УДК 537.538

А.С. МУСТАФАЕВ, *д-р физ.-мат. наук, профессор, alexmustafaev@yandex.ru*
Санкт-Петербургский государственный горный институт (технический университет)

A.S. MUSTAFAEV, *Dr. in phys. and math., professor, alexmustafaev@yandex.ru*
Saint Petersburg State Mining Institute (Technical University)

МЕТОД ДИАГНОСТИКИ ЭМИССИОННЫХ СВОЙСТВ ПОВЕРХНОСТИ ТЕРМОЭМИССИОННЫХ КАТОДОВ

Представлен метод диагностики эмиссионных свойств поверхности катодов с помощью поперечного магнитного поля. В качестве одномерной модели, удобной для проведения теоретических и экспериментальных исследований, рассматривается кнудсеновский Cs-Ba-диод с поверхностной ионизацией (КДПИ).

Ключевые слова: поверхностная ионизация, работа выхода катода, коэффициент отражения электронов, кнудсеновская плазма, термоэлектронная эмиссия.

DIAGNOSTIC METHOD FOR MEASUREMENTS OF EMISSION PARAMETERS OF THERMOEMISSION CATHODES

This article deals with the diagnostic method of emission parameters of thermo emission cathodes by the transverse magnetic field. The knudsen Cs-Ba-diode with the surface ionization are investigated.

***Key words*:** surface ionization, work function of cathodes, coefficients of reflection of heat electrons, Knudsen plasma, thermo electronic emission.

Идеальный кнудсеновский Cs-Ba-диод с поверхностной ионизацией – одномерная модель приэлектродной плазмы. КДПИ является удобной моделью изучения сильнонеравновесной плазмы с поверхностной ионизацией. В кнудсеновском режиме плазма синтезируется на поверхности катода. Ионы образуются за счет поверхностной ионизации атомов плазмообразующего компонента (цезия), электроны – за счет термоэлектронной эмиссии, при этом работа выхода катода регулируется изменением давления паров бария так, что длина свободного пробега электронов определяется только давлением паров цезия. Анод, поглощающий заряженные частицы, располагается параллельно катоду на расстоянии, меньшем длины свободного пробега электронов. Предполагается, что катод и анод однородны по работе выхода и обладают нулевым коэффициентом отражения от поверхности. Эта достаточно простая одномерная модель КДПИ допускает проведение теоретических и экспериментальных исследований в широком диапазоне изменения степени компенсации γ. Здесь $\gamma = n_{i+}/n_{e+}$ – отношение концентраций ионов и электронов, рожденных на поверхности катода.

Бинарный Cs-Ba-наполнитель КДПИ решает одну из важных проблем катодной электроники, снимая ограничения эмиссионной способности при низких температурах катода и давлении паров цезия.

Силы, действующие на заряженные частицы в плазме, обусловлены самосогласованным электрическим полем. Независимое изменение параметра Кнудсена и степени компенсации удобно для проведения исследования особенностей распределения

потенциала, условий возникновения двойных слоев в приэлектродной плазме и их влияния на кинетику процессов токопереноса. Варьируя давление паров бария можно в широких пределах изменять концентрации заряженных частиц, напряженность электрического поля в приэлектродном слое, направленную скорость электронов в плазме.

Однако малые пространственные размеры приэлектродных областей, высокие концентрации заряженных частиц, функции распределения которых, как правило, анизотропны, сильные электрические поля и многообразие протекающих процессов делают практически невозможным применение традиционных методов диагностики плазмы КДПИ.

Для исследования кнудсеновской анизотропной плазмы, синтезированной на поверхности катода, в работе применяется поперечное магнитное поле, с помощью которого обычно измеряются удельный заряд, масса и скорость монокинетичных пучков заряженных частиц.

