

УДК 528.486.3

Д.А.АФОНИН, аспирант, *geodesy.pgups@gmail.com*
Петербургский государственный университет путей сообщения

D.A.AFONIN, post-graduate student, *geodesy.pgups@gmail.com*
Petersburg State Transport University

ПОСТРОЕНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ РАЗБИВОЧНОЙ СЕТИ, ЗАКРЕПЛЯЕМОЙ ПЛЕНОЧНЫМИ ОТРАЖАТЕЛЯМИ

Представлены результаты и выводы экспериментальных исследований отражательных характеристик для конкретных систем «тахеометр – пленочный отражатель»: предельная дальность измерения расстояний и предельный угол падения луча. На примере геодезической разбивочной сети на объекте «Строительство 2-й сцены Мариинского театра, Санкт-Петербург» рассмотрены особенности развития геодезических разбивочных сетей, закрепляемых пленочными отражателями. В частности, в рамках метода косвенной трилатерации показана необходимость планирования мест размещения электронного тахеометра (станций), представлен алгоритм поиска данных станций на примере рассматриваемой сети.

Ключевые слова: геодезическая разбивочная сеть, пленочный отражатель, трилатерация.

CREATION OF THE GEODETIC MARKING NETWORK FIXED BY REFLECTIVE SHEET

Presents the results and findings of experimental studies of reflective characteristics for individual systems «total station – reflective sheet». For example, the geodesic marking network at object «Construction of the 2nd stage of the Mariinsky theatre, St.-Petersburg» peculiarities of the development of geodetic marking networks, fixed reflective sheet. In particular in the framework of the method of indirect trilateration the necessity of planning the locations of the total station (stations), the algorithm of search data stations and presents the results of the use of this algorithm for the considered network.

Key words: geodesic marking network, reflective sheet, trilateration.

В настоящее время для закрепления пунктов геодезической разбивочной сети (ГРС) на территории с плотной застройкой широко применяются пленочные отражатели (ОП). В данной работе будем рассматривать только плановую ГРС.

Главное преимущество использования ОП перед закладкой пунктов с традиционными типами центров, рекомендуемых СНиП 3.01.01-84 [3], заключается в значительном расширении области возможных мест размещения пунктов (боковые поверхности зданий и сооружений окружающей застройки). Такая многоальтернативность

мест размещения ОП позволяет выбрать оптимальную схему сети по критерию обеспечения требуемой точности и удобства выполнения основных геодезических работ.

Важными отражательными характеристиками системы «тахеометр – пленочный отражатель» является предельная дальность измерения расстояний и предельный угол падения луча на отражающую поверхность. Однако данные характеристики указываются производителями геодезического оборудования ориентировано. Так, предельная дальность зависит от размера отражателя и для большинства современных



Рис.1. Конструкция ЭУ1

1 – подставка; 2 – круглый уровень; 3 – корпус установки; 4 – ОП15; 5 – ОП50; 6 – ОП90; 7 – ОП30; 8 – горизонтальный лимб

таксиметров составляет 400-500 м (например, на ОП90), для тахеометров более ранних серий – 100-150 м. Предельный угол падения составляет около 30°.

Вопрос определения отражательных характеристик ОП является весьма важным и в практическом отношении. Для этого проведены экспериментальные исследования для конкретных систем «таксиметр – пленочный отражатель».

В первой части эксперимента с помощью экспериментальной установки № 1 (ЭУ1) (рис.1) выполнено исследование отражательной способности ОП15, ОП30, ОП50, ОП90 производства ЗАО «Геостройизыскания». На ЭУ1 данные ОП ориентированы стрелками вверх.

В ходе эксперимента тахеометром «Sokkia SET-4110» по ОП выполнены линейные измерения для расстояний от 10 м до $S_{\text{пр}}$ ($S_{\text{пр}}$ – максимальная предельная дальность измерений, достигнутая в эксперименте, м) с шагом 10 м при углах падения от 90° до $\beta_{\text{пр}}^{\circ}$ ($\beta_{\text{пр}}^{\circ}$ – предельный угол падения луча на ОП, достигнутый в экспе-

рименте). Под углом падения β будем понимать угол между лучом и его проекцией на плоскость. Данный угол можно выразить по теореме о трех синусах следующей формулой [2]:

$$\sin\beta = \sin\gamma \sin\varphi. \quad (1)$$

Когда ОП установлена вертикально, то γ – горизонтальная составляющая, а φ – вертикальная составляющая угла β .

