УДК 519.863

В.В.ХОЛОДКОВА, *канд. экон. наук, старший преподаватель, v.kholodkova@econ.pu.ru*
Санкт-Петербургский государственный университет

V.V.HOLODKOVA, *PhD in ee, senior lecturer, v.kholodkova@econ.pu.ru*
Saint Petersburg's State University

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ПЕРИОДА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРОЕКТОВ В УСЛОВИЯХ НЕПРЕРЫВНОГО ДЕНЕЖНОГО ПОТОКА

Статья посвящена проблемам определения оптимального периода использования проектов в инвестиционной цепочке. Основной акцент сделан на методы формирования денежных потоков и последующего принятия решения при реализации проектов и последовательностей проектов в условиях непрерывного времени.

Ключевые слова: инвестиционные последовательности; цепочки инвестиционных проектов; период использования инвестиционного проекта; темп роста инвестиционных проектов; идентичные инвестиционные последовательности.

DETERMINATION THE OPTIMAL PERIOD OF PROJECTS IN TERMS OF CONTINUOUS CASH FLOW

The article deals with problems of determining the optimal period of projects in the investment chain. The main emphasis is on methods of generating cash flows and the subsequent decision to launch projects and sequences of projects in terms of continuous time.

Key words: the investment chains; the chain of investment projects; the period of project realization; the investment chains growth rate; identical investment chains.

Принятие инвестиционных решений в современных условиях - динамично развивающая область знаний. Объем информации, который необходимо учитывать, постоянно растет, и его необходимо оперативно обрабатывать с применением вычислительной техники. Методы оценки инвестиционных решений могут применяться в самых разнообразных сферах экономики: и при принятии решения о приобретении предприятия, и при решении о получении образования. Они могут использоваться как в реальной сфере, так и в сфере инвестиций в нематериальные активы. Поэтому потребность в построении новых моделей принятия инвестиционных решений и развития существующих постоянно растет.

При выборе инвестиционных альтернатив возникает много возможностей по оценке наилучшей. Критерием выбора могут служить различные параметры, от максимизации дохода до оптимального срока использования проекта. Наиболее распространенными при оценке инвестиционных решений являются модели в дискретном времени (метод чистой настоящей стоимости, метод срока окупаемости, внутренней нормы доходности и др.). Большинство таких моделей построены на данных финансовой отчетности компаний, которая появляется интервально раз в квартал или раз в год. Это достаточно удобно для исследователя. Вместе с тем определение оптимального периода использования инвестиций можно проводить в дискретном и непрерывном варианте [1].

Принятие инвестиционных решений в условиях непрерывного времени можно осуществлять для отдельных инвестицион-

ных проектов и для их последовательности. Под последовательностью инвестиционных проектов понимают последовательную реализацию инвестиционных проектов с идентичными или неидентичными денежными потоками на конечном или бесконечном интервалах времени.

Инвестиционные последовательности с идентичными денежными потоками могут рассматриваться для конечного и бесконечного периодов, их называют идентичными инвестиционными цепочками. Для них возможно применение стандартных методов оценки и принятия инвестиционных решений. Инвестиционные последовательности с неидентичными денежными потоками, как правило, решаются специальными методами и рассматриваются на конечном интервале времени.

Надо отметить, что при определении периода оптимального использования проекта или инвестиционной последовательности правильное распределение денежных потоков во времени напрямую влияет на выбор правильного срока использования проекта, тем более, если речь идет о проекте внутри инвестиционной цепочки. Реализация последовательности проектов с ошибочным сроком использования (даже если ошибка невелика) приводит к существенному росту дополнительных затрат.

Для определения оптимального периода использования проекта очень важно, чтобы денежные потоки были точно распределены во времени. Именно эту задачу можно решать путем перехода к расчету в условиях непрерывного времени.

Непрерывные денежные потоки наиболее точно отражают реальность поступления денежных средств для ряда проектов при принятии инвестиционных решений. Дискретный учет денежных потоков раз в год может существенно исказить ситуацию. В частности, при расчете настоящей стоимости проектов он показывает заниженную стоимость, так как денежные потоки, получаемые в течение года, учитываются в конце его.

Для решения этой проблемы существует несколько путей. Один из них, наиболее часто используемый в оценочной деятельности, - это усреднение момента получения дохода, т.е. учет получения дохода в середине года.

