УДК 622.83

В.Л.ТРУШКО, Е.М.ВОЛОХОВ
Санкт-Петербургский государственный горный институт (*технический университет*), *Россия*

К ВОПРОСУ ОЦЕНКИ ВЗАИМОВЛИЯНИЯ ВЫРАБОТОК В РАСЧЕТАХ СДВИЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД И ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ НАД СООРУЖАЕМЫМИ ТОННЕЛЯМИ

Изложен способ оценки геомеханического эффекта дополнительной активизации деформационного процесса в породном массиве и на земной поверхности при сооружении двух и более параллельных тоннелей на основе теоретических решений механики сплошной среды. Подобная количественная и качественная оценка этого эффекта при расчетах напряжений получила широкое распространение в механике подземных сооружений и других прикладных областях. В маркшейдерских расчетах сдвижений и деформаций традиционно используются преимущественно эмпирические подходы. Приведенные решения позволяют осуществлять такие оценки и учитывать подобные геомеханические эффекты в расчетах сдвижений и деформаций.

In the given work the way of an estimation geomechanical effect of additional activization of deformation process in a file of rocks and on a terrestrial surface is stated at a construction of two and more parallel tunnels on the basis theoretical decisions of mechanics the continuous environment. Similar quantitative and quality standard of this effect at calculations stress has received a wide circulation in mechanics of underground constructions and other applied areas. In mine surveying calculations displacement and deformations mainly empirical approaches are traditionally used. The resulted decisions allow to carry out such estimations and to take into account similar geomechanical effects in calculations of displacement and deformations.

В методологии расчетов сдвижений и деформаций земной поверхности при строительстве тоннелей и других подземных сооружений находят широкое применение как теоретические [1, 8], так и эмпирические методы [2]. В отличие от тоннельных выработок теоретические расчетные схемы для добычных выработок не получили такого распространения из-за сложности реальных геомеханических процессов [2].

Основной эмпирический метод – метод типовых кривых, основанный на эффекте подобия геомеханических процессов в схожих горно-геологических условиях, оперирует понятием типовых функций распределения сдвижений и деформаций вдоль некоторых (так называемых главных) направлений. Для получения графиков над конкретной выработкой определяются количественные параметры процесса, которые и определяют окончательный вид распределений сдвижений и деформаций. При наличии нескольких выработок принято итоговые распределения путем суперпозиции сдвижений и деформаций получать от каждой выработки, учитывая степень подработанности массива над каждой выработкой.

Учет степени подработанности обычно сводится к вводу эмпирического коэффициента в параметры, рассчитанные для неподработанного массива, что позволяет учесть особенности поведения породного массива с резко изменившимися (например, после запредельного деформирования, обрушения и т.п.) свойствами после подработки его добычной выработкой.

Для случая проходки тоннелей такой подход нельзя считать оптимальным. Во-первых, уровень деформаций в массиве а, следовательно, и сдвижений на земной поверхности здесь значительно ниже, чем при добычных работах, поэтому «чувствитель-

ность» геодезических методов измерений на поверхности, даже при повышенной точности, гораздо ниже. Во-вторых, массив не так радикально меняет свои свойства из-за малой площади обнажений и возведения капитальной крепи. В-третьих, условия строительства тоннелей (глубина и т.п.) часто определяются не геологическими характеристиками, поддающимися типизации (и позволяющими вычислить достоверные коэффициенты), а техническими требованиями, назначением и т.п.

Эффект дополнительной активизации процесса сдвижений при сооружении двух и более тоннелей, как показывают натурные данные [8], действительно, имеет место. Однако провести исчерпывающий количественный анализ, а тем более разработать методику учета взаимовлияния тоннелей в прогнозных расчетах сдвижений для широкого спектра условий только на основе натурных данных невозможно.

Многочисленные натурные и экспериментальные исследования показывают, что проходка тоннельных выработок на глубине до 100-150 м в пределах коренных толщ пород, сопровождающаяся возведением временной поддерживающей и мощной постоянной крепи, как правило, не приводит к динамическим проявлениям горного давления, породы вблизи и позади забоя (в зоне закрепленной выработки) деформируются плавно, часто без образования локальных разрывов, магистральных трещин и т.п. Массив горных пород, подвергающийся в таких условиях влиянию проходки тоннелей, в большинстве случаев можно с некоторой долей условности рассматривать как среду сплошную. В этой связи приложение методов механики сплошной среды (МСС) к расчетам сдвижений, возникающих в процессе сооружения тоннельных выработок, выглядит наиболее предпочтительным.