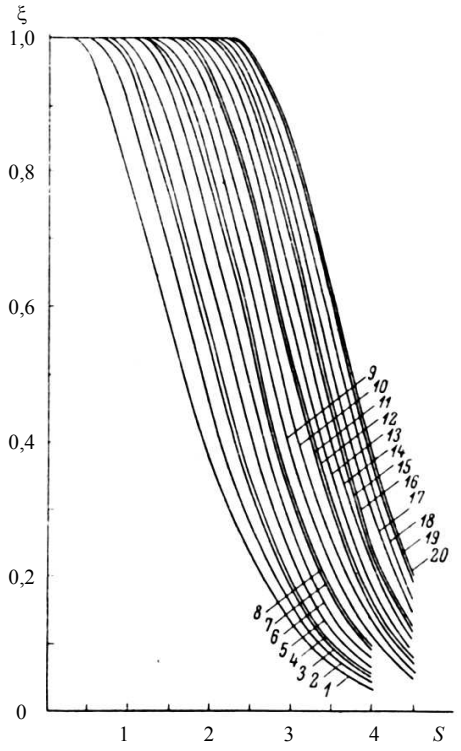


Рис.1. Магнитная характеристика КДПИ $\xi(S)$ в перекомпенсированном режиме для различных значений γ (см. таблицу)

Принципы магнитной диагностики плазмы с поверхностной ионизацией. В КДПИ без магнитного поля в межэлектродном промежутке (за исключением узких приэлектродных областей) потенциал в плазме постоянен и электроны движутся прямолинейно. На прикатодном скачке потенциала электроны приобретают нормальную к поверхности катода составляющую скорости (разброс по скоростям определяется температурой катода).

В поперечном магнитном поле электроны движутся по криволинейным траекториям с ларморовским радиусом кривизны. С ростом напряженности магнитного поля ларморовский радиус становится меньше межэлектродного зазора и часть электронов, не достигнув анода, возвращается на катод. Это приводит к уменьшению анодного тока электронов. Исследование зависимости относительного ослабления электронного тока насыщения в магнитном поле (магнитной характеристики) положено в основу метода диагностики. Пространственное перераспределение концентрации электронов под действием магнитного поля приводит, в свою очередь, к изменению распределения потенциала в межэлектродном зазоре и последующему изменению траекторий движения электронов. Таким образом, поведение электронов описывается самосогласованной системой стационарных кинетических уравнений Власова с учетом внешнего магнитного поля и уравнением Пуассона. Теоретический анализ поведения электронов в магнитном поле [2-3] показал, что для определения доли электронов, возвращенных магнитным полем, достаточно знать потенциал только некоторых характерных точек в межэлектродном промежутке. Выполнена классификация распределений потенциала КДПИ в присутствии магнитного поля. С учетом этого обстоятельства задача сведена к решению трансцендентных уравнений. В результате самосогласованного решения этой системы построены магнитные характеристики $\xi(S)$ при различных значениях степени компенсации γ (рис.1). Здесь $\xi = J_i / J_0$ –

Условные обозначения к рис.1

Кривая	γ	Кривая	γ	Кривая	γ	Кривая	γ
1	1	6	20	11	400	16	$5 \cdot 10^3$
2	3	7	40	12	500	17	10^4
3	4	8	50	13	10^3	18	$2 \cdot 10^4$
4	5	9	100	14	$2 \cdot 10^3$	19	$4 \cdot 10^4$
5	10	10	200	15	$4 \cdot 10^3$	20	$5 \cdot 10^4$

отношение электронного тока насыщения в магнитном поле к току в его отсутствие; $S = \dfrac{eHd}{\sqrt{2mkT_{\text{ê}}}}$ – безразмерный параметр магнитного поля; H – напряженность магнитного поля; d – межэлектродный зазор; $T_{\text{ê}}$ – температура катода; e и m – заряд и масса электрона соответственно; k – постоянная Больцмана.

