УДК 550.84

О.Ф.ПУТИКОВ, *д-р геол.-минерал. наук, профессор*, oput@OP4130.spb.edu
Санкт-Петербургский государственный горный институт (*технический университет*)
Е.Г.МАРГОВИЧ, *науч. сотр.*, margovichevgeny@mail.ru
Федеральное государственное унитарное научно-производственное предприятие «*Геологоразведка*», *Санкт-Петербург*

O.F.PUTIKOV, *Dr. g.-m. Sci., Professor*, oput@OP4130.spb.edu
Saint-Petersburg State Mining Institute (*Technical University*)
E.G.MARGOVICH, *Research Fellow*, margovichevgeny@mail.ru
Federal State Unitary Research-production Enterprise «*Geologorasvedka*», *Saint-Petersburg*

О СООТНОШЕНИИ КОНЦЕНТРАЦИЙ ЭЛЕМЕНТОВ В СТРУЙНЫХ ОРЕОЛАХ РАССЕЯНИЯ, ФИКСИРУЕМЫХ РАЗЛИЧНЫМИ ГЕОЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

Представлено теоретическое обоснование связи между результатами двух геоэлектрохимических методов, основанных на отборе проб на различных глубинах. Выводы подтверждены данными полевых исследований.

***Ключевые слова*:** концентрация элементов, струйные ореолы рассеяния, геоэлектрохимические методы.

ON CORRELATION OF ELEMENT CONCENTRATIONS IN SPRAY HALOES OF DISPERSION BEING FIXED WITH DIFFERENT GEOELECTROCHEMICAL METHODS

The theoretical basis for correlation between the results of two geoelectrochemical methods at different depths of sampling is presented. The field data confirm the conclusion.

***Key words*:** concentration of elements, stream haloes of dispersion, geoelectrochemical methods.

Рассмотрим струйный ореол рассеяния над вертикальным пластообразным рудным телом, перекрытым неоднородными наносами.

Общий случай. Начало декартовых координат совместим с центром верхней грани пластообразного рудного тела, ось x направим нормально к его боковым граням, ось z – вертикально вверх (рис.1).

В этом случае при $-\infty < x < \infty$ стационарное дифференциальное уравнение для концентрации подвижных форм элемента в струйном ореоле примет вид*

$$\frac{\partial^2 C}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \frac{\upsilon(z)}{D(z)}\frac{\partial C}{\partial z} - \frac{\chi(z)}{D(z)}C = 0,$$

где $\upsilon(z)$ – вертикальная скорость квазиконвекции подвижной формы элемента; $D(z)$ и $\chi(z)$ – коэффициент соответственно диффузии и поглощения.

Пренебрегая диффузией по вертикали, получим

$$\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \frac{\upsilon(z)}{D(z)}\frac{\partial C}{\partial z} - \frac{\chi(z)}{D(z)}C = 0. \qquad (1)$$

* Геоэлектрохимические методы при поисках нефтегазовых и рудных месторождений / О.Ф.Путиков, Е.Г.Маргович, С.А.Вешев, Н.А.Ворошилов, С.Г.Алексеев, М.Б.Штокаленко // Зап. Горного института. 2005. Т.162. С.50-54.

Geoelectrochemical methods in prospecting of oil-gas fields and ore deposits / O.F.Putikov, E.G.Margovich, S.A.Veshev, N.A.Voroshilov, S.G.Alexeev, M.B.Shtokalenko // Proc. Min. Inst. 2005. Vol.162, pp.50-54.

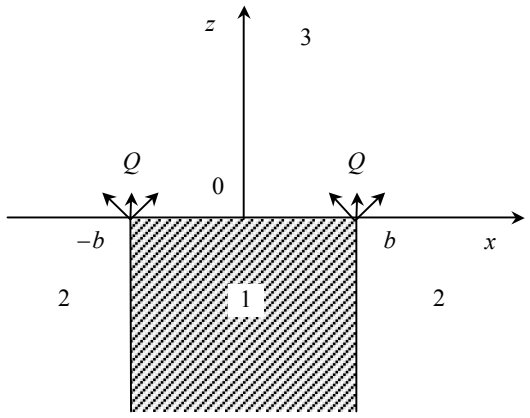


Рис.1. Схема пластообразного рудного тела (1), залегающего во вмещающих породах (2) и перекрытого рыхлыми отложениями (3)
$2b$ – мощность вертикального пластообразного рудного тела; Q – интенсивность линейных источников подвижного компонента у верхних кромок рудного тела

Граничное условие на плоскости $z = 0$ имеет вид

$$(\upsilon C)\big|_{z=0} = Q\big[\delta(x-b) + \delta(x+b)\big], \qquad (2)$$

где $\delta(y)$ – обобщенная дельта-функция Дирака.

