УДК 622.273.2:622.831

Л.А. БЕСПАЛОВ, *аспирант, kaf_math_spmi@rambler.ru*
А.П. ГОСПОДАРИКОВ, *д-р техн. наук, профессор, kaf_math_spmi@rambler.ru*
Санкт-Петербургский государственный горный институт (технический университет)

L.A. BESPALOV, *post graduate student, kaf_math_spmi@rambler.ru*
A.P. GOSPODARIKOV, *Dr. in eng. sc., professor, kaf_math_spmi@rambler.ru*
Saint Petersburg State Mining Institute (Technical University)

ОБ ОДНОМ ВАРИАНТЕ МЕТОДА ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ РАСЧЕТЕ ПАРАМЕТРОВ ОПОРНОГО ДАВЛЕНИЯ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К УГОЛЬНЫМ И СОЛЯНЫМ МЕСТОРОЖДЕНИЯМ

Произведен анализ распределения напряжений в окрестностях выработок применительно к месторождениям угля и калийных солей. В качестве инструмента исследований использовался непрямой вариант метода граничных элементов.

Ключевые слова: граничный метод, расчетная зависимость, месторождение калийных солей, сходимость, приложение.

ONE VARIANT OF BOUNDARY ELEMENT METHOD APPLICATION TO CALCULATION OF BEARING PRESSURE ON CONDITIONS TO COAL AND SALT DEPOSITS

The analysis of stress-strain state near excavations was carried out in this work as applies to coal and salt deposits. The indirect boundary element method was used as a tool of research.

Key words: boundary method, calculated relation, potassium salt deposit, convergence, application.

При ведении горных работ в массиве горных пород возникают нарушения естественного напряженно-деформированного состояния (НДС). В частности, опорное давление создается в результате совместного действия веса горных пород покрывающей толщи и суммы изгибающих моментов зависающих ее частей. Последнее возникает при проведении любой горной выработки, а также при образовании карстовых полостей, расслоений и обрушений, т.е. во всех случаях, когда в толще горных пород образуется какая-нибудь полость, имеющая протяженность. Интенсивность опорного

давления, зона его действия и влияния на разрабатываемый пласт, кровлю, почву, соседние пласты, а также на масштабы вызываемых им динамических процессов является функцией многих факторов [1]. Проявления опорного давления снижают технико-экономические показатели работы горного предприятия и ухудшают условия труда горнорабочих.

Все многообразие факторов, влияющих на перераспределение напряжений в краевой зоне пласта, можно разделить на две группы: горно-геологические (прочность и мощность пласта, угол падения, наличие прослойков, глубина ведения работ, мощность пород непосредственной кровли, физико-механические свойства слагающих пород основной и непосредственной кровли) и горно-технические (длина лавы, скорость ее подвигания, система разработки, тип и силовая характеристика крепи, способ управления горным давлением, осуществление подработки или надработки пласта).

Так как подавляющему большинству геомеханических задач присуща чрезвычайная нерегулярность границ областей, отвечающих изучаемым объектам, то при их рассмотрении трудно рассчитывать на получение аналитических результатов и, как правило, решение приходится искать, применяя различные численные методы. Наиболее распространенные численные методы основываются на достаточно мелком разбиении изучаемой области с введением линейных сеток с неизвестными значениями переменных в узлах (конечно-разностный метод), либо путем разбиения области на большое число дискретных элементов простой структуры (метод конечных элементов). Метод граничных элементов (МГЭ) в известной степени является альтернативой указанным методам. При его реализации дискретизации подлежат лишь границы изучаемых областей (понижение размерности рассматриваемой задачи), что фактически ведет к существенному уменьшению числа дискретных элементов по сравнению с методами, требующими внутренней дискретизации всего рассматриваемого тела. Следовательно, при получении численного решения на основе МГЭ разрешающая система линейных алгебраических уравнений имеет более низкий порядок, чем при использовании других методов.

