УДК 528.11

В.Л.ТРУШКО, Б.Н.ДЬЯКОВ
Санкт-Петербургский государственный горный институт (*технический университет*), *Россия*

ТОПОЛОГИЧЕСКАЯ НАДЕЖНОСТЬ МАРКШЕЙДЕРСКИХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

В статье предлагается расширить перечень параметров для оценки качества маркшейдерских геодезических сетей, добавив в него показатель топологической надежности сети. Рассмотрены оптимальные схемы высотных и плановых маркшейдерских геодезических построений, у которых показатель топологической надежности имеет максимально возможное значение, равное единице. Предложены формулы для подсчета количества измерений в таких построениях и даны рекомендации по обработке измерений в них.

In article it is offered to expand the list of parametres for an estimation of quality of geodetic networks, having added in it an indicator of topological reliability of a network. Optimum schemes of high-rise and planned geodetic constructions at which the indicator of topological reliability has the greatest possible value equal to unit are considered. Formulas for calculation of quantity of measurements in such constructions are offered and recommendations about processing of measurements in them are made.

Известно, что основным параметром качества маркшейдерской геодезической сети считается ее точность, которая оценивается численными значениями средних квадратических ошибок отдельных элементов сети. Для высотной сети – это средние квадратические ошибки отметок реперов, для плановой сети – средние квадратические ошибки положения пунктов, ошибки углов и относительные ошибки сторон. В последние годы в периодической и учебной литературе появляются работы, посвященные надежности геодезических сетей, которая рассматривается как дополнительный параметр их качества. Так, в статье Ю.В.Визирова [1] надежность различных параметров геодезической сети исследуется с технических позиций: безотказность, долговечность, ремонтопригодность и сохраняемость. По мнению Ю.В.Визирова, надежна та геодезическая сеть, в которой пункты хорошо сохранились и удобно расположены, а погрешности их положения не превышают допустимых значений; перед обращением к координатам пунктов существующей сети необходимо выполнять контрольные промеры.

В работах других авторов обсуждается также математический аспект надежности геодезических построений, который связывается с их способностью реагировать на влияние дополнительных факторов – грубых и систематических ошибок, ошибок исходных данных и некоторых других. При этом по предложению В.Баарда в геодезической сети вычисляют два показателя надежности: для каждого измерения – показатель внутренней надежности и для каждого определяемого параметра – показатель внешней надежности.

Численное значение показателя внутренней надежности t_i для данного измерения является некоторой границей; если истинная ошибка измерения Δ_i больше значения t_i ($\Delta_i \geq t_i$), то она может быть обнаружена с помощью какого-либо теста; если же $\Delta_i \leq t_i$, то такая ошибка не может быть выявлена, и в процессе уравнивания будет искажать выходные параметры геодезического построения.

Показатели внешней надежности учитывают влияние невыявленных при уравнивании ошибок измерений на оценки уравненных значений элементов сети; в частности, одной из мер внешней надежности можно считать максимальное значение искажения неизвестного x_j, вызванное необ-

наруженной грубой ошибкой *i*-го измерения [3].

Таким образом, показатели надежности и теоретически и практически связаны с грубыми ошибками отдельных измерений в геодезической сети, и изучение проблемы грубых ошибок должно предшествовать изучению надежности геодезических сетей. Тестирование на грубые ошибки измерений некоторых геодезических построений показало, что не все грубые ошибки или же их комбинации могут быть обнаружены даже с помощью самых «мощных» способов поиска грубых ошибок. В большинстве традиционных маркшейдерских геодезических построений могут быть указаны только несколько комбинаций грубых ошибок, имеющих одинаковую вероятность; для выделения единственно верной комбинации нужна дополнительная информация.

Учитывая этот факт, в теорию надежности необходимо ввести еще один параметр – показатель надежности геодезической сети в целом P_1, который бы показывал, в скольких измерениях из n может быть однозначно обнаружена грубая ошибка. Так, если в сети, содержащей девять измерений, грубая ошибка может быть обнаружена только в пяти измерениях, то показатель надежности всей сети в целом $P_1 = 5/9$. Показатели внутренней надежности всех измерений в сети имеет смысл вычислять, если в данной сети выполняется условие $P_1 = n/n = 1$, так как в противном случае грубая ошибка некоторых измерений не может быть локализована с точностью до одного измерения никакими тестами.

Согласно этому правилу можно сформулировать требования к количеству необходимых измерений в маркшейдерских геодезических сетях разного назначения. В геодезической сети, относящейся к одномерному пространству измерений (например, в нивелирной сети), для каждого пункта определяют всего одну координату, поэтому требуемое количество измерений можно подсчитать по формуле

$$n \geq \frac{3}{2}t + k_{\text{èñõ}}, \qquad (1)$$

где t – количество определяемых неизвестных; $k_{\text{исх}}$ – количество исходных пунктов; $k_{\text{исх}} \geq 2$.