В терминах дискретного времени для такой оценочной модели расчет чистой настоящей стоимости может быть представлен в виде

$$\#PF = £CF,(1+*r'-°-^{5}, \qquad (1)$$

где *NPV*- чистый дисконтированный доход; *CF,* - денежный поток f-ro $ода; *к* - ставка дисконтирования.

Однако для применения формулы (1) необходимо четко представлять схему поступления денежных средств от рассматриваемого проекта в течение года. Усреднение поступления денежных потоков во времени нельзя применить в случае, когда речь идет о редких сделках, заключаемых, например, раз в год, или же о денежных потоках с редкими или сезонными поступлениями. В таких ситуациях возможно применение другой степенной функции для учета ставки дисконтирования в зависимости от типа денежного потока, от сезона, на который приходится пик поступления средств.

Существует также другой вариант приближения к реальности сроков получения денежных потоков. Он может применяться для предприятий или проектов, обладающих регулярным денежным потоком с относительно равномерным их распределением в течение года. Это характерно для большинства мелкосерийных производств. В этом случае по существующим дискретным величинам строится зависимость денежного потока от времени, которая используется в расчетах непрерывной функции денежного потока. Такой вид распределения денежных потоков во времени часто встречается в современных экономических реалиях. Многие предприятия получают доход и несут затраты ежедневно; для них равномерное распределение денежных потоков в течение года будет близко реальному порядку формирования доходов и расходов, несмотря на то, что данные финансовой отчетности являются дискретными.

Рассмотрим вариант преобразования дискретных финансовых данных по денежному потоку в непрерывный финансовый поток в условиях идентичной последовательности проектов. Для идентичных цепочек предполагается, что инвестор реализует некоторое предприятие на бесконечном периоде времени. Реализуемое предприятие состоит из последовательности инвестиционных проектов, характеризующихся идентичными денежными потоками и равной длительностью реализации. Инвестору необходимо реализовать оптимальную во времени стратегию действия с максимальным значением чистой настоящей стоимости выбранной последовательности проектов. Основным переменным параметром в этой задаче является срок использования проекта внутри последовательности.

Задача выбора правильного срока часто возникает при решении вопроса о необходимости замены старого оборудования на новое, старых транспортных средств на новые, более современные. Эта задача является задачей выбора оптимального срока осуществления подобной замены. При замене оборудования, как правило, возникает задача максимизации чистой настоящей стоимости чистых доходов, связанных с использованием этого оборудования.

Введем основные понятия базовой модели для дискретного времени. Срок реализации каждого отдельного проекта ограничен и составляет Г+ 1 год, чистая настоящая стоимость инвестиционной цепочки NPV_{C9} T- период использования проекта. Te {0...Г}. Тогда денежные потоки по проектам инвестиционной последовательности можно представить следующим образом:

Период	0	1	2	...	T	$T+1$	$T+2$	...	$2T$	$2T+1$	...
Проект 1	CF_0	CF_1	CF_2	...	CF_T						
Проект 2					CF_0	CF_1	CF_2		CF_T		
...											
Проект N									CF_0	CF_1	...

Для расчета стоимости такой инвестиционной цепочки последовательно определяется чистая настоящая стоимость отдельных проектов в порядке их реализации. Чистая настоящая стоимость реализации проекта 1 [2]

$$NPV^{(1)} = \sum_{t=0}^{T} CF_t (1+k)^{-t},$$

чистая настоящая стоимость реализации проекта 2 (дисконтированная к моменту времени/ = 0) [3]

$$NPV^{(2)} = NPV^{(1)}(1+k)^{-T} = \sum_{t=0}^{T} CF_t (1+k)^{-t-T}.$$

Для определения чистой настоящей стоимости инвестиционной последовательности NPV_C чистые настоящие стоимости отдельных проектов, приведенные к настоящему моменту времени, суммируются. Применив формулу бесконечно убывающей геометрической прогрессии, получим чистую настоящую стоимость идентичной последовательности инвестиций на бесконечном интервале времени [4]

$$NPV_c = NPV^{(1)} + NPV^{(1)}(1+k)^{-N} + \ldots +$$

$$+ NPV^{(1)}(1+k)^{-tN} + \ldots = \frac{(1+k)^N NPV^{(1)}}{(1+k)^N - 1} \to \max$$

Все проекты такой инвестиционной цепочки имеют одинаковую продолжительность и реализуются с одинаковым интервалом времени. Для выбора наилучшей цепочки проектов или оптимального периода использования инвестиционной цепочки (длительности реализации типового проекта в последовательности проектов) необходимо максимизировать значение ее чистой настоящей стоимости.

