

**Н.О.ТИХОНОВ**, студент, *n.tikhonov@bk.ru*

**Е.Е.АНДРЕЕВ**, канд. техн. наук, доцент, *opiopi@bk.ru*

*Санкт-Петербургский государственный горный университет*

**N.O.TIKHONOV**, student, *n.tikhonov@bk.ru*

**E.E.ANDREEV**, PhD in eng. sc., associate professor, *opiopi@bk.ru*

*Saint Petersburg State Mining University*

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ РУДОПОДГОТОВКИ

Раскрывается роль моделирования в процессах подготовки сырья, указаны основные задачи, решаемые с его помощью, даны некоторые сведения о способах решения этих задач, освещена информация о кинетическом уравнении периодического измельчения А.И.Загустина, функция разрушения и отбора, методах их теоретического и экспериментального определения.

**Ключевые слова:** моделирование, рудоподготовка, функция отбора, функция разрушения, кинетика измельчения, моделирующее программное обеспечение.

## SIMULATION OF MINERAL PROCESSING PLANT DATA

This article was crate to look through the main ideas of mineral processing simulation. Here you can find some information about it's problems, solutions for these problems, Zagustin law of grinding kinetic, breakage and selection functions and it's research methods.

**Key words:** simulation, crashing, grinding, breakage function, selection function, grinding kinetic.

Цель обогатительных процессов – выделить в концентрат из исходного сырья самого разнообразного и сложного состава те или иные полезные минералы. Минералы входят в состав полезных ископаемых, которые горными работами добывают из месторождений на шахтах, рудниках, в карьерах [3]. Добытое сырье представляет собой куски руды, размеры которых могут достигать первых метров. Размеры же вкраплений полезных минералов в них порой измеряются микронами.

На обогатительных фабриках дробление и измельчение являются подготовительными операциями перед обогащением и имеют своей целью раскрытие сростков различных минералов, тесно переплетенных между собой, путем уменьшения размеров кусков руды [1]. Раскрытие сростков делает

минералы способными к отделению друг от друга. Смесь раскрытых (не связанных прочно друг с другом) минералов является исходным продуктом сепарации. Чем полнее раскрыты сростки, тем совершеннее дальнейшее разделение.

Дробление и измельчение – процессы уменьшения размеров кусков полезных ископаемых путем разрушения их действием внешних сил, преодолевающих внутренние силы сцепления, связывающие между собой частицы твердого вещества. Принципиально эти процессы не различаются между собой. Условно считают, что при дроблении получают продукты крупнее 5 мм, а при измельчении – мельче [1].

Дробление и измельчение имеют в своем арсенале целый ряд эффективных аппаратов. Для дробления применяют дробилки,

а для измельчения – мельницы. Сегодня на обогатительных фабриках применяются разные аппараты:

- щековые дробилки;
- конусные дробилки;
- валковые дробилки;
- дробилки ударного действия: молотковые, роторные, дезинтеграторы;
- барабанные мельницы: шаровые и стержневые;
- мельницы самоизмельчения;
- вибрационные, вертикальные, планетарные и газоструйные мельницы.

Все эти аппараты передают разрушаемой среде энергию, превосходящую энергию связи между отдельными частицами. В народном хозяйстве страны дробление и измельчение руд и других материалов – одна из наиболее масштабных, энергоемких и дорогостоящих операций. Ежегодно разрушению подвергается более 3 млрд т сырья. На эти цели затрачивается более 70 млрд кВт·ч электроэнергии, или до 5 % ее общего производства в стране. На обогатительных фабриках на рудоподготовку приходится 50-70 % общих капитальных затрат [1]. Поэтому дальнейшее совершенствование этих процессов и аппаратов имеет важное народно-хозяйственное значение.

Ручные расчеты при проектировании дробильных цехов требуют многих часов. Развитие вычислительной техники способствует совершенствованию решений задач оптимизации при выборе режимов работы оборудования и конфигураций технологических схем. Современные компьютерные программы быстро просчитывают многие альтернативные варианты. Большое количество информации, доступное при рассмотрении этих альтернатив, позволяет лучше понять преимущества каждой из них и сделать правильный выбор.