Формула (1) соответствует правилу: в каждом определяемом пункте должны сходиться не менее трех нивелирных линий, а в каждом исходном пункте – не менее двух линий. Соблюдение этого правила приводит к появлению у нивелирной сети нового вида надежности, названного нами *топологической надежностью*; в сети с высокой топологической надежностью ($P_1 = 1$) грубая ошибка любого измерения может быть однозначно обнаружена и оценена.

В маркшейдерских геодезических сетях, относящихся к двумерному пространству измерений, выполняют измерения двух видов – линейные и угловые, а потому ситуация с надежностью несколько усложняется. Конкретная цель наших исследований – выяснить, при каком минимальном количестве измерений грубую ошибку любого измерения можно проконтролировать, локализовать и оценить, т.е. вычислить ее значение.

Сначала рассмотрим простейшую фигуру – треугольник, в котором один элемент измерен с грубой ошибкой, а остальные измерения выполнены безошибочно. Для проверки правильности измерений будем применять условие фигуры, теорему синусов и косинусов. Рассмотрим три варианта: в треугольнике выполнены четыре, пять и шесть измерений. Детальный анализ представим только для случая четыре измерения (рис.1).

Четыре измерения в треугольнике можно выполнить тремя вариантами. В каждом варианте (рис.1) имеются ситуации, когда контроль какого-либо измерения на присутствие в нем грубой ошибки выполнить невозможно. Следовательно, при четырех измерениях в треугольнике говорить о его надежности не приходится; применять такой треугольник на практике не рекомендуется.

При пяти измерениях в треугольнике ситуация с надежностью не столь очевидна: если измерены три стороны и два угла, то ошибка измерения одного угла контролируется, локализуется и вычисляется достаточно уверенно, но ошибка измерения стороны,

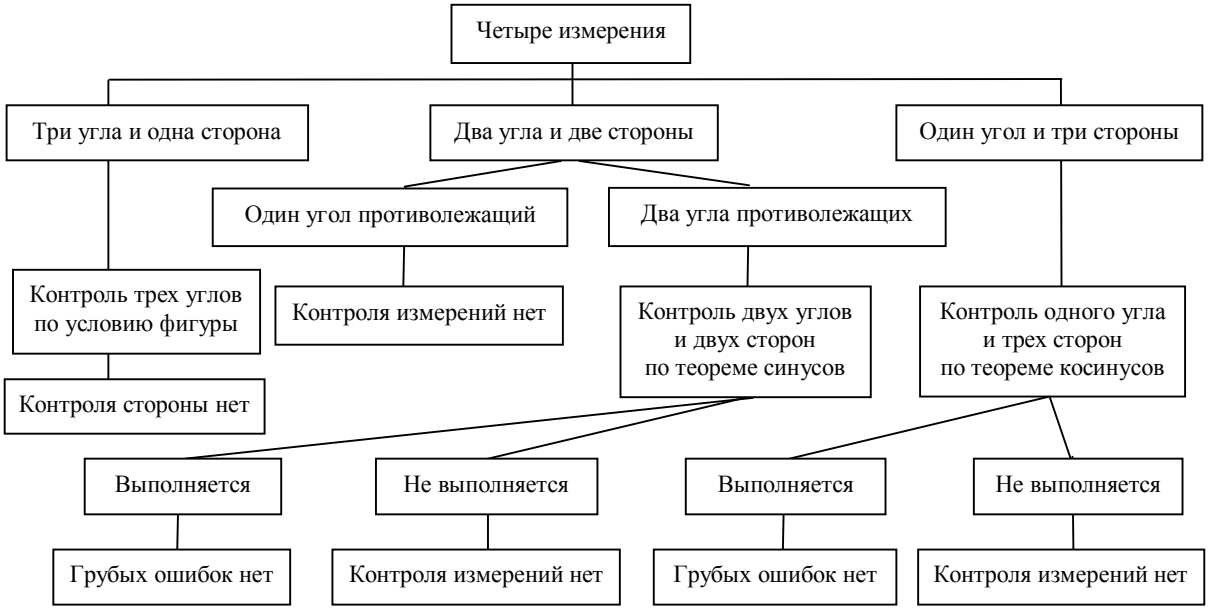


Рис.1. Схема контроля четырех измерений в треугольнике

противолежащей одному из измеренных углов, приводит к неопределенности. Применение программы NAL_GR [2] для поиска такой ошибки дает два решения – одно правильное, другое альтернативное. Для выбора верного решения данных недостаточно.

Если измерены две стороны и три угла, то вероятность нахождения одной грубой ошибки еще уменьшается: невозможно локализовать и вычислить ошибку измерения угла, противолежащего неизмеренной стороне, и ошибку измерения любой из двух измеренных сторон.

