

РЕОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ ВЫСОКОКОНЦЕНТРИРОВАННОЙ ГИДРОСМЕСИ

Выполнены экспериментальные исследования реологических свойств высококонцентрированной гидросмеси хвостов обогащения медно-цинковой руды; дано математическое описание движения ее в напорном трубопроводе.

The experimental research is made in the laboratory of hydrotransport. It includes determination of rheological properties of copper-zinc ore's high-concentrated hydromixtures. As a result there is a mathematical description of its flow in the pressure head pipeline.

В последние годы во всем мире идет активный поиск и разработка систем складирования сгущенных хвостов обогащения в хвостохранилища и для закладки отработанных пространств в рудниках.

Технология подготовки хвостов обогащения и транспорт их по трубопроводам требуют специального оборудования для сгущения и перекачки. В создании и реализации систем транспортирования и складирования вязкопластичных пастообразных гидросмесей хвостов обогащения активную роль сыграли компания «GENO Pumps» и предприятия «Outokumpu» (Финляндия).

Для определения расхода при движении вязкопластичной пастообразной гидросмеси в структурном бингамовском режиме предположим, что расход ее выражается как сумма расхода ядра потока и кольцевой зоны

$$Q = Q_0 + Q_1. \quad (1)$$

Рассмотрим течение гидросмеси в цилиндрической трубе радиусом R_1 , длиной l и перепадом давления ΔP (рис.1).

Для описания деформационного поведения высококонцентрированных гидросмесей, обладающими реологическими свойствами, Ю.К.Сафоновым предложено следующее соотношение:

$$\frac{\phi}{\phi_0} = \left[\frac{(\tau - \tau_0)}{(\tau_k - \tau_0)} \right]^n, \quad (2)$$

где τ_0 – предел текучести; τ_k – напряжение сдвига, соответствующее полному разрушению структуры, с вязкостью η_{cm} ; τ – напряжение сдвига; n – показатель псевдопластичности; ϕ – текучесть (подвижность); ϕ_0 – ньютоновская текучесть.

Используя понятие эффективной вязкости η , определяемой по уравнению Ньютона,

$$\tau = \eta \frac{dU}{dr}, \quad (3)$$

где $\frac{dU}{dr}$ – градиент скорости; r – радиус слоя жидкости; U – скорость его движения.

Запишем уравнение (2) в следующем виде с учетом формулы (3):

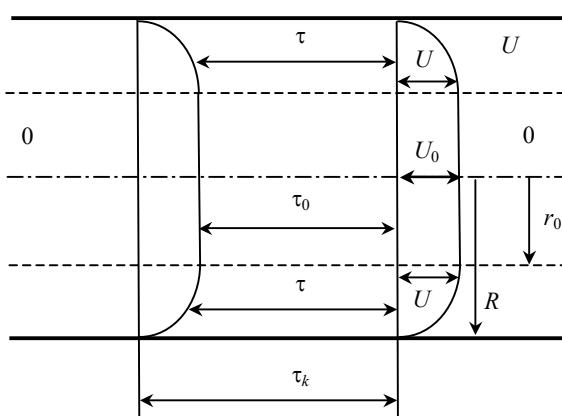


Рис.1. Распределение скоростей и напряжений по сечению потока

$$\frac{dU}{dr} = \tau \varphi_{\tau} \frac{\varphi}{\varphi_{\delta}} = \left[\frac{(\tau - \tau_0)}{(\tau_k - \tau_0)} \right]^n. \quad (4)$$

С помощью подстановки:

$$dr = \frac{2l}{\Delta P} d\tau. \quad (5)$$

Запишем уравнение (4) в виде

$$dU = \frac{\varphi_{\delta} r}{(\tau_k - \tau_0)^n} (\tau - \tau_0)^n d\tau. \quad (6)$$

Обозначаем

$$(\tau - \tau_0) = x; \quad d\tau = d\tilde{\sigma}. \quad (7)$$

Подставляем (7) в уравнение (6) и интегрируем его:

$$U = \frac{\varphi_{\delta} r}{(\tau_k - \tau_0)^n} \int \tilde{\sigma}^n d\tilde{\sigma} = \frac{\varphi_{\delta} r}{(\tau_k - \tau_0)^n} \frac{\tilde{\sigma}^{n+1}}{n+1} + C. \quad (8)$$

Постоянную интегрирования найдем из граничных условий $r = R, \tau = \tau_R, U = 0$:

$$\tilde{N} = \frac{\varphi_{\delta}}{(\tau_k - \tau_0)^n} \frac{R(\tau_R - \tau_0)^{n+1}}{n+1}. \quad (9)$$

Подставляя (9) в уравнение (8), получим:

$$U = \frac{\varphi_{\delta}}{(\tau_k - \tau_0)^n + (n+1)} \times \\ \times [R(\tau_R - \tau_0)^{n+1} - r(\tau - \tau_0)^{n+1}]. \quad (10)$$