С увеличением давления паров бария снижается работа выхода катода и КДПИ переходит из перекомпенсированного ($\gamma > 1$) в недокомпенсированный ($\gamma < 1$) режим. В режиме $\gamma \le 1$ распределение потенциала существенно зависит от степени заполнения потенциальной ямы ионами. Теоретический анализ проведен для двух предельных условий: нулевого и полного заполнения ямы ионами. Показано, что при нулевом заполнении потенциальной ямы в недокомпенсированном режиме формируется двойной слой (виртуальный катод), перепад потенциала на внешней части которого растет с уменьшением γ. Это приводит соответственно к немонотонному изменению электронного тока и направленной скорости электронов в плазме с изменением γ. В результате самосогласованных расчетов [3] построены магнитные характеристики $\xi(S)$ в недокомпенсированном режиме при различных значениях степени компенсации γ и степени заполнения потенциальной ямы ионами (рис.2).

Сравнение теоретических и экспериментальных магнитных характеристик может дать ответ на вопрос о реальной степени заполнения потенциальной ямы ионами в эксперименте.

Детальные экспериментальные исследования КДПИ в магнитном поле выявили расхождения реальных магнитных характеристик с идеальными. Причины отклонения реальных магнитных характеристик, связанные с конечностью ширины приэлектродных областей, неоднородностью катода по работе выхода, с существованием поверхностного коэффициента отражения, были учтены в теории [1, 2] и, как следствие, привели к увеличению точности метода диагностики. Это позволило определять степень компенсации, ионный ток с поверхности катода, прикатодный скачок потенциала, потенциал и концентрацию плазмы, направленную скорость электронов в плазме, ко-

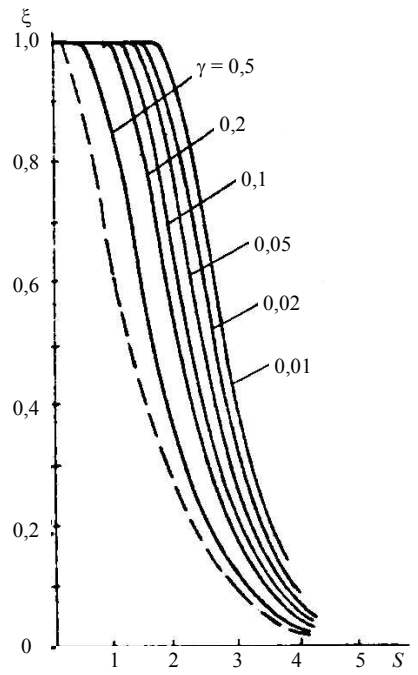


Рис.2. Зависимость $\xi(S)$ при нулевом заполнении потенциальной ямы ионами. Штриховая кривая соответствует полному заполнению ямы ионами

эффициенты отражения и неоднородность катода по работе выхода.

Таким образом, с помощью поперечного магнитного поля может быть выполнена диагностика анизотропной плазмы с поверхностной ионизацией.

Учет влияния реальных свойств поверхности катода. Основными особенностями идеального КДПИ являются отсутствие поверхностного коэффициента отражения и однородность электродов по работе выхода. Проведено сопоставление ионного тока, определенного при сравнении экспериментальных данных с рассчитанными магнитными характеристиками идеального КДПИ, с ионным током, вычисленным по формуле Саха – Ленгмюра. Показано, что отношение этих двух величин растет по мере увеличения степени компенсации, что является проявлением аномального эффекта Шоттки. Таким образом, реальные свойства катода настолько сильно влияют на зависимость тока насыщения от напряженности магнитного поля, что уместно ставить вопрос о восстановлении свойств катода по магнитным характеристикам. Для этого необходимо учесть в расчетах такие свойства катода, как поверхностный коэффициент отражения и неоднородность по работе выхода. Последнее особенно существенно в глубоко перекомпенсированном режиме, когда внутреннее поле пятен скомпенсировано сильным электрическим полем, возникающим в прикатодной области. Следует заметить, что при больших потенциалах анода реальные свойства анода не должны сказываться на магнитных характеристиках, так как отраженные от поверхности анода электроны рассеиваются под различными углами к поверхности анода и не могут преодолеть задерживающий прианодный барьер. Таким образом, практически все электроны, попавшие в прианодную область, попадают на анод.