При шести измеренных элементах грубая ошибка любого измерения контролируется и локализуется однозначно; этот вывод подтверждается и при решении моделей такого треугольника с помощью программы NAL_GR.

В произвольном четырехугольнике наибольшее количество измерений равно восьми: четыре угла и четыре стороны. С позиций геодезии четырехугольник – это замкнутый линейно-угловой ход; если принять координаты первого пункта и дирекционный угол первой стороны известными, то определяемыми будут координаты трех оставшихся пунктов, и количество неизвестных будет равно шести.

Результаты исследований линейно-угловых ходов свидетельствуют о их невысокой топологической надежности. Если грубую ошибку в каком-либо угле иногда удается проконтролировать, то локализовать ее в ходах с большим числом сторон довольно трудно; что касается значения грубой ошибки, то его иногда можно вычислить, но альтернативные решения все-таки существуют. Поиск грубой ошибки в измерении какой-либо стороны хода при наличии сторон приблизительно одинакового направления практически невозможен. Другими словами, в общем случае линейно-угловой ход произвольной формы имеет невысокий уровень топологической надежности.

Из этого общего вывода следует, что восьми измерений в четырехугольнике недостаточно для однозначного поиска и вычисления одной грубой ошибки любого измерения, и для повышения уровня его надежности необходимо выполнить в нем дополнительные измерения, такими измерениями могут быть только диагонали.

При одной диагонали четырехугольник разбивается на два треугольника, в каждом из которых известны три стороны и один угол; у такого треугольника, как было выяснено ранее, уровень топологической надеж-

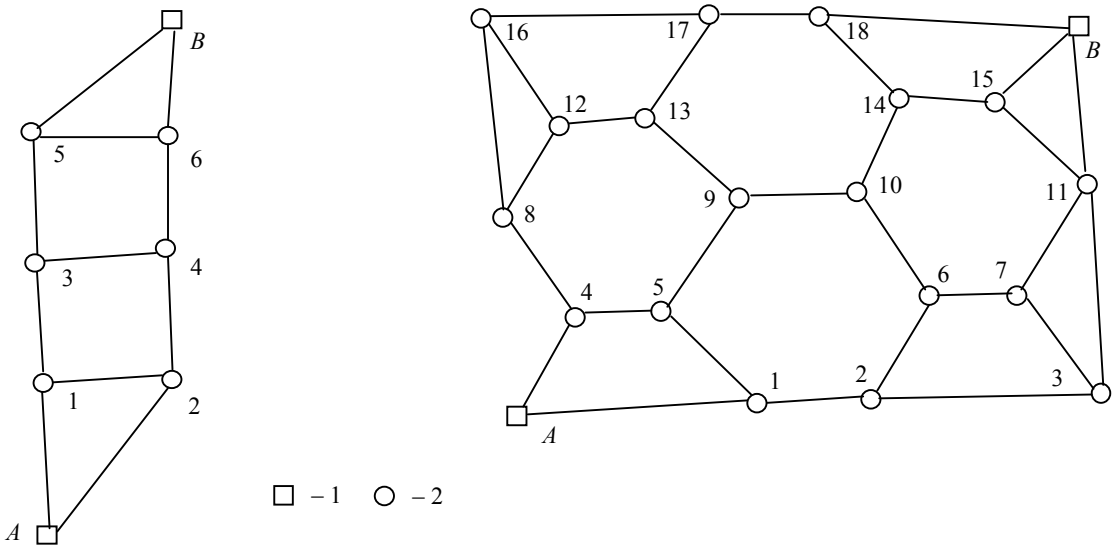


Рис.2. Схемы надежных плановых геодезических сетей
1 – исходный пункт; 2 – определяемый пункт

ности невысокий. При тестировании четырехугольника с одной диагональю по программе NAL_GR этот вывод подтвердился; обнаружены ситуации, когда при одной грубой ошибке получается два альтернативных решения.

При исследовании четырехугольника с двумя диагоналями по программе NAL_GR было установлено, что грубая ошибка любого измерения не только надежно локализуется, но и значение грубой ошибки вычисляется с достаточной точностью.

Для вычисления координат точки нужно, как минимум, иметь одну линию, соединяющую точку с известными координатами с определяемой точкой; эта линия должна иметь известную длину и известный дирекционный угол. Чтобы проконтролировать координаты определяемой точки, нужно иметь вторую линию с теми же характеристиками. Чтобы возможно было найти хотя бы одну грубую ошибку, нужно иметь третью линию с известной длиной и известным дирекционным углом.

Таким образом, в топологически надежной плановой сети должно выполняться правило: в каждом определяемом пункте должны сходиться не менее трех линий, и по каждой линии должны быть выполнены и угловые и линейные измерения. Количество исходных пунктов должно быть не менее двух, и в каждом исходном пункте должно сходиться не менее двух линий, по каждой из которых выполнены угловые и линейные измерения.