Для непрерывного варианта расчетов чистой настоящей стоимости проекта обозначим *CF{i)* функцию зависимости денежного потока от времени /. Тогда чистая настоящая стоимость отдельного проекта

$$NPV(T) = I_0 + \int_0^T CF(t) e^{-kt} dt, \qquad (2)$$

где /о - единовременные затраты; е⁻* - коэффициент дисконтирования на непрерывном времени *t*.

Предполагая, что максимальный срок службы оборудования на предприятии Г, не-

обходимо на интервале от 0 до Г определить такое /, для которого значение чистой настоящей стоимости было бы максимальным.

Основной трудностью в расчетах по непрерывному варианту является необходимость преобразования дискретных данных финансовой отчетности в непрерывную функцию. Определение ставки дисконтирования осуществляется теми же методами, как и в случае дискретных расчетов, с помощью моделей CAPM, WACC, кумулятивного метода.

Так же как и в дискретном случае, кроме отдельных инвестиционных проектов, расчеты могут проводиться и для инвестиционных последовательностей. Инвестиционные • последовательности идентичных проектов могут рассматриваться как на конечном, так и на бесконечном интервалах времени.

Для получения оптимального периода использования проекта в инвестиционной цепочке необходимо максимизировать значение чистой настоящей стоимости цепочки по возможному периоду реализации. Все ее проекты имеют одинаковую длительность и идентичные денежные потоки с точностью до темпа роста проекта во времени.

При определении текущей стоимости предприятия (чистой настоящей стоимости бесконечной цепочки идентичных проектов) можно воспользоваться формулой бесконечно убывающей геометрической прогрессии, поскольку проекты, как и в случае дискретного времени, реализуются во времени последовательно. Чистая настоящая стоимость инвестиционной последовательности на бесконечном интервале времени [4]

$$NPV(T) = \frac{NPV}{1-e^{-kT}} = \frac{I_0 + \int_0^T CF(t)e^{-kT}\,dt}{1-e^{-kT}}. \quad (3)$$

Для расчета оптимального периода использования проекта по замене оборудования (проекта) в непрерывном варианте расчетов необходимо максимизировать значение полученной чистой настоящей стоимости.

Для более подробного описания зависимости денежных потоков от времени также можно представить функцию денежных потоков от времени как разность доходов и расходов: $CF(t) = D(t) - R(t)$. Кроме *того,* функция может быть сформирована из соответствующих функций доходов и расходов по направлениям. Тогда

$$NPV(T) = \frac{NPV}{1-e^{-kT}} = \frac{I_0 + \int_0^T D(t)e^{-kT}\,dt - \int_0^T R(t)e^{-kT}\,dt}{1-e^{-kT}}. \quad (4)$$

В расчетах также можно учитывать темп роста денежного потока проекта во времени. Темп роста представляет собой рост денежного потока во времени для всего проекта по отношению к предыдущему проекту, т.е. денежный поток для проекта 2

$$CF_2(t) = CF(t)e^{g},$$

где g - темп роста денежных потоков проекта во времени.

Денежный поток *N-го* проекта

$$CF_N(t) = CF(t)e^{Ng}.$$

Такое представление денежного потока учитывает модернизацию оборудования со временем, т.е. позволяет учитывать научно-технический прогресс. Прогнозирование научно-технического прогресса является отдельной и довольно сложной задачей, которая решается для разных отраслей и областей экономики по-разному. Существуют многочисленные способы его моделирования, однако для оценки инвестиционных решений можно использовать более простой вариант, а именно включение в расчеты темпа роста, моделируя научно-технический прогресс величиной роста и динамикой его изменений.