Рассмотрим, как электроны, отраженные от поверхности катода, влияют на вид магнитных характеристик. Пусть при заданном значении S на анод приходит доля ξ электронов. При этом из первичных электронов на катод возвращается доля $1 - \xi$. Если $\bar{r}$ – средний коэффициент отражения от поверхности катода, то в результате отражения с катода выходит доля $(1 - \xi)\bar{r}$ вторичных электронов. Поскольку возвращающиеся на катод электроны имеют распределение по скоростям, близкое к максвелловскому с температурой катода, то при любом механизме отражения вторичные электроны будут иметь максвелловское распределение. В результате воздействия магнитного поля на катод вернется доля $(1 - \xi)$ всех вторичных электронов. Продолжая рассуждения дальше и суммируя вклад от всех этих электронов в проходящий ток, получим с учетом коэффициента отражения

$$\xi_r = \xi[1 + (1-\xi)\bar{r} + (1-\xi)^2\bar{r}^2 + \ldots] = \frac{\xi}{1-(1-\xi)\bar{r}}. \quad (1)$$

Отсюда видно, что при ξ, близких к единице, $\xi_r = \xi$, а при $\xi \to 0$ $\xi_r = \xi/(1 - \bar{r})$. Следовательно, при увеличении напряженности магнитного поля должно возрастать отклонение реальных зависимостей $\xi_r(S)$ от идеальных $\xi(S)$. По этому отклонению можно измерить величину коэффициента отражения $\bar{r}$. Из (1) найдем

$$\bar{r} = \left(1 - \frac{\xi}{\xi_r}\right)(1-\xi)^{-1}. \quad (2)$$

Таким образом, реальные магнитные характеристики оказываются более пологими, чем идеальные. Без учета этого обстоятельства направленная скорость электронов в плазме будет несколько завышенной.

Рассмотрим теперь, как на магнитные характеристики влияет неоднородность работы выхода катода. Пусть диод находится в сильно перекомпенсированном режиме, а электрическое поле у поверхности катода таково, что все пятна раскрыты. Прежде всего, неоднородность катода приводит к зависимости направленной скорости электронов в плазме от того, с какого участка катода электроны поступают. Следовательно, воздействие магнитного поля на эти группы будет различ-

ным. Однако то обстоятельство, что основной вклад в ток дают пятна с малой работой выхода, позволяет оценивать высоту скачка по эффективной средней работе выхода катода.

Значительно существеннее влияние неоднородности проявляется в том, что после поворота магнитным полем электроны, поступающие с участка поверхности с работой выхода φ, попадают на участок катода с некоторой работой выхода φ'. Если φ' < φ, то независимо от начальной скорости электрона он достигает поверхности катода. В противном случае (φ' > φ) электроны, обладающие малой начальной скоростью, встречают на своем пути к катоду задерживающий потенциальный барьер, который они не могут преодолеть. Отразившиеся от этого барьера электроны снова поступают в межэлектродное пространство. Таким образом, неоднородность по работе выхода катода ведет к увеличению эффективного коэффициента отражения, что, в свою очередь, влияет на магнитные характеристики. Для определения эффективного коэффициента отражения по магнитным характеристикам можно пользоваться формулой (2), заменив в ней $\bar{r}$ на $r_{эф}$.

Представляет интерес связать этот эффективный коэффициент отражения с функцией распределения пятен по поверхности или с контрастностью катода. Введем следующие обозначения: $g(\varphi)d\varphi$ – вероятность встретить на поверхности катода работу выхода в интервале $\varphi \div (\varphi + d\varphi)$, r_0 – поверхностный коэффициент отражения.

В качестве примера рассмотрим $g(\varphi)$ в виде распределения Гаусса около некоторого среднего значения φ_0, т.е.

$$g(\varphi) = C(\beta)\mathrm{e}^{-\beta^2(\varphi-\varphi_0)^2}. \qquad (3)$$

Здесь $\beta = 1/\Delta\varphi$ ($\Delta\varphi$ характеризует контрастность катода); $C(\beta)$ – нормировочная константа (функция $g(\varphi)$ нормирована на единицу).