МГЭ в своей реализации разделяется на прямые и непрямые варианты. В прямых вариантах МГЭ неизвестные функции, входящие в интегральные уравнения, являются реальными, имеющими физический смысл, переменными задачи. Так, например, в задачах теории упругости, такое решение интегрального уравнения приводит к определению всех усилий и смещений на границе, а внутри рассматриваемой области они должны быть получены из граничных значений на основе численного интегрирования. В непрямых вариантах МГЭ интегральные уравнения полностью выражаются через фундаментальное сингулярное решение исходных дифференциальных уравнений, распределенное с неизвестной плотностью по границам рассматриваемой области. Сами по себе функции плотности не имеют определенного физического смысла, но когда они найдены (посредством численного решения интегральных уравнений), то решение внутри рассматриваемой области может быть получено с их помощью обычным интегрированием [2]. Примерами непрямых вариантов МГЭ являются метод фиктивных нагрузок и метод разрывных смещений. Преимуществами непрямых вариантов МГЭ по сравнению с прямыми являются сравнительная простота применения и меньшее количество линейных алгебраических уравнений.

В качестве примера рассмотрим определение параметров НДС массива в окрестности горной выработки длиной $l = 5$ м и высотой $h = 2$ м, пройденной в однородном и изотропном массиве горных пород (рис.1). Исходные данные задачи: коэффициент Пуассона $\nu = 0{,}25$, модуль сдвига $G = 4 \cdot 10^9$ Па, поле напряжений на бесконечности $\sigma_{xx}^{\infty} = -6{,}25 \cdot 10^5$ Па, $\sigma_{yy}^{\infty} = -1{,}25 \cdot 10^6$ Па, $\sigma_{xy}^{\infty} = 0$ Па. Задача была решена одним из вариантов метода граничных элементов – методом фиктивных нагрузок. Последний метод базируется на решении задачи Кельвина о действии сосредоточенной силы в точке бесконечной упругой среды [3].

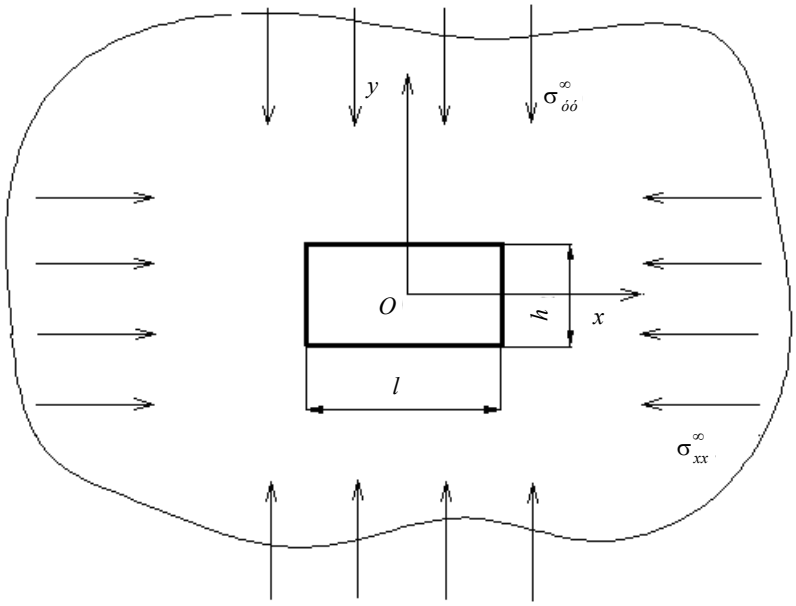


Рис.1. Схема задачи

Полные нормальные и касательные напряжения в i-м элементе получим, суммируя начальные (равные заданным на бесконечности) и дополнительные (обусловленные проведением выработки) напряжения:

$$\sigma_s^i = \left(\sigma_s^i\right)^{\infty} + \left(\sigma_s^i\right)';$$

$$\sigma_n^i = \left(\sigma_n^i\right)^{\infty} + \left(\sigma_n^i\right)'. \qquad (1)$$

В элементах, принадлежащих границе выработки, полные напряжения σ_s^i и σ_n^i равны нулю. Так как для условий рассматриваемой задачи касательные напряжения на бесконечности равны нулю, система алгебраических уравнений метода фиктивных нагрузок примет вид

$$0 = \sum_{j=1}^{N} A_{ss}^{ij} P_s^j + \sum_{j=1}^{N} A_{sn}^{ij} P_n^j;$$

$$-\left(\sigma_n^i\right) = \sum_{j=1}^{N} A_{ns}^{ij} P_s^j + \sum_{j=1}^{N} A_{nn}^{ij} P_n^j, \qquad (2)$$

где N – число граничных элементов; P_s^j и P_n^j – касательная и нормальная фиктивные нагрузки; A_{ss}^{ij}, A_{sn}^{ij}, A_{ns}^{ij}, A_{nn}^{ij} – граничные коэффициенты влияния.