Условие (2) отражает наличие на верхнем контуре залежи (при $z = 0$, $x = \pm b$) линейных источников подвижного компонента интенсивностью Q. На бесконечности – нулевое условие $C\big|_{|x|\to\infty} \to 0$. Учитывая симметричное распределение концентрации относительно плоскости $x = 0$

$$\left.\frac{\partial \tilde{N}}{\partial x}\right|_{x=0} = 0, \qquad (3)$$

рассмотрим распределение концентрации при $0 \le x < \infty$.

Применяя к концентрации C интегральное косинус-преобразование Фурье по x, получим с учетом условия (3) из уравнения (1) дифференциальное уравнение для косинус-преобразования Фурье концентрации F

$$\frac{dF}{dz} + \left[\frac{D(z)}{\upsilon(z)}\omega^2 + \frac{\chi(z)}{\upsilon(z)}\right]F = 0, \qquad (4)$$

где ω – вещественная переменная.

Граничное условие (2) для трансформанты F имеет вид

$$F\big|_{\substack{z=0\\0\le x<\infty}} = \frac{Q}{\upsilon(0)}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^\infty \big[\delta(x-b)+\delta(x+b)\big]\cos\omega x dx =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{Q}{\upsilon(0)}\cos\omega b. \qquad (5)$$

Решение дифференциального уравнения (4) при граничном условии (5) имеет вид

$$F = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{Q\cos\omega b}{\upsilon(0)}\times$$

$$\times\exp\left[-\int_0^z\left[\frac{D(z')}{\upsilon(z')}\omega^2 + \frac{\chi(z')}{\upsilon(z')}\right]dz'\right]. \qquad (6)$$

Находя в соответствии с (6) оригинал концентрации, получим

$$C = \frac{2}{\pi}\frac{Q}{\upsilon(0)}\exp\left[-\int_0^Z\frac{\chi(z')}{\upsilon(z')}dz'\right]\times$$

$$\times\int_0^\infty\exp\left[-\omega^2\int_0^Z\frac{D(z')}{\upsilon(z')}dz'\right]\cos\omega b\cos\omega x d\omega. \qquad (7)$$

Выполняя некоторые преобразования и используя известные интегралы, формулу (7) приведем к виду

$$C = \frac{1}{2\sqrt{\pi}}\frac{Q}{\upsilon(0)\sqrt{\int_0^z\frac{D(z')}{\upsilon(z')}dz'}}\exp\left[-\int_0^Z\frac{\chi(z')}{\upsilon(z')}dz'\right]\times$$

$$\times\left\{\exp\left[-\frac{(b+x)^2}{4\int_0^z\frac{D(z')}{\upsilon(z')}dz'}\right]+\exp\left[-\frac{(b-x)^2}{4\int_0^z\frac{D(z')}{\upsilon(z')}dz'}\right]\right\}. \qquad (8)$$

Если использовать соотношение*

$$\delta(x) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty\cos xx'dx',$$

то можно доказать что концентрация C, определяемая формулами (7) и (8), удовлетворяет граничному условию (2).

---

* *Булашевич Ю.П.* К теории интерпретации радиоактивных аномалий // Изв. АН СССР. Сер. географ. и геофиз. Х. № 5. 1946. С.8-12.

Bulashevich Yu.P. On the theory of interpretation of radioactive anomalies // Izv. AS USSR. Ser. Geograph. and Geophys. X. № 5. 1946, pp.8-12.