Широкое применение методов МСС в практике расчетов обделок городских подземных сооружений (изучаемых механикой подземных сооружений) также показывает актуальность подобного подхода к теоретическому описанию процессов сдвижений и деформаций. Большое количество работ в этой области, помимо показателей деформирования обделок тоннелей, оперируют понятием смещений в массиве горных пород, окружающем выработку [12].

Изменение напряженно-деформированного состояния (НДС) массива, окружающего сооружаемую выработку, и образование связанного с ним поля смещений оказывает весьма существенное влияние на массив, проявление которого может достигать земной поверхности с образованием мульды сдвижений. Очевидно, что сдвижения на земной поверхности будут определяться уровнем деформационных возмущений в массиве, непосредственно прилегающем к горной выработке. Определив их, мы сможем оценить и сдвижения на поверхности.

Подобное расчленение расчетной схемы неслучайно. Построить полноценное замкнутое теоретическое решение в рамках единого методологического подхода невозможно из-за очевидных трудностей математического характера. Именно поэтому обычно рассматривают отдельно проблему нахождения поля смещений в массиве, непосредственно окружающем выработку, и проблему определения сдвижений на земной поверхности.

Большинство горных пород в той или иной степени обладают свойствами анизотропии, физической нелинейности и ползучести, породные массивы неоднородны, а их свойства даже в относительно однородной области массива не соответствуют свойствам слагающих их пород, определенных в образце. Однако, если в качестве характеристик массива использовать усредненные значения физико-механических свойств массива, полученные обратным расчетом из натурных данных по сдвижениям [5], не учитывать особенности деформирования пород вблизи хорошо подкрепленного контура выработки и рассматривать теоретический расчет как первое приближение, позволяющее далее учесть при необходимости анизотропию и нелинейность, то можно в качестве базовых использовать изотропные решения для линейно-деформируемой среды.

Таким образом, ключевую роль в теоретическом представлении сдвижений мы будем относить методам МСС, развитый

аппарат которой позволяет математически строго описать большинство типовых горно-технических ситуаций.

К настоящему времени известно огромное множество аналитических решений в математической теории упругости [7, 8, 10, 12, 13]. К сожалению, решения эти, зачастую представляющие самостоятельный научный интерес, приводятся исследователями не в виде функций смещений, а в виде функций комплексных потенциалов. Для получения функций смещений достаточно воспользоваться несложными преобразованиями, известными из теории функции комплексного переменного.

Сначала рассмотрим односвязное решение для одиночной выработки. Приведем известные формулы Колосова – Мусхелишвили [10] для плоского поля перемещений около круглого отверстия в упругой изотропной плоскости:

$$2G(u+iv)=\chi\varphi_1(z)-z\overline{\varphi_1'(z)}-\overline{\psi_1(z)},$$

где $\chi=3-4\mu$ (для случая плоской деформации).

Здесь потенциалы $\varphi_1(z)$ и $\psi_1(z)$ соответствуют лишь дополнительным («снимаемым») напряжениям. Отделяя соответственно вещественную и мнимую часть в этом уравнении, мы получим выражения для двух проекций смещений вдоль оси *Ox* и *Oy*. Формулы для составляющих смещений *u* и *v* после некоторых преобразований принимают вид

$$u(x,y)=-\frac{1+\mu}{E}R^2x\left[((3-4\mu)p_1+p_2)\frac{1}{x^2+y^2}+\right.$$

$$\left.+p_1\frac{x^2-3y^2}{(x^2+y^2)^3}\left(x^2+y^2-R^2\right)\right];$$

$$v(x,y)=\frac{1+\mu}{E}R^2y\left[((3-4\mu)p_1-p_2)\frac{1}{x^2+y^2}+\right.$$

$$\left.+p_1\frac{y^2-3x^2}{(x^2+y^2)^3}\left(x^2+y^2-R^2\right)\right]; \qquad (1)$$

$$p_1=\frac{1-\lambda}{2}\gamma H\ ;\ p_2=\frac{1+\lambda}{2}\gamma H\ ,$$

где γ – средневзвешенное значение объемного веса пород, МПа/м (кг/м^3); H – глубина выработки, м; R – радиус выработки, м; λ – коэффициент бокового распора.