В результате решения системы уравнений (2) найдем нормальные и касательные фиктивные нагрузки для всех элементов.

Напряжения в произвольной точке массива

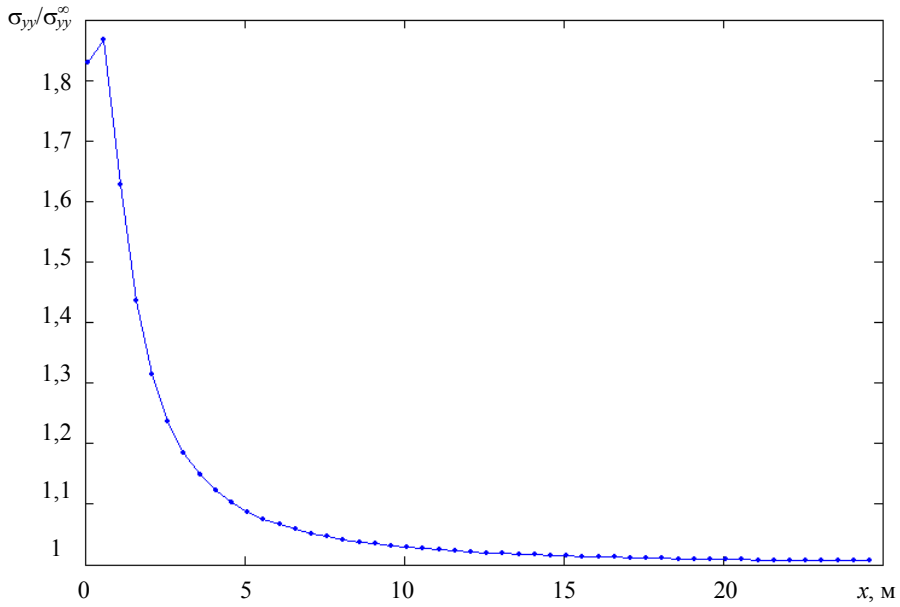
$$\sigma_{yy} = \sum_{j=1}^{N} C_{ss}^{ij} P_s^j + \sum_{j=1}^{N} C_{sn}^{ij} P_n^j, \qquad (3)$$

где C_{ss}^{ij} и C_{sn}^{ij} – коэффициенты влияния для выбранной точки.

Распределение напряжений в окрестности выработки (рис.2, *а*) получено при аппроксимации контура горной выработки 56 граничными элементами.

Задача была решена для разного количества элементов (рис.2, *б*). При аппроксимации контура 28 граничными элементами полученное решение практически совпадает с численным решением исходной задачи, когда число граничных элементов равно 112, за исключением точек, находящихся на расстоянии менее 1 м от контура выработки, т.е. наблюдается хорошая сходимость решения.

