервала времени;  $t_g$  – среднегеометрическое значение интервала времени;  $\Delta t = t_{i+1} - t_i$  – интервал

времени;  $S_C = C_{i+1}/C_i$  – симплекс концентрационного подобия.

Значение константы  $t_0$  может быть также рассчитано по уравнению

$$t = \frac{[k(S_t - 1) - (S_t + 1) \ln S_C]^2 - 4S_t \ln^2 S - [k(S_t - 1) - (S_t + 1) \ln S_C]}{2(S_t - 1) \ln S_C}, \quad (17)$$

где  $S = t_{i+1}/t_i$  – симплекс временного подобия.

Проведенные исследования показали, что предложенная выше уточненная кинетическая зависимость (12) позволяет более точно описать закономерности кинетики процесса флотации и одновременно дает возможность рассчитать предельное время флотационного процесса  $t_0$ , которое является его важной характеристикой.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Белоглазов К.Ф. Закономерности флотационного процесса. М.: Металлургиздат, 1947.
2. Белоглазов К.Ф. Кинетика флотационного процесса // Тезисы докладов сессии по физико-химическим проблемам обогащения. М.: Металлургиздат, 1938.
3. Белоглазов И.Н. Твердофазные экстракторы (Инженерные методы расчета). Л.: Химия, 1985.
4. Волкова З.В. Кинетика пено-флотационного процесса // Уч.зап.Моск.пед. института. 1966. № 267.
5. Вопросы теории и технологии флотации / О.С.Богданов, А.К.Поднек, В.Я.Хайман и др. // Труды института «Механобр». 1959. Вып. 124.
6. Митрофанов С.И. Селективная флотация. М.: Недра, 1967.
7. Погорелый А.Д. Границы использования кинетического уравнения флотации К.Ф.Белоглазова // Изв. вузов. Цветная металлургия. 1962. № 1
8. Рубинштейн Ю.Б. Кинетика флотации / Ю.Б.Рубинштейн, Ю.А.Филипов. М.: Недра, 1980.