Иллюстрация таких распределений смещений около отверстия представлена на рис.1. Более привычный для маркшейдерии вид сдвижений как профилей мульд в данной плоскости можно получить из выражений перемещений, фиксируя вертикальную

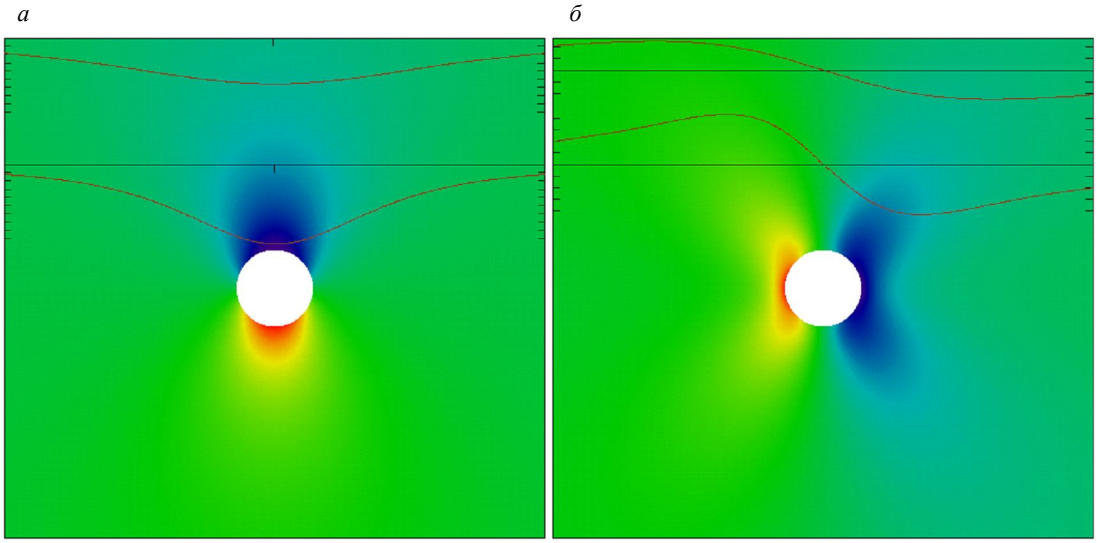


Рис.1. Распределение смещений в массиве с круглой выработкой: *а* и *б* – вертикальная и горизонтальная составляющие смещений

координату (y), соответствующую анализируемой высотной отметке (глубине).

Другой класс многосвязных задач составляют весьма актуальные в практике тоннелестроения задачи для случая двух (трех и т.д.) параллельных выработок, находящихся на небольшом расстоянии друг от друга.

В действительности подобные, например, двусвязные задачи нельзя рассматривать как частный случай односвязных [4], решая их методом суперпозиции (использование функции распределения показателей из двух односвязных решений). Два отверстия в полуплоскости влияют друг на друга (взаимовлияют). Используя решение для односвязной области на одном отверстии, мы не будем соблюдать граничные условия на втором.

Строгое решение задачи о напряженном состоянии упругого горного массива с двумя одинаковыми круговыми выработками было в свое время дано Д.И.Шерманом [14]. Серьезные математические трудности не позволяют представить функции комплексных потенциалов в компактном виде, речь в таких задачах идет, как правило, о «почти» точных решениях.

В этой связи следует отметить работы А.С.Космодамианского [6, 7], предложившего целый ряд методов приближенного решения подобных задач. Один из них сводится к нахождению коэффициентов рядов Фурье, в виде которых представлены симметричные относительно оси y функции комплексных потенциалов, посредством системы уравнений вытекающей из граничных условий (рис.2).