Для лучшего понимания хода процесса разрушения и применения к нему основных законов физики в таких пакетах разработаны математические модели оборудования, позволяющие более полно описать суть операций рудоподготовки. Причиной использования моделей является необходимость симулирования работы аппаратов и

цехов. Именно это и позволяет рассмотреть множество конфигураций технологических схем и режимов работы оборудования.

В обогатительной промышленности исходный материал, поступивший с рудников, шахт или карьеров, всегда представлен кусками разных размеров. Частицы тонких классов могут проходить сквозь рабочие зоны дробящих аппаратов, не подвергаясь воздействию разрушающих сил. Они сохраняют исходную крупность. Напротив, каждая частица, превосходящая требуемый размер, задаваемый выходной щелью дробилки или отверстием в решетке мельницы, разрушается, пополняя более мелкие классы. Нередко случается так, что дочерние частицы требуют повторного сокращения крупности. Вероятность каждого следующего акта разрушения зависит от гранулометрической характеристики продукта предыдущего и от специфики используемой машины. Рудоподготовка продолжается до тех пор, пока все частицы не перейдут в определенную фракцию крупности, задаваемую условием раскрытия сростков полезных минералов.

Основная задача при моделировании процессов рудоподготовки – нахождение математической зависимости между гранулометрическими характеристиками питания и продуктов. Для ее качественного решения необходимо принять во внимание все факторы, оказывающие влияние на ход процесса. Основными из них являются характеристики руды и аппаратов.

В современном моделировании элементарный акт разрушения принято считать двухшаговым: 1) отдельная частица отбирается для разрушения; 2) разрушенная частица пополняет более мелкие классы крупности. Для описания этих шагов на вооружение взяты две функции: отбора и разрушения. Можно сказать, что функция отбора представляет собой вероятность разрушения частицы, а функция разрушения – гранулометрическую характеристику для дочерних частиц. Эти функции зависят от параметров руды и машин, они являются основным оружием в ходе решения задач моделирования. Как же количественно их описать?

В 1935 г. А.И.Загустин в статье «Теория измельчения в шаровой мельнице» предложил интегродифференциальное уравнение кинетики периодического измельчения или дробления в следующем виде [1]:

$$\frac{\partial \gamma(l, t)}{\partial t} = \int_l^{l_{\max}} f(R) \gamma_{\text{втор}}(R, l) \gamma(R, t) dR - f(l) \gamma(l, t),$$

где  $\gamma(l, t)$  – дифференциальная характеристика крупности материала в момент времени  $t$ ,  $\text{см}^{-1}$ ;  $f(R)$  и  $f(l)$  – относительная скорость разрушения кусков крупностью  $R$  и  $l$  соответственно,  $\text{мин}^{-1}$ ;  $\gamma_{\text{втор}}(R, l)$  – дифференциальная характеристика крупности вторичной (дочерней) мелочи, получаемой при разрушении начального куска размером  $R$ ,  $\text{см}^{-1}$ .

Под дифференциальной характеристикой крупности понимается дифференциальная функция распределения минеральных частиц по размеру – такая функция, для которой произведение  $\gamma(l)dl$  равно массовой доле частиц элементарной фракции размера  $[l; l + dl]$  в исследуемой смеси частиц.

Уравнение Загустина является базой современной теории дробления и измельчения. При известных заранее функциях  $f(R)$  и  $\gamma_{\text{втор}}(R, l)$  математическое решение этого уравнения предсказывает изменение во времени гранулометрической характеристики разрушаемого материала  $\gamma(l, t)$ .