Уравнение (10) справедливо при значениях r от r_0 до R . При $r = r_0$ и $U = U_0$ скорость ядра потока равна

$$U_0 = \frac{\varphi_{\delta}}{(\tau_k - \tau_0)^n + (n+1)} R(\tau_R - \tau_0)^{n+1}. \quad (11)$$

Зная эпюры распределения скоростей (рис.1), определяем расход гидросмеси по уравнению (1) для ядра потока и кольцевой зоны

$$Q_0 = \pi r^2 U_0; \quad (12)$$

$$dQ_1 = 2\pi r U dr = \\ = 2\pi r U \frac{2\ell dr}{\Delta P} = \frac{4\pi\ell}{\Delta P} r U d\tau = \frac{4\pi\ell\varphi_{\delta}}{\Delta P(\tau_k - \tau_0)^n(n+1)} \times \\ \times [Rr(\tau_R - \tau_0)^{n+1} - r^2(\tau - \tau_0)^{n+1}]. \quad (13)$$

Принимая $y_1 = \frac{4\pi\ell\varphi_{\delta}}{\Delta P(\tau_k - \tau_0)^n(n+1)}$ и подставляя в (13), получим

$$dQ_1 = y_1 [Rr(\tau_R - \tau_0)^{n+1} - r^2(\tau - \tau_0)^{n+1}] d\tau.$$

Интегрируем уравнение (5):

$$\int_{r_0}^r dr = \frac{2\ell}{\Delta P} \int_{\tau_0}^{\tau} d\tau, \quad r = r_0 + \frac{2\ell}{\Delta P}(\tau - \tau_0). \quad (14)$$

Выбирая граничные условия $r = R, \tau = \tau_R$ и подставляя в (14), получим

$$R - r_0 = \frac{2\ell}{\Delta P}(\tau - \tau_0).$$

Из уравнения (14) находим радиус кольцевой зоны

$$r = r_0 + \frac{2\ell}{\Delta P}(\tau - \tau_0) = r_0 + \frac{2\ell}{\Delta P}x. \quad (15)$$

Подставляя (15) в уравнение (13), получим

$$dQ_1 = y_1 \left[R(\tau_R - \tau_0)^{n+1} \left(r_0 + \frac{2\ell x}{\Delta P} \right) - \right. \\ \left. - x^{n+1} \left(r_0 + \frac{2\ell x}{\Delta P} \right)^2 \right] dx = y_1 \left[R(\tau_R - \tau_0)^{n+1} \left(r_0 + \frac{2\ell x}{\Delta P} \right) - \right. \\ \left. - x^{n+1} \left(r_0 + \frac{4r_0\ell}{\Delta P}x \right) + r_0 + \frac{4\ell^2 x^2}{\Delta P^2} \right] dx.$$

Интегрируем полученное уравнение:

$$Q_1 = y_1 \int_{r_0}^{\tau_R - r_0} \left[Rr_0(\tau_R - \tau_0)^{n+1} + \frac{2R\ell}{\Delta P}(\tau_R - \tau_0)^{n+1} - \right. \\ \left. - r_0^2 x^{n+1} - \frac{4r_0\ell}{\Delta P} x^{n+2} - \frac{4\ell^2 x^{n+3}}{\Delta P^2} \right] dx.$$

$$Q_1 = y_1 \left[Rr_0(\tau_R - \tau_0)^{n+1} x + \frac{2R\ell(\tau_R - \tau_0)^{n+1}}{2\Delta P} x^2 - \right. \\ \left. - \frac{x^{n+2} r_0^2}{n+2} - \frac{4r_0\ell x^{n+3}}{\Delta P(n+3)} - \frac{4\ell^2 x^{n+4}}{\Delta P^2(n+4)} \right]_0^{\tau_R - \tau_0} = \\ = y_1 \left[Rr_0(\tau_R - \tau_0)^{n+1} (\tau_R - \tau_0) + \frac{2R\ell(\tau_R - \tau_0)^{n+1}}{\Delta P} \times \right.$$

$$\times (\tau_R - \tau_0)^2 - \frac{(\tau_R - \tau_0)^{n+2} r_0^2}{n+2} - \frac{4r_0 \ell (\tau_R - \tau_0)^{n+3}}{\Delta P (n+3)} - \\ - \frac{4\ell^2 (\tau_R - \tau_0)^{n+4}}{\Delta P^2 (n+4)} \Big]. \quad (16)$$

Подставляем значение скорости ядра U_0 потока гидросмеси в уравнение (12):

$$Q_0 = \frac{\pi r_0^2 \varphi_0 R (\tau_R - \tau_0)^{n+1}}{(\tau_k - \tau_0)^n (n+1)}. \quad (17)$$

Принимая $\tau_R = \Delta P \varphi_0 = 1/n_{\text{нб}}$ и подставляя в уравнение (16), определяем расход в кольцевой зоне

$$Q_1 = \frac{4\pi \ell (\Delta P - \tau_0)^{n+2}}{\Delta P n_{\text{нб}} (\tau_k - \tau_0)^n (n+1)} \times \\ \times \left[R r_0 + \frac{R \ell (\Delta P - \tau_0)^{n+1}}{\Delta P} - \frac{r_0^2}{n+2} - \right. \\ \left. - \frac{4r_0 \ell (\Delta P - \tau_0)^{n+1}}{\Delta P (n+3)} - \frac{4r_0 \ell^2 (\Delta P - \tau_0)^{n+2}}{\Delta P^2 (n+4)} \right] + \\ + \frac{\pi r_0^2 R (\Delta P - \tau_0)^{n+1}}{n_{\text{нб}} (\tau_k - \tau_0)^n + (n+1)}. \quad (18)$$

Предварительные результаты экспериментов, выполненных на капиллярном и ротационном вискозиметрах, показали, что при значениях градиента скорости меньше 100 c^{-1} опытная зависимость графически представляется прямой (рис.2).