Отделяя вещественную и мнимую часть в исходных выражениях и учитывая природное поле напряжений, получим следующие функции:

$$\sigma_x = p + 2y\sum_{t=1}^{m} a_t t(t+1)\times$$

$$\times\left[\frac{\sin[(t+2)\varphi_1]}{r_1^{\,t+2}} + \frac{(-1)^{t+1}\sin[(t+2)\varphi_2]}{r_2^{\,t+2}}\right] +$$

$$+\sum_{t=1}^{m} t(b_t - 3a_t)\left[\frac{\cos[(t+1)\varphi_1]}{r_1^{\,t+1}} + \right.$$

$$\left. + \frac{(-1)^{t+1}\cos[(t+1)\varphi_2]}{r_2^{\,t+1}}\right];$$

$$\sigma_y = q - 2y\sum_{t=1}^{m} a_t t(t+1)\times$$

$$\times\left[\frac{\sin[(t+2)\varphi_1]}{r_1^{\,t+2}} + \frac{(-1)^{t+1}\sin[(t+2)\varphi_2]}{r_2^{\,t+2}}\right] -$$

$$-\sum_{t=1}^{m} t(b_t + a_t)\times$$

$$\times\left[\frac{\cos[(t+1)\varphi_1]}{r_1^{\,t+1}} + \frac{(-1)^{t+1}\cos[(t+1)\varphi_2]}{r_2^{\,t+1}}\right]; \quad (2)$$

$$\tau_{xy} = -2y\sum_{t=1}^{m} a_t t(t+1)\times$$

$$\times\left[\frac{\cos[(t+2)\varphi_1]}{r_1^{\,t+2}} + \frac{(-1)^{t+1}\cos[(t+2)\varphi_2]}{r_2^{\,t+2}}\right] +$$

$$+\sum_{t=1}^{m} t(b_t - a_t)\times$$

$$\times\left[\frac{\sin[(t+1)\varphi_1]}{r_1^{\,t+1}} + \frac{(-1)^{t+1}\sin[(t+1)\varphi_2]}{r_2^{\,t+1}}\right],$$

где a_t и b_t – коэффициенты рядов Фурье; r и φ – переменные в полярной системе координат (из тригонометрического представления комплексных переменных); p и q – составляющие природного поля напряжений.

Логическим продолжением данных рассуждений является рассмотрение многосвязных задач, например, в случае трех отверстий в полуплоскости для описания про-

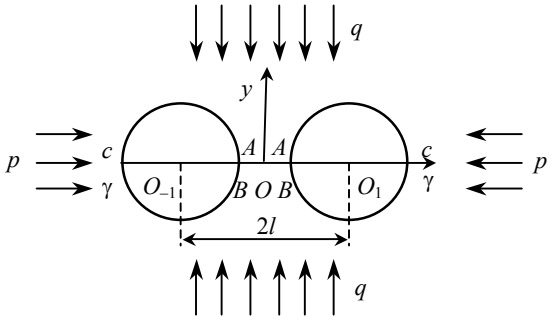


Рис.2. Расчетная схема двусвязного решения для параллельных выработок

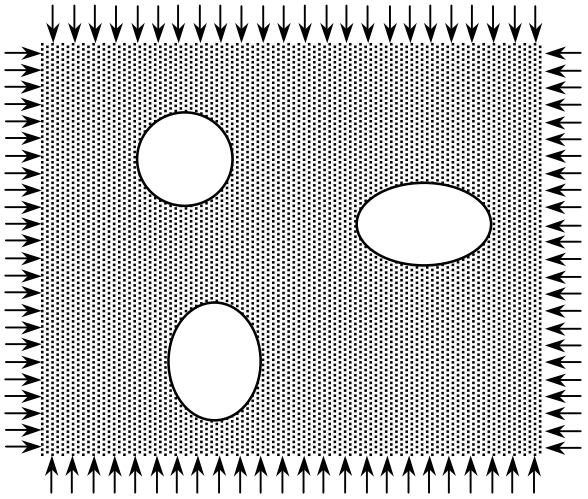


Рис.3. Общая расчетная схема для многосвязного решения

цессов, возникающих при сооружении трех параллельных тоннелей.