Физический смысл уравнения Загустина таков: скорость изменения доли узкого класса в смеси равна разности притока в него из более крупных классов и оттока из него в более мелкие. Это уравнение является современной основой для математического моделирования процессов дробления и измельчения. Функция  $f(R)$  называется функцией отбора, а функция  $\gamma_{\text{втор}}(R, l)$  – функцией разрушения. Большая часть современных моделей не имеет принципиальных различий и вытекает из уравнения Загустина, которое может принимать ту или иную конкретную форму в зависимости от вида функций отбора и разрушения.

В 1978 г. О.Н.Тихонов в статье «Об одном обобщении уравнения Загустина» ввел функцию относительного распределения потоков  $q_{\text{отн}}$  между разрушаемыми и обрабатываемыми классами, позволившую переписать уравнение кинетики в несколько более общей форме. Вместо двух функций  $f(R)$  и  $\gamma_{\text{втор}}(R, l)$  используется одна –  $q_{\text{отн}}$ :

$$q_{\text{отн}}(R, r) = f(R) \gamma_{\text{втор}}(R, l).$$

Численно эта функция равна потоку от 1 кг питающего единичного класса  $[R; R + 1 \text{ мкм}]$  в питаемый единичный класс  $[r; r + 1 \text{ мкм}]$ .

При введении одной функции вместо двух уравнение Загустина принимает более общий и компактный вид:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} = \int_l^{l_{\max}} q_{\text{отн}}(R, l) \gamma dR - \int_0^l q_{\text{отн}}(l, r) \gamma dr.$$

При конкретизации такого уравнения по опытным данным легче искать одну функцию  $q_{\text{отн}}$ , чем две  $f(R)$  и  $\gamma_{\text{втор}}(R, l)$ .

Многие исследователи, такие как Бродбент и Каллкотт, Годэн и Мелой, Келсал и Рейд, Климпел и Остин, Линч, пытались описать функцию разрушения математически. Большинство из таких зависимостей носят эмпирический характер. Формула, полученная Климпелом и Остином, обобщает многие другие [2]:

$$B(d_i) = 1 - \left[ 1 - \left( \frac{d_i}{d_j} \right) \right]^{n_1} \left[ 1 - \left( \frac{d_i}{d_j} \right)^2 \right]^{n_2} \left[ 1 - \left( \frac{d_i}{d_j} \right)^3 \right]^{n_3},$$

где  $B(d_i)$  – суммарная массовая доля классов, частицы которых не превосходят  $d_i$ ;  $d_i$  – крупность дочернего фрагмента, полученного при разрушении;  $d_j$  – начальная крупность кусков, отобранных для разрушения;  $n_1, n_2, n_3$  – коэффициенты, определяемые параметрами дробимого материала.

Выражение, полученное Бродбентом и Каллкоттом, гораздо проще. В тех же условных обозначениях его можно записать в следующем виде [2]:

$$B(d_i) = 1,58 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{d_i}{d_j}\right) \right].$$

Эта зависимость не загружена переменными, учитывающими параметры руды, что позволяет ей быть лишь приближением. Опытным доказано, что функция разрушения такого вида дает приемлемые результаты для шаровых и стержневых мельниц, в которых преобладающим измельчающим усилием является удар, но она неадекватна в тех случаях, где велика роль истирания, как например, в мельницах самоизмельчения.

Выражения, подобные указанным выше, позволяют найти функцию разрушения в матричном виде. Она представляет собой нижнюю треугольную матрицу, размерность которой определяется количеством классов крупности, рассматриваемых в данном конкретном опыте. Например, для трех классов имеем

$$B = \begin{pmatrix} B(d_1) & 0 & 0 \\ B(d_2) & B(d_1) & 0 \\ B(d_3) & B(d_2) & B(d_1) \end{pmatrix}.$$

Матричное представление функций разрушения и отбора удобно при табличном представлении гранулометрических характеристик питания и продуктов. Подобные таблицы могут быть заменены на дифференциальную функцию распределения минеральных частиц по крупности  $\gamma(l, t)$ , имеющую аналогичную информацию. Подобное представление данных требует математически более сложных дифференциальных и интегральных закономерностей для функций отбора и разрушения.