Обобщенная реологическая кривая описывается моделью Балкли – Гершеля: $\tau = \tau_0 + k \gamma^n$.

Предполагаем, что распределение скоростей в поперечном сечении трубопровода при течении пастообразной гидросмеси аналогично распределению скоростей при движении структурной суспензии угля (рис.3).

При скоростях потока $U < 1 \text{ м/с}$ ($\tau_0 < \tau < \tau_a$) ядро занимает большую часть поперечного сечения трубопровода, с увеличением скорости ядро уменьшается ($\tau_a < \tau < \tau_k$). Турулентный режим потока начинается при скорости $U > 2,5 \text{ м/с}$.

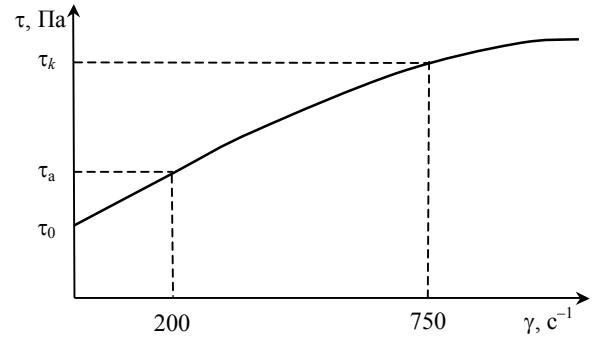


Рис.2. Реологическая кривая течения высококонцентрированной гидросмеси хвостов обогащения

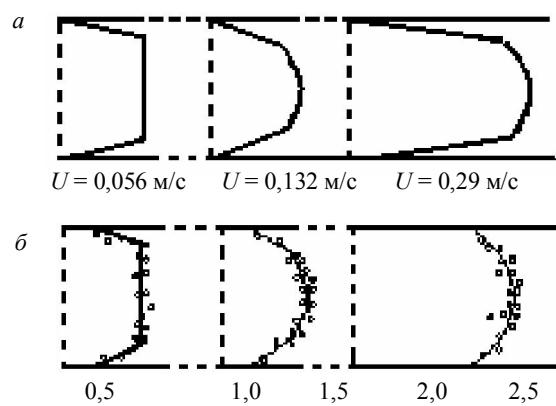


Рис.3. Эпюры скоростей по опытным данным:
а – Р.Шищенко для глинистых суспензий;
б – В.Трайниса для угольных суспензий

На основании выполненного анализа предложено описывать течение пастообразной гидросмеси реологической кривой, состоящей из трех зон (см. рис.2): при напряжениях ($\tau_0 < \tau < \tau_a$) – течение в бингамовском режиме с практически неразрушенной структурой; в интервале напряжений от τ_a до τ_k – течение в переходном режиме с непрерывно разрушающейся структурой; при напряжениях $\tau > \tau_k$ – течение в турбулентном режиме.

При напряжениях $\tau_0 < \tau < \tau_a$ наблюдается течение без разрушения структуры, а этот режим характеризуется значением наибольшей вязкости η_1 . При напряжениях больше τ_a происходит течение с непрерывно разрушающейся структурой, т.е. $\eta_1 > \eta_2$.

В соответствии с предлагаемой моделью течения пастообразной гидросмеси вы-

полним ее математическое описание следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}\tau &= \tau_0 + \eta_1 \gamma; \quad r \in [\tau_0, \tau_a]; \quad n = 1; \\ \tau &= \tau_0 + k \gamma^n; \quad r \in [\tau_a, \tau_k]; \\ \tau &= \eta_{\min} \gamma; \quad \tau > \tau_k; \quad n = 1.\end{aligned}\quad (19)$$

При наличии экспериментальных данных по реологическим свойствам гидросмеси медно-цинковой руды в хвостохранилище в виде $\eta = f(S)$ и гидравлических параметров потока, открывается возможность создания методики расчета системы гидротранспорта пастообразных хвостов обогащения от фабрик до хвостохранилища.

Выводы

1. Предварительные эксперименты по определению реологических свойств гидросмеси хвостов обогащения медно-цинковой руды показали, что при концентрациях твердого по массе 25 % она приобретает свойства ненейтоновской жидкости.

2. По полученным уравнениям (17) и (18) можно определить расход пастообразной гидросмеси в трубопроводе в зависимости от ее реологических свойств и гидравлических параметров потока, определяемых экспериментально.