Плотность тока с катода

$$j = A(T)\int_{-\infty}^{\infty} g(\varphi)\mathrm{e}^{-\alpha\varphi}d\varphi. \qquad (4)$$

Здесь $\alpha = \text{å}/(kT)$; $A(T)$ – предэкспоненциальный множитель в формуле Ричардсона. Интегрирование в формуле (4) может быть распространено до $-\infty$, так как $g(\varphi)$ быстро убывает, если φ стремится к нулю. Подставляя (3) в (4) и выполняя интегрирование, получим

$$j = A(T)e^{-\alpha\left(\varphi_0 - \frac{\alpha}{4\beta^2}\right)}.$$

Тогда эффективная работа выхода катода по электронному току

$$\varphi_{эф} = \varphi_0 - \frac{\alpha}{4\beta^2}.$$

Рассмотрим электроны, выходящие с участка поверхности катода с работой выхода φ. В присутствии поперечного магнитного поля часть электронов возвращается к поверхности катода. Рассмотрим те из них, которые подошли к участку поверхности с работой выхода φ'. Считаем, что возвращенные магнитным полем электроны имеют полумаксвелловское распределение по скоростям. В случае больших значений напряженности магнитного поля S, когда почти все электроны возвращаются к катоду, это действительно так. При не слишком больших значениях S функция распределения возвращенных электронов не совпадает с максвелловской. Однако и в этом случае она представляет собой часть максвелловского распределения [2]. Существенно, что вырезанными оказываются области с большой энергией электронов. Поэтому поправки в расчете эффективного коэффициента отражения, связанные с отклонением функции распределения от максвелловской, должны быть небольшими.

Рассчитаем эффективный коэффициент отражения для данной группы электронов. Если φ' < φ, то

$$r(\varphi, \varphi') = r_0. \qquad (5)$$

Если $\varphi' > \varphi$, то потенциальный барьер у катода преодолевают не все электроны и поверхности катода достигает доля электронного тока, описываемого выражением

$$\frac{\int\limits_{\sqrt{\exp[(\varphi-\varphi')/m]}}^{\infty} \exp\left(-\frac{mv_z^2}{2kT}\right)v_z dv_z}{\int\limits_{0}^{\infty} \exp\left(-\frac{mv_z^2}{2kT}\right)v_z dv_z} \exp[-\alpha(\varphi'-\varphi)], \tag{6}$$

и, следовательно,

$$r(\varphi, \varphi') = 1-(1-r_0)\mathrm{e}^{-\alpha(\varphi'-\varphi)}. \tag{7}$$

При выводе зависимостей (6) и (7) предполагалось, что потенциальный барьер вблизи катода параллелен его поверхности.

Вероятность вылета электронов с участка поверхности $\varphi', \varphi'+d\varphi'$ есть $g(\varphi)d\varphi \times \times g(\varphi')d\varphi'$. Интегрируя эффективный коэффициент отражения для данной группы электронов, описанной формулами (5) и (7), с учетом их вклада в полный ток и вероятности встречи такой группы, получим выражение для эффективного коэффициента отражения поверхности неоднородного катода:

$$r_{\text{эф}} = \frac{\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} g(\varphi)g(\varphi')\mathrm{e}^{-\alpha\varphi} r(\varphi,\varphi')d\varphi d\varphi'}{\int\limits_{-\infty}^{\infty} g(\varphi)\mathrm{e}^{-\alpha\varphi}d\varphi}.$$

Его можно преобразовать, не используя конкретного вида $g(\varphi)$. Тогда

$$r_{\text{эф}} = 2r_0 - 1 + \frac{2(1-r_0)W}{z}, \tag{8}$$

где

$$W = \int\limits_{-\infty}^{\infty} g(\varphi)\mathrm{e}^{-\alpha\varphi}d\varphi \int\limits_{-\infty}^{\infty} g(\varphi')d\varphi'; \; z = \mathrm{e}^{-\alpha\varphi_{\text{эф}}}.$$