В частном случае, когда $D(z) = D = \text{const}$, $\upsilon(z) = \upsilon = \text{const}$, $\chi(z) = \text{var}$, формула (8) принимает вид

$$C = \frac{1}{2\sqrt{\pi\upsilon Dz}} \exp\left[-\frac{1}{\upsilon} \int_0^Z \chi(z')dz' \right] \times$$

$$\times \left\{ \exp\left[-\frac{\upsilon(b+x)^2}{4Dz} \right] + \exp\left[-\frac{\upsilon(b-x)^2}{4Dz} \right] \right\}. \quad (9)$$

Горизонтально-слоистые перекрывающие рудное тело отложения. Рассмотрим особенности распределения концентраций элемента в струйных ореолах рассеяния при использовании геоэлектрохимических методов МПФ (метод поисков по металлоорганическим соединениям) и ТМГМ (термомагнитный геохимический метод).

Для отбора проб в методе МПФ используют обогащенный органикой почвенный слой, коэффициент поглощения данного компонента χ_2; в методе ТМГМ – залегающий под ним минеральный слой, обогащенный оксидами железа и марганца, коэффициент поглощения данного компонента χ_1 (рис.2).

В соответствии с рис.2 по формуле (9) находим распределение концентрации подвижного компонента C в каждом из выделенных слоев:

1) $0 \le z \le z_1$

$$C_1 = \frac{Q}{2\sqrt{\pi\upsilon Dz}} \left\{ \exp\left[-\frac{\upsilon(b+x)^2}{4Dz} \right] + \right.$$

$$\left. + \exp\left[-\frac{\upsilon(b-x)^2}{4Dz} \right] \right\};$$

2) $z_1 \le z \le z_1 + H_1$

$$C_2 = \frac{Q}{2\sqrt{\pi\upsilon Dz}} \exp\left[-\frac{\chi_1(z-z_1)}{\upsilon} \right] \times$$

$$\times \left\{ \exp\left[-\frac{\upsilon(b+x)^2}{4Dz} \right] + \exp\left[-\frac{\upsilon(b-x)^2}{4Dz} \right] \right\};$$

3) $z_1 + H_1 \le z \le z_1 + H_1 + \Delta H$

$$C_3 = \frac{Q}{2\sqrt{\pi\upsilon Dz}} \exp\left[-\frac{\chi_1 H_1}{\upsilon} \right] \times$$

$$\times \left\{ \exp\left[-\frac{\upsilon(b+x)^2}{4Dz} \right] + \exp\left[-\frac{\upsilon(b-x)^2}{4Dz} \right] \right\};$$

4) $z_1 + H_1 + \Delta H \le z \le z_1 + H_1 + \Delta H + H_2$

$$C_4 = \frac{Q}{2\sqrt{\pi\upsilon Dz}} \times$$

$$\times \exp\left[-\frac{\chi_1 H_1}{\upsilon} - \frac{\chi_2}{\upsilon} \left[z - (z_1 + H_1 + \Delta H) \right] \right] \times$$

$$\times \left\{ \exp\left[-\frac{\upsilon(b+x)^2}{4Dz} \right] + \exp\left[-\frac{\upsilon(b-x)^2}{4Dz} \right] \right\};$$

5) $z_1 + H_1 + \Delta H + H_2 \le z < \infty$

$$C_5 = \frac{Q}{2\sqrt{\pi\upsilon Dz}} \exp\left[-\frac{(\chi_1 H_1 + \chi_2 H_2)}{\upsilon} \right] \times$$

$$\times \left\{ \exp\left[-\frac{\upsilon(b+x)^2}{4Dz} \right] + \exp\left[-\frac{\upsilon(b-x)^2}{4Dz} \right] \right\}.$$

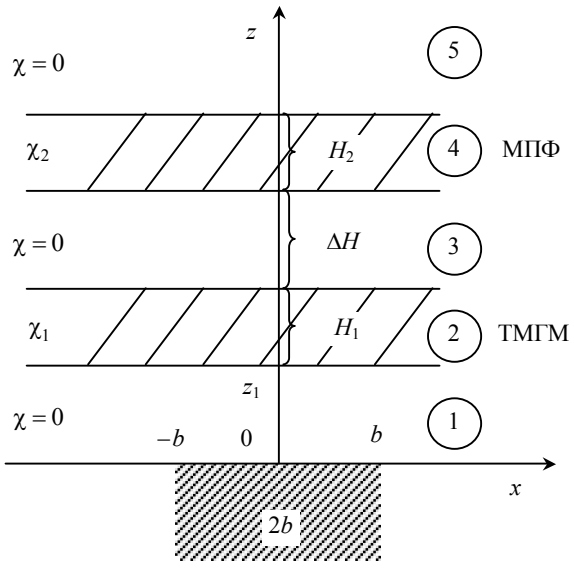


Рис.2. Схема расположения поглощающих слоев горных пород над вертикальным пластообразным рудным телом мощностью $2b$