Формула, учитывающая темп роста проекта во времени, имеет вид

$$NPV(T) = \frac{NPV}{1-e^{(g-k)T}} = \frac{I_0 + \int_0^T CF(t)e^{(-k+g)t}\,dt}{1-e^{(g-k)T}}. \quad (5)$$

Рассмотрим возможную технологию расчета чистой настоящей стоимости инвестиционной последовательности в непрерывном времени на примере. Предположим, инвестор осуществляет покупку некоторого станка, использование которого предполагает периодическую его замену. Необходимо определить оптимальный период использования станка в последовательности проектов по замене станка при условии, что с увеличением длительности его использования затраты на его обслуживание растут, а доходность от использования падает. Реализация проекта является неосновной деятельностью предприятия, поэтому кроме работников, обслуживающих станок, другой рабочей силы не требуется. В данном случае дискретные данные по проекту известны из финансовой отчетности или из ежегодного прогноза финансовых служб. Для более точного определения периода использования проекта необходимо привести денежные потоки к непрерывному виду и использовать непрерывные модели.

Схема перехода от дискретного денежного потока к непрерывному включает в себя следующие этапы:

1. Определение вида зависимости денежных потоков от времени. Этот этап наиболее важен. Определение вида зависимости позволяет исследователю точно установить тенденции взаимосвязи между основными параметрами модели: денежным потоком и временем.

Возможно, потребуется уточнить вид зависимости каждой составляющей, учитываемой при формировании денежного потока: заработной платы, налогов, материалов и пр. В таком случае вид зависимости устанавливается с необходимой степенью детализации: зависимость затрат и доходов от времени, разбиение затрат различного вида на отдельные зависимости, разбиение доходов по видам на зависимости от времени. Отметим, что порядок определения этих зависимостей аналогичен общему порядку. Поэтому рассмотрим общий случай зависимости денежного потока в целом от времени.

Поиск вида зависимости может осуществляться различными путями. Для первичного определения формы зависимости можно воспользоваться, например, графическим представлением, уточнив ее вид путем построения разностей (для степенной функции). Так, для степенной функции второй степени (параболы) вторые разности будут постоянны. После определения вида зависимости необходимо уточнить коэффициенты дисконтивания.

2. Построение зависимости денежного потока от времени и проверка значимости предложенной зависимости. На этом этапе строится уравнение зависимости величины денежного потока от переменного параметра (времени). Например, для степенной функции второй степени имеем

$$Z_t = b_0 + b_1 t + b_2 t^2.$$

Это общий вид зависимости, на основании которой необходимо установить значения коэффициентов *bo,* b_u 62» что позволит определить функцию для расчета значений денежного потока.

Расчет ведется на основе ретроспективных данных по финансовым показателям или прогнозных финансовых данных с помощью различных программных средств для исследования (пакетов Statistica, EViews). К методам определения параметров уравнения можно отнести такой метод аппроксимации данных, как метод наименьших квадратов. Кроме того, можно использовать метод приближения функции или аппроксимацию функции полиномом.

После построение зависимости методом наименьших квадратов необходимо провести статистические тесты на значимости уравнения регрессии (с помощью R^2), проверить гипотезу об отсутствии какой-либо линейной связи между Z, t и t_2 с помощью критерия Фишера F. Необходимо также проверить гипотезу о равенстве коэффициентов уравнения нулю с помощью критерия Стьюдента.

3. Построение расчетного вида зависимости. Построенная зависимость денежного потока от времени может быть использована для расчетов по формулам (2)-(4) или (5).

После завершения построения денежного потока можно определить срок опти-

мального использования как отдельного проекта, так и последовательности инвестиционных проектов, максимизировав чистую настоящую стоимость инвестиционной последовательности.

Для наглядности покажем оценку функциональной зависимости затрат на ремонт от времени на примере оценки периода использования горно-добывающего оборудования на предприятии. Срок службы рассматриваемого оборудования Шлет. Затраты на реализацию рассматриваемого проекта состоят из затрат на покупку оборудования (единовременные затраты $/_0$), затрат на наладку и обслуживание оборудования, на аренду помещения, затрат на рабочую силу, на энергопотребление станка, на материалы, а также затрат на ремонт, которые увеличиваются с каждым годом (текущие затраты). В соответствии с принятыми предположениями ежегодные затраты по каждой статье одинаковы, за исключением затрат на ремонт. Прогноз затрат на ремонт оборудования на пять лет следующий:

Год	1	2	3	4	5
Затрэты, руб.	О	16 000	63 000	142 000	252 000

При проведении расчетов после проверки всех параметров по указанной схеме получим зависимость вида

$$Z_t = 15{,}7(t-1)^2. \qquad (6)$$

Для рассматриваемого примера также реализуем расчет зависимости денежного потока по проекту в целом от времени в предположении, что прочие затраты от времени не зависят. Чистая настоящая стоимость инвестиционной последовательности для различных сроков использования инвестиционного проекта с учетом соотношения (6)

$$NPV = \frac{-I_0 + \int_0^1 638\,785 t\, e^{-kt}\, dt}{1 - e^{-Tk}} + \frac{\int_1^T (708\,785 - 11\,007(t-1)^2)\, e^{-tk}\, dt}{1 - e^{-Tk}}.$$

Расчеты по указанной схеме подтверждают возможность ее использования на практике. В целом оптимизация дохода по сроку использования проекта в условиях непрерывного времени позволяет более точно оценить проект.

После определения оптимального периода использования проекта или инвестиционной последовательности также необходимо проверить устойчивость полученных результатов на основании анализа чувствительности [3] или метада Монте-Карло. Анализ чувствительности проекта или инвестиционной последовательности может быть проведен в условиях дискретного времени для заданных ставок дисконтирования, параметров по доходам или затратам по проекту.

Анализ по методу Монте-Карло может быть проведен в условиях непрерывного времени в предположении, что денежные потоки компании или иная исследуемая величина, например цена реализации товара, определяющая затраты по видам, распределяется по логнормальному закону. По методу Монте-Карло определяется некоторое число реализаций, на основании которых делается вывод об устойчивости полученных значений. Если анализ чувствительности и анализ по методу Монте-Карло дает результаты, удовлетворяющие по своим характеристикам требованиям инвесторов, проект (последовательность проектов) может быть рекомендована для реализации. Иначе говоря, только устойчивые к изменению основных параметров проекты могут быть приняты инвестором для реализации.

Кроме того, при решении таких задач следует учитывать ряд ограничений. Если исследователю достаточно данных о сроке использования проекта с точностью до года, то решение задачи в дискретном случае существенно ускоряет выбор оптимального решения. Кроме того, чтобы задача имела решение, полученная функция денежного потока при преобразовании его в непрерывный из дискретного должна быть непрерывна и дифференцируема. При соблюдении указанных условиях задача имеет решение, которое позволит определить оптимальный

период использования проекта в последовательности проектов.

Ряд трудностей и ограничений при решении задачи необходимо решать индивидуально для каждого случая. Например, не всегда можно определить вид зависимости или функция может оказаться недифференцируемой. В некоторых случаях стоит отказаться от решения задачи в непрерывном варианте и найти окупаемость в дискретном периоде с предположением равномерного распределения доходов во времени в течение последнего года до окупаемости. При сравнении полученных результатов по непрерывным и дискретным вариантам расчетов оптимальный период использования в непрерывном варианте должен быть меньше, чем в дискретном варианте расчетов.

Отметим также, что определение оптимального периода использования проекта не является критерием выбора проектов: оно позволяет реализовывать проект с длительностью, которая обеспечивает максимизацию дохода инвестора, выраженную через чистую настоящую стоимость проекта или последовательности проектов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бирман* Г. Экономический анализ инвестиционных проектов / Г.Бирман, С.Шмидт: Пер. с англ. / Под ред.Л.П.Белых.М., 1997.

2. *Воронцовский А.В.* Инвестиции и финансирование. Методы оценки и обоснование. СПб, 1998.

3. *Крушвиц Л.* Инвестиционные расчеты: Пер. с нем. / Под общ. ред. В.В.Ковалева и З. А.Сабова. СПб, 2001.

4. *Холодкова В.В.* Определение оптимального периода использования инвестиций // Вестник Санкт-Петербургского государственного университета. Сер.5. 2001.Вып.3.

REFERENSES

1. *Birman* G., *Shmidt S.* Economic Analysis of Investment Projects. Moscow, 1997

l.VoronchovskiyA.V. Investment and financing. Methods of assessment and justification. Saint Petersburg, 1998

3. *Krushvich* Z-. Investment calculations. Saint Petersburg, 2001

4. *Holodkova V. V.* Determination of the optimal period of investment // Vestnik of Saint Petersburg State University. Series 5,2001. Release 3.

Санкт-Петербург. 2011