Луч поочередно направлялся горизонтально в центр отражателей, установленных вертикально (т.е. $\varphi = 90^{\circ} = \text{const}$), и изменение угла β осуществлялось только в горизонтальной плоскости за счет изменения составляющей γ с шагом 5° (путем поворота корпуса экспериментальной установки вокруг вертикальной оси ОП), т.е. $\beta = \gamma$. Результатами данных исследований являются значения $\beta_{\text{пр}}$, полученные для рассматриваемых расстояний (табл.1).

Таблица 1

Предельные углы падения $\beta_{\text{пр}}^{\circ}$

Расстояние, м	Размеры отражателя, мм			
	15 × 15	30 × 30	50 × 50	90 × 90
10	20°	15°	15°	20°
20	25	15	20	20
30	30	30	25	25
40	40	35	30	25
50	50	40	40	35
60	55	45	40	35
70	60	50	45	40
80	65	55	50	45
90	75	60	60	50
100	80	70	65	55
110	85	75	75	60
120	85	75	80	70
130	Нет сигнала	85	85	75
140	То же	Нет сигнала	85	80
150	»	То же	Нет сигнала	85
160	»	»	То же	Нет сигнала

Аппроксимация полученных данных показала, что существует зависимость $\beta_{\text{пр}} = f(S)$

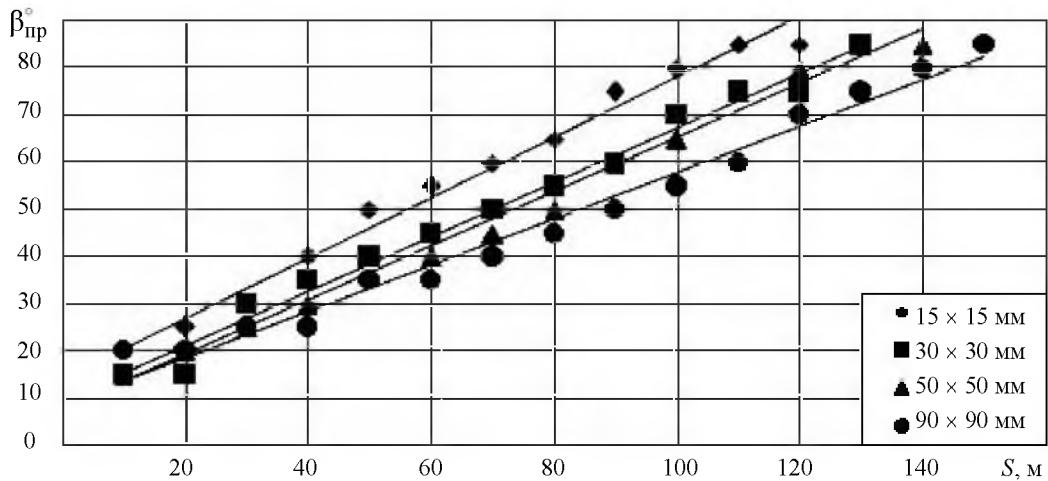


Рис.2. Точечные графики экспериментальных данных с линейными линиями трендов

(чем больше расстояние от тахеометра до ОП, тем предельный угол падения ближе к 90°). Данная зависимость описывается линейной функцией $\beta_{\text{пр}} = aS + b$ (табл.2).

Таблица 2

Линейные функции аппроксимации экспериментальных данных

Размеры отражателя, мм	Линейная функция аппроксимации	Коэффициент детерминации R^2
15 × 15	$\beta_{\text{пр}}^\circ = 0,64S(\text{м}) + 14^\circ$	0,985
30 × 30	$\beta_{\text{пр}}^\circ = 0,59S(\text{м}) + 9^\circ$	0,986
50 × 50	$\beta_{\text{пр}}^\circ = 0,58S(\text{м}) + 9^\circ$	0,988
90 × 90	$\beta_{\text{пр}}^\circ = 0,49S(\text{м}) + 9^\circ$	0,980

На рис.2 показаны графики линейных функций аппроксимации экспериментальных данных.

Во второй части эксперимента с помощью экспериментальной установки № 2 (ЭУ2) (рис.3) выполнено исследование отражательной способности следующих ОП: ОП50 (ЗАО «Геостройизыскания») и ОП50 («Geobox»). На ЭУ2 ОП50 (ЗАО «Геостройизыскания») ориентирован стрелками вверх.