z_1, χ_1, H_1 – координата подошвы, коэффициент поглощения и мощность нижнего поглощающего слоя; χ_2, H_2 – коэффициент поглощения и мощность верхнего поглощающего слоя; ΔH – мощность непоглощающего прослоя, залегающего между поглощающими слоями; 1-5 – номера слоев горных пород над рудным телом

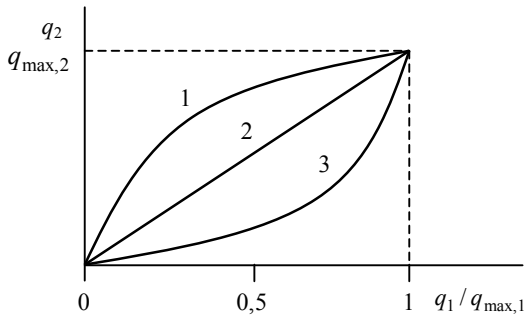


Рис.3. Теоретическая зависимость концентрации элемента в верхнем поглощающем слое (q_2, МПФ) от его концентрации в нижнем поглощающем слое (q_1, ТМГМ).
Значения коэффициента α: $1 - \alpha > 1$; $2 - \alpha = 1$; $3 - \alpha < 1$

Распределение концентрации компонента в твердой фазе q подчиняется дифференциальному уравнению

$$\frac{\partial q}{\partial \tau} = \beta C(q_{\max} - q), \qquad (10)$$

где β – скорость гетерогенной реакции перехода подвижных форм металла в закрепленные формы; τ – время; $q_{\max}$ – максимально возможная концентрация рассматриваемого металла в закрепленных формах.

Полагая $q\big|_{\tau=0} = 0$ и интегрируя уравнение (10), получим

$$\frac{q}{q_{\max}} = 1 - \exp(-\beta \int_0^{\tau} C(\eta) d\eta). \qquad (11)$$

Если концентрация подвижного компонента не зависит от времени τ, то из соотношения (11) находим

$$\frac{q}{q_{\max}} = 1 - \exp\big(-\beta \tau C(x,z)\big). \qquad (12)$$

Учитывая, что $\beta = \dfrac{\chi}{q_{\max}}$, формулу (12) можно переписать в виде

$$\frac{q}{q_{\max}} = 1 - \exp\left(-\frac{\chi \tau}{q_{\max}} C(x,z)\right). \qquad (13)$$

Полагая для нижнего поглощающего пласта

$$q_{\max} = q_{\max,1} \qquad (14)$$

и определяя концентрацию подвижных форм металла при $x = 0$ для кровли пласта (при $z = z_1 + H_1$), имеем

$$C_{10} = C_2\big|_{\substack{x=0 \\ z=z_1+H_1}} = \frac{Q}{\sqrt{\pi \upsilon D(z_1 + H_1)}} \times$$

$$\times \exp\left[-\frac{\chi_1 H_1}{\upsilon}\right] \exp\left[-\frac{\upsilon b^2}{4D(z_1 + H_1)}\right]. \qquad (15)$$

Аналогично для верхнего поглощающего пласта

$$q_{\max} = q_{\max,2}, \qquad (16)$$

$$C_{20} = \tilde{N}_4\big|_{\substack{x=0 \\ z=z_1+H_1+\Delta H+H_2}} =$$

$$= \frac{Q}{\sqrt{\pi \upsilon D(z_1 + H_1 + \Delta H + H_2)}} \times$$

$$\times \exp\left[-\frac{(\chi_1 H_1 + \chi_2 H_2)}{\upsilon}\right] \times$$

$$\times \exp\left[-\frac{\upsilon b^2}{4D(z_1 + H_1 + \Delta H + H_2)}\right]. \qquad (17)$$