На практике часто трудно учесть все влияющие на ход процессов рудоподготовки факторы, такие как параметры руд и машин, с помощью констант и переменных, вводимых в эмпирические уравнения. Нередко функция разрушения определяется опытным путем. Такой подход требует много времени, так как для каждого класса крупности необходимо провести свою серию экспериментов.

Суть этих экспериментов заключается в периодическом измельчении подходящей пробы руды одного класса крупности в исследуемом аппарате или его лабораторной модели. Помол осуществляется в течение короткого времени, после чего с помощью ситового анализа определяется гранулометрическая характеристика дочерних частиц. Затем проба возвращается в машину, и опыт повторяется для больших значений времени. По окончании очередного временного интервала определяется гранулометрический состав продуктов. Достигается компромисс между слишком коротким и слишком длинным промежутком времени, гранулометрический состав которого и вносится в функцию разрушения. Именно этот компромисс и понимался выше под актом разрушения. Аналогичные эксперименты проводятся для всех фракций крупности.

Руда, попадающая в систему рудоподготовки, всегда представлена совокупностью частиц различных размеров. В рабочей зоне разрушающей машины вероятность попадания под воздействие более крупных частиц значительно выше, чем более мелких. В каждом, достаточно широком, классе крупности определенная доля частиц избирательно разрушается и уменьшается, пополняя более мелкие классы. Некоторые частицы проходят сквозь аппарат, сохранив свою принадлежность к начальной фракции размера. Таким образом, имеет место выборочное разрушение частиц в зависимости от их исходной крупности. Именно этот факт и описывает функция отбора. Для каждого конкретного класса она представляет собой вероятность разрушения принадлежащих ему частиц, т.е. вероятность того, что частицы этого класса внесут в гранулометрическую характеристику конечного продукта именно вклад, описываемый функцией разрушения этого класса.

Опыты, необходимые для определения функции отбора, аналогичны тем, что проводятся для определения функции разрушения. Но в данном случае нас интересует не вся характеристика крупности продуктов разрушения, а лишь та ее часть, которая несет информацию о доле неизмельченных частиц.

Очевидно, что, чем более тонкие классы будут рассмотрены, тем точнее будут полученные результаты. Но анализ большого количества проб требует больше времени. На практике число классов крупности обычно не превосходит шести или восьми.

Задачи, связанные с моделированием процессов рудоподготовки, решаются путем использования специализированного программного обеспечения. Примерами таких компьютерных пакетов могут служить UniCruGr, JKSimMet, MODSIM, PlantDesigner, BRUNO: Crushing Plant Simulator.

Применение моделирующих систем необходимо при проектировании и модернизации цехов и оборудования. Модели открывают исследователям доступ к миру машин огромных производительностей, позволяют быстро и наглядно просчитать множество альтернатив и сделать правильный выбор.

Своевременное моделирование и правильный его анализ являются залогом успе-

ха в дальнейшем совершенствовании рудоподготовительных процессов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Андреев Е.Е.* Дробление, измельчение и подготовка сырья к обогащению: Учебник / Е.Е.Андреев, О.Н.Тихонов. Санкт-Петербургский государственный горный ин-т. 2007.
2. *Линч А.Дж.* Циклы дробления и измельчения. Моделирование, оптимизация, проектирование и управление: Пер. с англ. М., 1981.
3. *Тихонов О.Н.* Введение в динамику массопереноса процессов обогатительной технологии. Л., 1973.

#### REFERENCES

1. *Andreev E.E., Tikhonov O.N.* Crushing, grinding and preparation of raw material for enrichment: Textbook. Saint Petersburg State Mining Institute. 2007.
2. *Lynch A.J.* Cycles of crushing and grinding. Modeling, optimization, design and management: Translated from English. Moscow, 1981.
3. *Tikhonov O.N.* Introduction to the dynamics of mass transfer processes in material enrichment technology. Leningrad, 1973.