Многосвязные решения так же, как и двусвязные характеризуются весьма громоздкими математическими выражениями, поэтому приводить их не будем. Отметим работу Д.И.Шермана [13] и приведем формулы первой основной задачи математической теории упругости для многосвязной (m – областей) области (рис.3), связывающие комплексные потенциалы Н.И.Мусхелишвили $\varphi(z)$ и $\psi(z)$ и специально введенной Д.И.Шерманом функции $\omega(z)$:

$$\varphi(z) = \frac{1}{2\pi i}\int_L \frac{\omega(t)}{t-z} + \sum_{j=1}^{m}\frac{b_j}{z-z_j};$$

$$\psi(z) = \frac{1}{2\pi i} < \int_L \frac{\overline{\omega(t)}}{t-z}dt +$$

$$+\int_L \frac{\omega(t)}{t-z}d\bar{t} - \int_L \frac{\bar{t}\omega(t)}{(t-z)^2}dt > + \sum_{j=1}^{m}\frac{b_j}{z-z_j}; \quad (3)$$

где t – точка контура; z_j – произвольно фиксированные точки областей S_j (вне S); b_j – действительные постоянные,

$$b_j = i\int_{L_j}\{\omega(t)d\bar{t} - \overline{\omega(t)}dt\}.$$

Помимо работ Д.И.Шермана и Г.Н.Савина [12], отметим работы А.С.Космодамианского и С.Г.Лехницкого, исследовавших не только изотропные, но и анизотропные постановки подобного рода задач [3, 7, 8].

Анализ многочисленных расчетов НДС показывает, что при расстоянии между осями выработок менее двух-трех их диаметров, взаимовлиянием пренебрегать уже нельзя. Близость ранее созданной и сооружаемой выработок не позволяет рассматривать их воздействие на массив, подобно влиянию двух одиночных выработок. Решать задачу определения функций напряжений (деформаций) и смещений суперпозицией полей добавочных напряжений и деформаций, полученных из решений соответствующих односвязных задач для каждой из выработок, зачастую недопустимо. Здесь актуальны двусвязные (многосвязные) решения аналитических задач. Однако в некоторых случаях (при достаточном удалении выработок друг от друга) несоответствием граничных условий на контурах из односвязных и многосвязных решений можно пренебречь.

Для оценки взаимовлияния двух и трех горизонтальных параллельных выработок на напряжения (деформации) и смещения можно рекомендовать приближенные методы, получившие большее распространение из-за их достаточной компактности. Сравнивая функции распределений из односвязного и многосвязного решений, можно достаточно точно оценить степень взаимовлияния выработок.

В случае сооружения двух горизонтальных параллельных выработок (рис.4) можно воспользоваться, например, приближенным решением А.С.Космодамианского [6] для изотропной плоскости с двумя отверстиями, сравнивая его результаты с результатами двойного односвязного решения:

$$u_{\text{двойн}}(x, y) = u(x, y) + u(x - l, y);$$
$$v_{\text{двойн}}(x, y) = v(x, y) + v(x - l, y), \quad (4)$$

где l – расстояние между тоннелями; $u(x, y)$ и $v(x, y)$ – функции распределений смещений вдоль осей координат из односвязного решения [см. формулы (1)].

Широкий спектр полученных к настоящему времени многосвязных решений как для свободных, так и подкрепленных коль-