Подставляя выражения (14) и (15) в формулу (13), найдем концентрацию закрепленных форм металла в кровле нижнего поглощающего горизонта ($\chi = \chi_1$) над центром рудного тела:

$$\frac{q_1}{q_{\max,1}} = 1 - \exp\left\{-\frac{\chi_1 \tau}{q_{\max,1}} \frac{Q}{\sqrt{\pi \upsilon D(z_1 + H_1)}} \times \right.$$

$$\left. \times \exp\left[-\frac{\chi_1 H_1}{\upsilon}\right] \exp\left[-\frac{\upsilon b^2}{4D(z_1 + H_1)}\right]\right\}. \qquad (18)$$

Аналогично, подставляя выражения (16), (17) в формулу (13), найдем для верхнего поглощающего пласта ($\chi = \chi_2$)

$$\frac{q_2}{q_{\max,2}} = 1 - \exp\left\{-\frac{\chi_2 \tau}{q_{\max,2}} \frac{Q}{\sqrt{\pi \upsilon D(z_1 + H_1 + \Delta H + H_2)}} \times \right.$$

$$\times \exp\left[-\frac{(\chi_1 H_1 + \chi_2 H_2)}{\upsilon}\right] \times$$

$$\left. \times \exp\left[-\frac{\upsilon b^2}{4D(z_1 + H_1 + \Delta H + H_2)}\right]\right\}. \qquad (19)$$