Для гауссова распределения

$$\int\limits_{\varphi}^{\infty} g(\varphi')d\varphi' = C(\beta)\int\limits_{\varphi}^{\infty} \mathrm{e}^{-\beta^2(\varphi'-\varphi_0)^2}d\varphi' = \frac{1-\mathrm{erf}[\beta(\varphi-\varphi_0)]}{2}$$

и

$$W = \frac{z}{2} - \frac{U(\beta)}{2};$$

$$U(\beta) = C(\beta)\int\limits_{-\infty}^{\infty} \mathrm{erf}[\beta(\varphi-\varphi_0)]\mathrm{e}^{-\alpha\varphi}\mathrm{e}^{-\beta^2(\varphi-\varphi_0)^2}d\varphi. \tag{9}$$

Введем функцию

$$U^*(t) = C(\beta)\int\limits_{-\infty}^{\infty} \mathrm{erf}(t(\varphi-\varphi_0))\mathrm{e}^{-\alpha\varphi}\mathrm{e}^{-\beta^2(\varphi-\varphi_0)^2}d\varphi,$$

дифференцируя ее по t и заменяя переменную интегрирования $x = t^2/(\beta^2+t^2)$, получим

$$U(\beta) = -\frac{\alpha}{2\beta^2}C(\beta)\exp\left(-\alpha\varphi_0 + \frac{\alpha^2}{4\beta^2}\right)\times$$

$$\times \int\limits_{0}^{1/2} \frac{\mathrm{e}^{-\frac{\alpha^2}{4\beta^2}x}}{\sqrt{x}}dx = \mathrm{e}^{-\alpha\varphi_{\text{эф}}}\mathrm{erf}\sqrt{\frac{\alpha^2}{8\beta^2}}. \tag{10}$$

Из уравнений (8)-(10) следует, что

$$r_{\text{эф}} = r_0 + (1-r_0)\mathrm{erf}(y/\sqrt{2}), \;\; y = \frac{\alpha}{2\beta} = \frac{\mathrm{e}}{kT}\frac{\Delta\varphi}{2}.$$

Видно, что если $y = 0$, то $r_{\text{эф}} = r_0$; если $y \to \infty$, то $r_{\text{эф}} \to 1$. На рис.3 построены зависимости $r_{\text{эф}}(y)$ для нескольких значений r_0.

Таким образом, величина $r_{\text{эф}}$ определяется двумя параметрами r_0 и y и определение $r_{\text{эф}}$ по магнитным характеристикам в случае сильного электрического поля у катода не позволяет однозначно восстановить оба эти параметра.

Представляет интерес построить зависимости, аналогичные рис.3, *а*, для случая, когда электрическое поле у катода равно нулю. Соответствующая ситуация реализуется в КДПИ при переходе из перекомпенсированного в недокомпенсированный режим. В этом случае на некотором расстоянии от катода устанавливается потенциал, равный средней работе выхода катода φ_0. При этом участки катода с работой выхода, меньшей φ_0, оказываются прикрытыми локальным полем пятен и дают такой же вклад в электронный ток, как и участки с работой выхода φ_0.

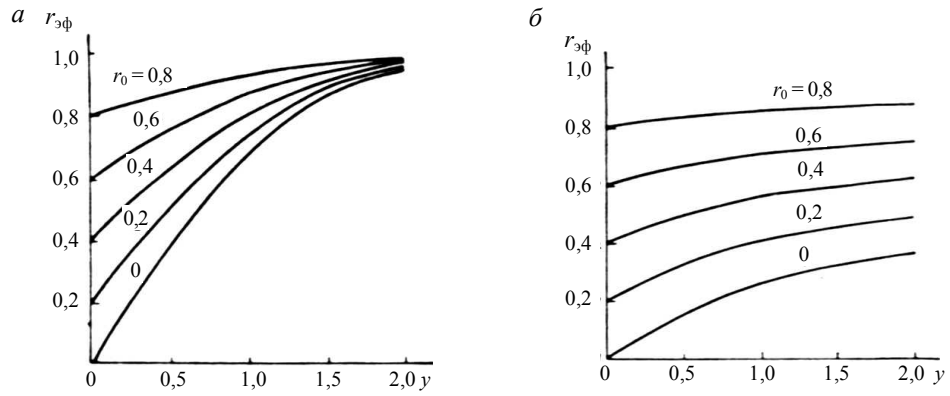


Рис.3. Зависимость $r_{эф}(y)$ для ряда значений r_0 в случае сильного электрического поля у катода (*а*) и при нулевом электрическом поле (*б*)