В ходе эксперимента тахеометром «Sokkia SET-4110» по рассматриваемым ОП выполнены линейные измерения для расстояний 30, 70 и 110 м при углах падения от 90° до $\beta_{\text{пр}}^\circ$. Луч направлялся горизонтально

в центр ОП, и изменение угла β осуществлялось как в горизонтальной, так и в вертикальной плоскости за счет изменения составляющей γ (путем поворота корпуса ЭУ2 вокруг вертикальной оси ОП) и составляющей φ (путем поворота поворотной пластины вокруг горизонтальной оси ОП). Шаг изменения γ и φ составлял 5° .



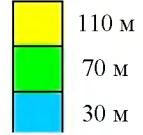
Рис.3. Конструкция ЭУ2

1 – подставка; 2 – круглый уровень; 3 – корпус установки; 4 – вертикальный лимб; 5 – пленочный отражатель; 6 – пластина, поворотная в вертикальной плоскости; 7 – горизонтальный лимб

Таблица 3

Пределные углы падения (β_{np}°) для расстояний 30; 70 и 110 м, на ОП50 (ЗАО «Геостройизыскания»)

Φ	γ – горизонтальная составляющая угла β														
	90°	85°	80°	75°	70°	65°	60°	55°	50°	45°	40°	35°	30°	25°	20°
90°	90	85	80	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25	20
85	85	83	79	74	69	65	60	55	50	45	40	35	30	25	20
80	80	79	76	72	68	63	59	54	49	44	39	34	29	25	20
75	75	74	72	69	65	61	57	52	48	43	38	34	29	24	19
70	70	69	68	65	62	58	54	50	46	42	37	33	28	23	19
65	65	65	63	61	58	55	52	48	44	40	36	31	27	23	
60	60	60	59	57	54	52	49	45	42						
55	55	55	54	52	50	48	45								
50	50	50	49	48	46	44	42								
45	45	45	44	43	42										
40	40	40	39	38	37										
35	35	35	34	34											
30	30	30	29												
25	25	25													
20	20														



110 м

70 м

30 м

Примечание. Φ – вертикальная составляющая угла β .

Таблица 4

Пределные углы падения (β_{np}°) для расстояний 30; 70 и 110 м, на ОП50 («Geobox»)

Φ	γ – горизонтальная составляющая угла β														
	90°	85°	80°	75°	70°	65°	60°	55°	50°	45°	40°	35°	30°		
90°	90	85	80	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30		
85	85	83	79	74	69	65	60	55	50	45	40	35	30		
80	80	79	76	72	68	63	59	54	49	44	39	34	29		
75	75	74	72	69	65	61	57	52	48	43	38	34	29		
70	70	69	68	65	62	58	54	50	46	42	37	33	28		
65	65	65	63	61	58	55	52	48	44	40	36	31			
60	60	60	59	57	54	52	49	45	42	38	34	30			
55	55	55	54	52	50	48	45	42	39	35	32	28			
50	50	50	49	48	46	44	42	39	36	33	29	26			
45	45	45	44	43	42	40	38	35	33	30	27				
40	40	40	39	38	37	36	34	32	29	27					
35	35	35	34	34	33	31	30	28	26						
30	30	30	29												
25	25	25													

Примечание. Усл. обозначения см. табл.3.

Результаты второй части эксперимента представлены в табл.3 и 4. В ячейках данных таблиц указаны углы β , вычисленные по формуле (1), при различных сочетаниях составляющих γ и φ . В табл.3 и 4 значения угла β , при которых измерение осуществляется областю от верхнего левого угла до линии ячеек, выделенных соответствующим цветом.

Как видно из табл.3, для отражателя ОП50 (ЗАО «Геостройизыскания») в рамках одного расстояния значение $\beta_{\text{пр}}$ есть величина непостоянная и зависит от сочетания составляющих γ и φ , т.е. $\beta_{\text{пр}} = f(S, \gamma, \varphi)$.

Для отражателя ОП50 («Geobox») (табл.4) в рамках одного расстояния значение $\beta_{\text{пр}}$ изменяется незначительно, поэтому можно допустить, что предельный угол падения, найденный из первой части эксперимента как $\gamma_{\text{пр}}$, есть величина постоянная при различных сочетаниях составляющих γ и φ , образующих полученное значение $\beta_{\text{пр}}$, т.е. можно принять, что $\beta_{\text{пр}} = f(S)$.