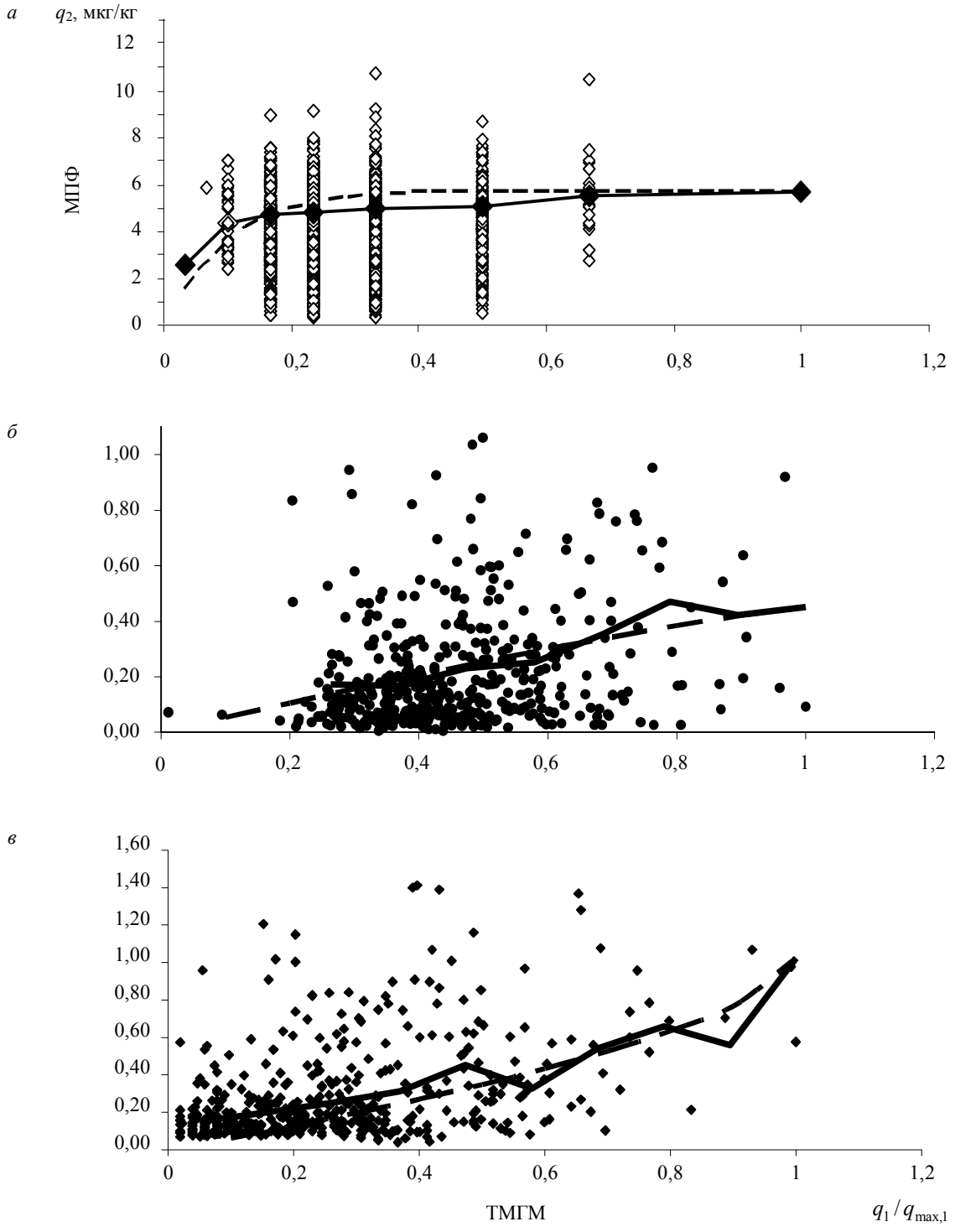


Рис.4. Графики соотношения концентраций различных элементов, определенных по данным методов МПФ и ТМГМ: *а* –никель, Самарская область, 2000 г., 2400 точек опробования, $\alpha = 10$; *б* – никель, Архангельская область, 2001 г., 450 точек опробования, $\alpha = 1,2$; *в* – медь, Архангельская область, 2001 г., 450 точек опробования, $\alpha = 0,6$
Сплошной линией указаны усредненные по интервалам экспериментальные данные, пунктирной – теоретические кривые, рассчитанные по формуле (23)

Если мощность рудного тела, а также суммарная мощность прослоя и второго поглощающего пласта $(\Delta H + H_2)$ намного меньше глубины залегания рудного тела, то можно положить в формулах (18), (19)

$$b = 0; \qquad (20)$$

$$z_1 + H_1 + \Delta H + H_2 \approx z_1 + H_1. \qquad (21)$$

При условиях (20), (21) из формул (18), (19) найдем

$$\frac{q_2}{q_1} = q_{\max,2}\left\{1 - \exp\left[-\frac{\chi_2 \tau}{q_{\max,2}} \frac{Q}{\sqrt{\pi \upsilon D(z_1 + H_1)}} \times \right.\right.$$

$$\left.\left. \times \exp\left[-\frac{(\chi_1 H_1 + \chi_2 H_2)}{\upsilon}\right]\right]\right\} \Big/ q_{\max,1}\left\{1 - \right.$$

$$\left. - \exp\left[-\frac{\chi_1 \tau}{q_{\max,1}} \frac{Q}{\sqrt{\pi \upsilon D(z_1 + H_1)}} \exp\left[-\frac{\chi_1 H_1}{\upsilon}\right]\right]\right\}. \qquad (22)$$

Выражение (22) можно привести к виду

$$q_2 = q_{\max,2}\left[1 - \left(1 - \frac{q_1}{q_{\max,1}}\right)^{\alpha}\right] \qquad (23)$$

или

$$\frac{q_2}{q_1} = \gamma \frac{1 - 1\left(1 - \dfrac{q_1}{q_{\max,1}}\right)^{\alpha}}{\dfrac{q_1}{q_{\max,1}}},$$

где $\gamma = \dfrac{q_{\max,2}}{q_{\max,1}}$; $\alpha = \dfrac{q_{\max,1}}{q_{\max,2}} \dfrac{\chi_2}{\chi_1} \exp\left[-\dfrac{\chi_2 H_2}{\upsilon}\right]$.

На рис.3, согласно формуле (23), указан вид теоретических кривых зависимости концентрации q_2 от относительного значения концентрации q_1 $(q_1 / q_{\max,1})$. Как видно из рис.3, зависимость q_2 от q_1 всегда возрастающая: при $\alpha = 1$ – линейная, при $\alpha > 1$ – выпуклая, при $\alpha < 1$ – вогнутая.

На рис.4 представлены соответствующие экспериментальные зависимости, полученные по данным полевых геоэлектрохимических исследований.