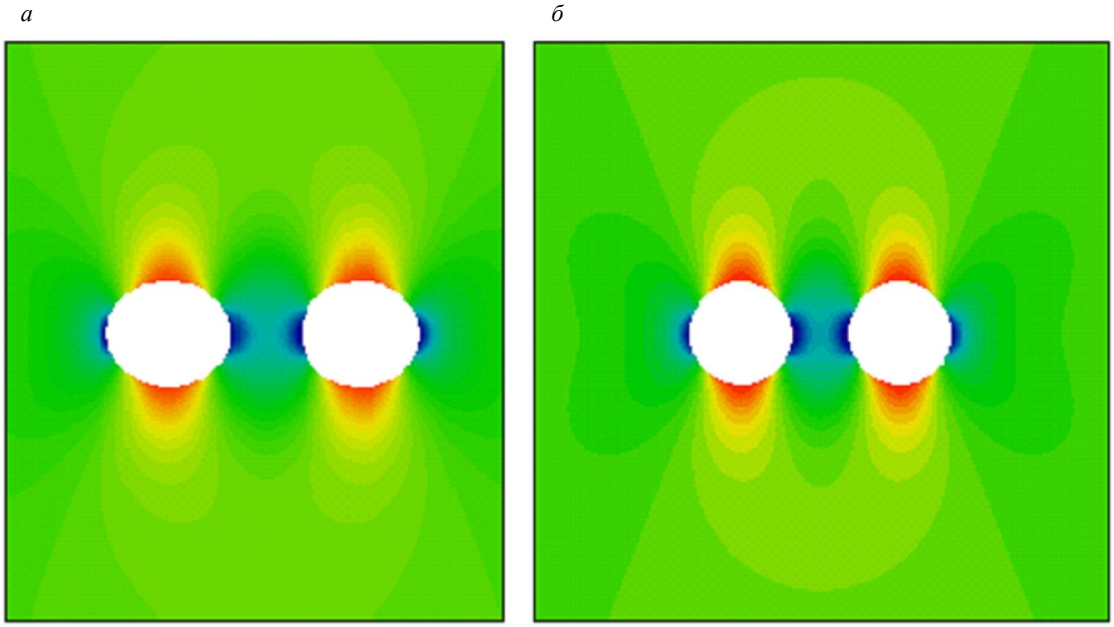


Рис.4. Распределения вертикальных составляющих деформаций ε_y в массиве с двойным односвязным (*а*) и двусвязным (*б*) решением

цами и сплошными ядрами отверстий в большинстве своем оперирует понятием изотропной среды, однако, как показали наши исследования, качественно оценить картину взаимовлияния возможно на основе соответствующих изотропных решений.

Для анализа явно анизотропных сред можно рекомендовать решения, полученные А.С.Космодамианским [7] для анизотропных многосвязных постановок, сводящего задачу определения функций комплексных потенциалов к решению квазирегулярных систем алгебраических уравнений.

Для расчета неодновременной проходки выработок можно пользоваться комбинацией решений, соответствующих стадиям сооружения комплекса без нужного поля смещений.

В случаях, когда оси выработок не параллельны, справедливость использования плоских постановок рассматриваемых здесь задач весьма спорна, значит и реализация таких аналитических оценок данного фактора неправомерна. Для подобных случаев следует рекомендовать применение методов численного моделирования (таких, например, как метод конечных элементов) в пространственной постановке, особенно при пострадийном моделировании процессов строительно-монтажных работ.

Рассмотрим пример оценки взаимовлияния выработок. Проходка выработок в непосредственной близости от ранее сооруженных осуществляется при проходке перегонных и станционных тоннелей. Поскольку горные работы на перегонных тоннелях практически не оказывают влияния на массив и земную поверхность, остановимся на анализе взаимовлияния параллельных выработок при сооружении колонных и пилонных станций метрополитена.

Для анализа взаимовлияния двух горизонтальных параллельных выработок на напряжения (деформации) и смещения сравним функции распределений из односвязного (как результат двойного односвязного решения) и двусвязного решения А.С.Космодамианского [6] для изотропной плоскости с двумя отверстиями.

Рассмотрим типичный для практики метростроения случай сооружения двух горизонтальных параллельных станционных тоннелей на расстоянии 1,26D (D − диаметр тоннелей) друг от друга. Такой случай характерен для сооружения тоннелей колонных и пилонных станций. Формулы для комплексных потенциалов примут следующий вид:

$$\varphi(z) = \sum_{k=1}^{2} a_k \left[\frac{1}{(z-l)^k} + \frac{(-1)^{k+1}}{(z+l)^k} \right];$$

$$\chi(z) = \sum_{k=1}^{4} b_k \left[\frac{1}{(z-l)^k} + \frac{(-1)^{k+1}}{(z+l)^k} \right], \quad (5)$$

где коэффициенты $a_1 = 34{,}517$; $a_2 = -1{,}037$; $b_1 = 69{,}377$; $b_2 = 0{,}966$; $b_3 = 62{,}250$; $b_4 = 2{,}320$.