Таким образом, в случае гауссова распределения работ выхода на поверхности катода и равенства нулю внешнего электрического поля для $g(\varphi)$ имеем

$$g(\varphi) = \frac{1}{2}\delta(\varphi - \varphi_0) +$$

$$+ \frac{1}{2}\theta(\varphi - \varphi_0)C(\beta)\mathrm{e}^{-\beta^2(\varphi-\varphi_0)^2};$$

$$\theta(x) = \begin{cases} 0, x < 0, \\ 1, x > 0. \end{cases} \qquad (11)$$

Плотность электронного тока в этом случае

$$j = A(T)Z,\ \ Z = \mathrm{e}^{-\alpha\varphi_0}\frac{1}{2}Ex(y^2); \qquad (12)$$

$$Ex(y^2) = 1 + \mathrm{e}^{y^2}\mathrm{erfc}(y).$$

Подставляя (11) в (12), получим

$$r_{эф} = r_0 + (1 - r_0)F(y),$$

где

$$F(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\frac{\int_0^{y/\sqrt{2}} Ex(y^2 - x^2)dx}{1 + Ex(y^2)}.$$

Отсюда видно, что $F(0) = 0$, следовательно, $r_{эф}\big|_{y=0} = r_0$. В другом предельном случае ($y \to \infty$) можно использовать асимптотическое представление функции $Ex(y^2)$, а именно $Ex(y^2)\big|_{y\to\infty} \approx 1/(y\sqrt{\pi})$. Тогда

$$F(y)\big|_{y\to\infty} \approx \frac{2}{\pi}\int_0^{y/\sqrt{2}} \frac{du}{\sqrt{y^2 - u^2}} = \frac{2}{\pi}\arcsin(1/\sqrt{2}) = \frac{1}{2}.$$

Следовательно,

$$r_{эф}\big|_{y\to\infty} \to \frac{r_0}{2} + \frac{1}{2}.$$

Зависимости $r_{эф}(y)$ для ряда значений r_0 представлены на рис.3, *б*.

Измеряя с помощью поперечного магнитного поля $r_{эф}$ для двух предельных случаев (нулевого и сильного электрических полей у катода) можно определить основные параметры y и r_0, характеризующие поверхность катода.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Мустафаев А.С.* Методы диагностики анизотропной плазмы в термоэмиссионной плазменной энергетике / Автореф. дис. … д-ра физ.-мат. наук / ОНТИ ФЭИ. Обнинск, 2003.

2. *Мустафаев А.С.* Интегральные методы решения кинетических уравнений в кнудсеновском режиме ТЭП / А.С.Мустафаев, В.И.Бабанин, А.Я.Эндер и др.; ФТИ АН СССР. Л., 1971.

3. *Мустафаев А.С.* Влияние поперечного магнитного поля в недокомпенсированном режиме ТЭП / А.С.Мустафаев, В.И.Бабанин, А.Я.Эндер и др.; ФТИ АН СССР. Л., 1971.

REFERENCES

1. *Mustafaev A.S.*. Diagnostics methods of anisotropic plasmas in thermionic plasma energetics: Referat … Doctor of Phys.-math. Sci. ONTI FEI. Obninsk, 2003.

2. *Mustafaev A.S.* Integral methods resolving of kinetic equations / Mustafaev A.S., Babanin V.I., Ender A.Ya.; FTI AN USSR. Leningrad, 1971.

3. *Mustafaev A.S.* Influence of transverse magnetic fields in undercompensation regime of TEC / Mustafaev A.S., Babanin V.I., Ender A.Ya.; FTI AN USSR. Leningrad, 1971.