Кроме представленных результатов, были выполнены экспериментальные исследования и с некоторыми другими ОП. Обобщенный анализ проведенных экспериментальных исследований показал, что отражательные характеристики для каждой системы «тахеометр – пленочный отражатель» индивидуальны, но наблюдается общая тенденция, заключающаяся в том, что, чем больше расстояние от тахеометра до пленочного отражателя, тем угол падения должен быть ближе к 90° . Поэтому для проектирования ГРС рекомендуется для используемой системы «тахеометр – пленочный отражатель» экспериментально определять отражательные характеристики.

Для наглядности дальнейшее рассмотрение вопроса о построении ГРС, закрепляемой ОП, приведем на примере ГРС на объекте «Строительство 2-й сцены Мариинского театра, Санкт-Петербург». Данная сеть включает 10 пунктов (М1-М10), которые из-за условий ограниченной видимости расположены на прилегающих к территории строительства зданиях, на удалении не более 50 м (рис.4).

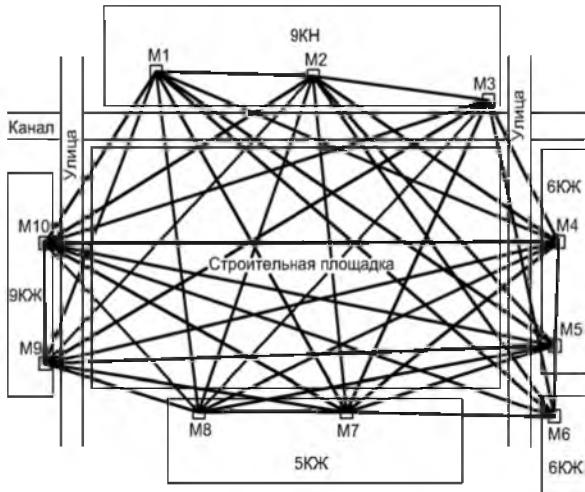


Рис.4. Геодезическая разбивочная сеть объекта «Строительство 2-й сцены Мариинского театра, Санкт-Петербург»

В ходе строительства, особенно на этапе возведения подземной части сооружения, были выявлены значительные деформации некоторых прилегающих к строительной площадке зданий. На ряде из этих зданий установлены ОП. В связи с этим возникла необходимость проверки сети чаще, чем требует СНиП 3.01.01-84 [3].

Поскольку все пункты сети попадают в зону возможного влияния нового строительства, при каждом определении координат пунктов сети необходимо выявлять наиболее стабильные пункты, которые принимаются в качестве исходных. Сотрудниками кафедры «Инженерная геодезия» Петербургского государственного университета путей сообщения (ПГУПС) была разработана методика выявления наиболее стабильных пунктов [4]. Данная методика заключается в измерении всех расстояний между пунктами, сравнении и анализе полученных значений с данными предыдущей проверки.

Измерения в сети позволяют назвать сеть косвенной трилатерацией. Это означает, что расстояния между пунктами определяются не прямыми измерениями, а вычисляются через линейно-угловые измерения в режиме «определение недоступного расстояния» (ОНР) со вспомогательной точки S_i (станция электронного тахеометра): измерения в режиме, определение недоступного расстояния.

В режиме ОНР искомое расстояние вычисляется по теореме косинусов:

$$d = \sqrt{d_1^2 + d_2^2 - 2d_1d_2 \cos\beta}, \quad (2)$$

где d – искомое расстояние между точками 1 и 2; d_1 и d_2 – расстояния между точкой стояния прибора St и соответственно точками 1 и 2; β – горизонтальный угол между направлениями $St-1$ и $St-2$.

Тогда точность расстояния, измеренного в режиме ОНР, можно найти по формуле средней квадратической ошибки (СКО) функции общего вида независимых аргументов [1]

$$m_d = \sqrt{\left(\frac{\partial d}{\partial d_1}\right)^2 m_s^2 + \left(\frac{\partial d}{\partial d_2}\right)^2 m_s^2 + \left(\frac{\partial d}{\partial \beta}\right)^2 \frac{m_\beta^2}{\rho^2}}, \quad (3)$$

где m_d – СКО измерения расстояния в режиме ОНР; m_s – СКО линейных измерений; m_β – СКО угловых измерений; ρ – коэффициент перехода от угловых величин к линейным ($\rho = 206265$ – число секунд в радиане).