Распределения деформаций в массиве, окружающем два тоннеля, полученные из решения А.С.Космодамианского представлены на рис.4. Между выработками образуется зона повышенных вертикальных деформаций сжатия, несколько отличающаяся от зон, расположенных по внешним бокам выработок. Именно эта зона во многом определяет появление повышенных значений сдвижений в породном массиве над сближенными выработками. На расстоянии превышающем 2-3D над выработками, зоны дополнительных вертикальных деформаций растяжения от двух выработок сливаются в одну общую зону, что придает мульде вертикальных оседаний в этом уровне «одногорбый» вид (ниже мульда имеет «двугорбый» вид) с максимальным оседанием ровно по центру между тоннелями.

Профиль мульды сдвижения из суперпозиции двух односвязных решений в соответствии с (4) имеет аналогичный вид, однако абсолютные значения вертикальных сдвижений получаются меньше на 15-35 %.

Причины таких различий в расчетах кроются в неэквивалентности граничных условий на контурах отверстий из односвязных и многосвязных решений. С механической точки зрения дополнительные оседания над тоннелями образуются из-за более существенных деформаций породного целика между тоннелями, напряжения в котором могут существенно превосходить те, что наблюдаются в боках одиночной выработки.

Анализ многочисленных расчетов НДС для подобных случаев показал, что при расстоянии между осями выработок менее 2-3D взаимовлияние проявляется достаточно отчетливо, а суммарные оседания в мульде над выработками дополнительно увеличивается от 10 до 40 %.

Несмотря на то, что использованные решения оперируют понятием изотропной среды, как показывают исследования, качественно оценить картину взаимовлияния даже для неизотропных сред возможно на основе таких изотропных решений. Для количественной оценки и учета в прогнозных расчетах сдвижений в массиве рассматриваемого здесь эффекта можно рекомендовать к использованию функции влияния, полученные на базе функций распределения сдвижений и деформаций.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Авершин С.Г.* Анализ напряженно-деформированного состояния анизотропного упругого горного массива, ослабленного выработкой эллиптической формы / С.Г.Авершин, В.Я.Степанов // Проблемы механики горных пород: Материалы 1-й Всесоюзной науч. конф. по механике горных пород. Алма-Ата: Наука, 1966.

2. *Акимов А.Г.* Геомеханические аспекты сдвижения горных пород при подземной разработке угольных и рудных месторождений / А.Г.Акимов, В.В.Громов, Е.В.Бошенятов / ВНИМИ. СПб, 2003.

3. *Батугин С.А.* Анизотропия массива горных пород. Новосибирск: Наука, 1988.

4. *Волохов Е.М.* Некоторые основные принципы решения задач расчета сдвижений и деформаций массивов горных пород при проходке в нем тоннелеобразных выработок / Е.М.Волохов, В.Н.Гусев // Маркшейдерский вестник. 2003. № 1.

5. *Волохов Е.М.* К вопросу оценки деформационных свойств массива горных пород в расчетах сдвижений при сооружении тоннелей / Е.М.Волохов, В.Н.Гусев // Маркшейдерский вестник. 2004. № 1.

6. *Космодамианский А.С.* Приближенные методы определения напряженного состояния упругого горного массива, в котором пройдены выработки круглого сечения // Труды ВНИМИ. Л., 1962. Вып.45.

7. *Космодамианский А.С.* Напряженное состояние анизотропных сред с отверстиями и полостями. Киев: Наука, 1976.

8. *Лехницкий С.Г.* Теория упругости анизотропных тел. М.: Наука,1977.

9. *Лиманов Ю.А.* Осадки земной поверхности при сооружении тоннелей в кембрийских глинах / ЛИИЖТ. Л., 1957.

10. *Мусхелишвили Н.И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Изд-во АН СССР, 1954.

11. *Руппенейт К.В.* Деформируемость массивов трещиноватых горных пород. М.: Недра, 1975.

12. *Савин Г.Н.* Распределение напряжений около отверстий. М.: Наука, 1968.

13. *Шерман Д.И.* Упругая весомая полуплоскость, ослабленная отверстием эллиптической формы, достаточно близко расположенным от ее границы // Проблемы механики сплошной среды. М.: Изд-во АН СССР, 1961.

14. *Шерман Д.И.* О напряжениях в весомой полуплоскости, ослабленной двумя круговыми отверстиями // Прикладная математика и механика. 1951. Т.15. Вып.6.