Количество измеренных сторон в линейно-угловой сети можно подсчитать по формуле (1) при $k_{\text{исх}} \geq 2$, а количество угловых измерений зависит от вида измерений. При измерении углов их требуемое количество в сети

$$n_{\beta} \geq t + 2k_{\text{èñõ}}, \qquad (2)$$

а при измерении направлений

$$n_N \geq \frac{3}{2}t + 4k_{\text{èñõ}}. \qquad (3)$$

В формулах (2) и (3) по-прежнему t – количество неизвестных, в плановых сетях оно равно удвоенному количеству определяемых пунктов.

Если при проектировании геодезических сетей выполнить изложенные требования на геометрию сети, то условие $P_1 = 1$, соответствующее высокому уровню топологической надежности, будет выполняться автоматически, и при тестировании сети на грубые ошибки измерений можно будет обнаружить, вычислить и оценить грубую ошибку любого измерения в сети.

Именно такая плановая сеть и является эталоном топологической надежности, два ее возможных варианта приведены на рис.2.

При уравнивании линейно-угловой сети по направлениям поиск одной грубой ошибки в направлении всегда имеет альтернативное решение – такая же по величине, но противоположная по знаку ошибка во всех остальных направлениях на данном пункте. Конечно, вероятность такого альтернативного решения ничтожно мала (кроме случая, когда на пункте всего два направления), но теоретически оно существует, и с этим фактом нужно считаться. При уравнивании по углам ситуация меняется – альтернативные решения отсутствуют.

Если на граничных определяемых пунктах измерять не три направления, а два угла, то, во-первых, уменьшается количество измерений n и количество определяемых неизвестных k (на каждом из этих пунктов исчезает поправка в дирекционный угол нулевого диаметра лимба). Во-вторых, увеличивается коэффициент избыточности сети, равный отношению количества избыточных измерений к общему количеству измерений. Так, в линейно-угловой сети коэффициент избыточности (рис.2, *а*) при уравнивании по направлениям $n = 33$, $k = 20$ составляет $(n - k)/n = 13/33 = 0{,}39$, а при уравнивании по углам на граничных пунктах и по направлениям на остальных пунктах $n = 25$, $k = 12$, $(n - k)/n = 13/25 = 0{,}52$. Аналогичная ситуация наблюдается и в линейно-угловой сети (рис.2, *б*) при уравнивании по направлениям $n = 87$, $k = 56$ получим $(n - k)/n = 31/87 = 0{,}36$; при уравнивании по углам и по направлениям $n = 78$, $k = 47$ составляет $(n - k)/n = 31/78 = 0{,}40$. В связи с этим повышаются и точность уравненных элементов и топологическая надежность сети в целом.

Таким образом, топологически надежная плановая сеть ($P_1 = 1$) должна удовлетворять тем же условиям, что и топологически надежная нивелирная сеть, только по всем линиям должны быть выполнены и угловые и линейные измерения. Кроме того, исходных пунктов также должно быть два или более.

По результатам выполненных нами исследований можно сделать следующие выводы:

- топологическая надежность – вполне самостоятельное понятие, отражает особое свойство геодезических сетей и заслуживает введения в теорию и практику оценки их качества как на стадии проектирования, так и на стадии камеральной обработки;
- в существующую концепцию оценки надежности следует ввести новый термин – показатель топологической надежности, который означает достоверность и однозначность обнаружения и оценки грубой ошибки в любом измерении;
- поиск грубых ошибок измерений в маркшейдерских построениях следует признать совершенно необходимой процедурой, выполняемой на стадии камеральной обработки; наилучшим методом поиска ошибок является метод наложения графиков поправок, алгоритм которого реализован в программном продукте NAL_GR;
- проектирование высотных и плановых маркшейдерских сетей необходимо выполнять с соблюдением сформулированных нами условий, при выполнении которых показатель топологической надежности сети равен единице; при проектировании плановых сетей повышенной топологической надежности исходные пункты следует располагать по краям сети на удалении один от другого не менее двух сторон;
- в линейно-угловой сети с высокой топологической надежностью уравнивание угловых измерений целесообразно выполнять комбинированным способом: для угловых измерений на граничных пунктах сети – по углам, а для угловых измерений на внутренних пунктах сети – по направлениям.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Визиров Ю.В.* Понятие надежности геодезических пунктов и сетей // Геодезия и картография. 2004. № 8.

2. *Дьяков Б.Н.* Программа, раскрывающая преимущества известного метода / Б.Н.Дьяков, Ю.В.Родионова // Геодезистъ. 2002. № 4.

3. *Маркузе Ю.И.* Основы уравнительных вычислений: Учеб. пособие для вузов. М.: Недра, 1990.