а



б

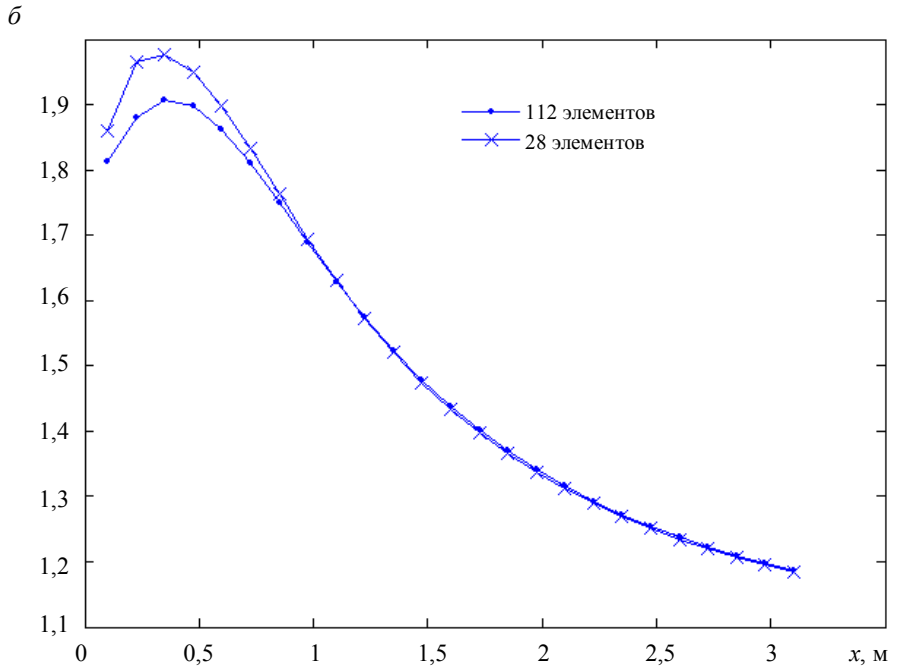


Рис.2. Распределение концентрации нормальных вертикальных напряжений в окрестности выработки: *а* – при числе граничных элементов, равном 112; *б* – сравнение графиков при числе элементов 112 и 28

$\sigma_{yy} / \sigma^{\infty}_{\text{óó}}$ – коэффициент концентрации; x – расстояние от контура выработки

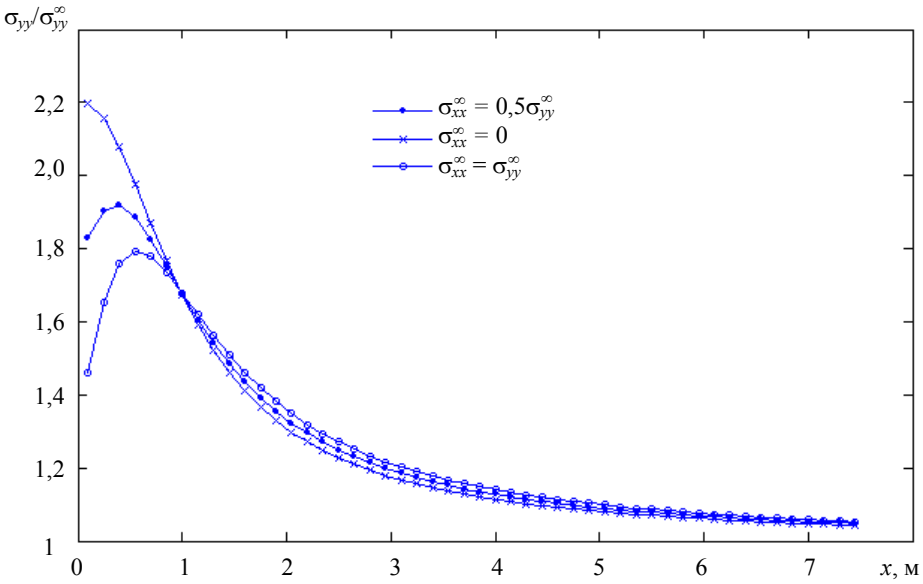


Рис.3. Зависимость коэффициента концентрации вертикальных напряжений от горизонтальной составляющей

Получены также зависимости концентрации вертикальных нормальных напряжений от горизонтальной составляющей (рис.3). Они показывают, что при увеличении горизонтальной составляющей напряжений коэффициент концентрации вертикальной составляющей в окрестности горной выработки снижается.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Борисов А.А.* Механика горных пород и массивов. М., 1980. 360 с.

2. *Бенерджи П.* Методы граничных элементов в прикладных науках / П.Бенерджи, Р.Баттерфилд. М., 1984. 494 с.

3. *Крауч С.* Методы граничных элементов в механике твердого тела / С.Крауч, А.Старфилд. М., 1987. 326 с.

REFERENCES

1. *Borisov A.A.* Rock and massifs mechanics. Moscow, 1980. 360 p.

2. *Banerjee P.K., Butterfield R.* Boundary element methods in engineering science. Moscow, 1984. 494 p.

3. *Crouch S.L., Starfield A.* Boundary element methods in solid mechanics. Moscow, 1987. 326 p.