Частные производные в формуле (3) определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} \frac{\partial d}{\partial d_1} &= \frac{d_1 - d_2 \cos\beta}{d}, & \frac{\partial d}{\partial d_2} &= \frac{d_2 - d_1 \cos\beta}{d}, \\ \frac{\partial d}{\partial \beta} &= \frac{d_1 d_2 \sin\beta}{d}. \end{aligned}$$

Таким образом, точность измерения расстояний в режиме ОНР зависит как от точности линейных и угловых измерений, так и от расположения точки St относительно измеряемой линии. В неблагоприятных случаях СКО измерения расстояний в режиме ОНР может быть в несколько раз вы-

ше СКО непосредственных линейных измерений. Особенно заметно влияние геометрического фактора расположения точки St на точность определения недоступного расстояния с увеличением СКО угловых измерений. Так, в табл.5 приведены значения m_d , полученные по формуле (3) для базовых расстояний d , характерных для рассматриваемой сети (от 20 до 240 м, шаг 20 м), при $m_s = 3$ мм (СКО линейных измерений по ОП, характерная для большинства современных тахеометров), $m_\beta = 3''(5; 7'')$ и при условии, что $d_1 = d_2 = 250$ м (расстояние, при котором измерение на ОП для большинства современных тахеометров стабильно возможно).

Таким образом, при реализации метода косвенной трилатерации необходимо планировать места расположения точек St .

Рассмотрим уравнение (3). Выполнив тождественные преобразования данного уравнения, получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} m_s^2 &\left((1 + \cos^2\beta)(d_1^2 + d_2^2) - 4d_1d_2 \cos\beta \right) + \\ &+ \frac{m_\beta^2}{\rho^2} d_1^2 d_2^2 \sin^2\beta = m_d^2 d^2. \end{aligned}$$

Сведем данное выражение с учетом формулы (2) к следующему квадратному уравнению:

$$a_1 K^2 + b_1 K + c_1 = 0, \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} K &= d_1 d_2; \\ a_1 &= (m_\beta \sin\beta/\rho)^2; \\ b_1 &= -2 \cos\beta (\sin\beta m_s)^2; \\ c_1 &= d^2 (m_s^2 (1 + \cos^2\beta) - m_d^2). \end{aligned}$$

Таблица 5

Средняя квадратическая ошибка измерения расстояний в режиме ОНР, мм

m_β''	Расстояния d , м											
	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240
3	3,6	3,6	3,6	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,8	3,8
5	6,1	6,1	6,0	6,0	6,0	6,0	5,9	5,9	5,9	5,8	5,8	5,7
7	8,5	8,5	8,4	8,4	8,4	8,3	8,2	8,2	8,1	8,0	7,8	7,7

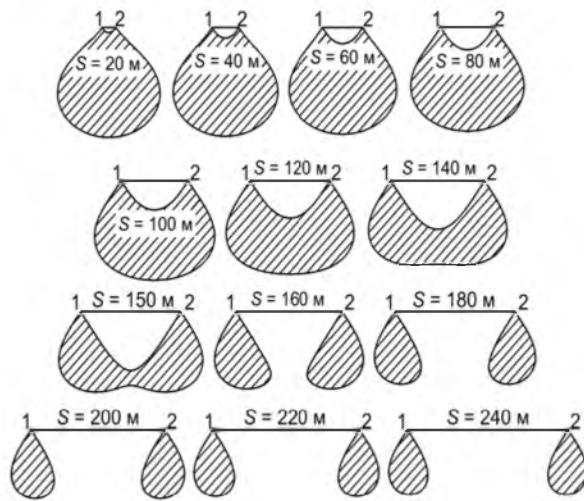


Рис.5. Области размещения точки St при заданных параметрах

Для конкретных параметров (m_s, m_β, d, m_d), задавая значение угла β , из решения уравнения (4) найдем K .

Далее из решения системы

$$\begin{cases} K = d_1 d_2; \\ d = \sqrt{d_1^2 + d_2^2 - 2d_1 d_2 \cos\beta} \end{cases}$$

найдем d_1 и d_2 . Для удобства графического построения точки St рассмотрим систему

$$\begin{cases} (x_1 - x_{St})^2 + (y_1 - y_{St})^2 = d_1^2; \\ (x_2 - x_{St})^2 + (y_2 - y_{St})^2 = d_2^2, \end{cases} \quad (5)$$

где (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_{St}, y_{St}) – координаты соответственно точек 1, 2 и St .

Из решения системы (5) находим координаты точки St . Если точки St для различных значений угла β соединить плавной кривой, то получим область размещения электронного тахеометра в режиме ОНР, ограниченную данной кривой, в которой m_d меньше заданного значения при заданных параметрах m_s, m_β, d .

Предположим, что измерения в рассматриваемой сети выполняются со следующими характеристиками: $m_\beta = 5''$ и $m_s = 3$ мм. Найдем область размещения точ-

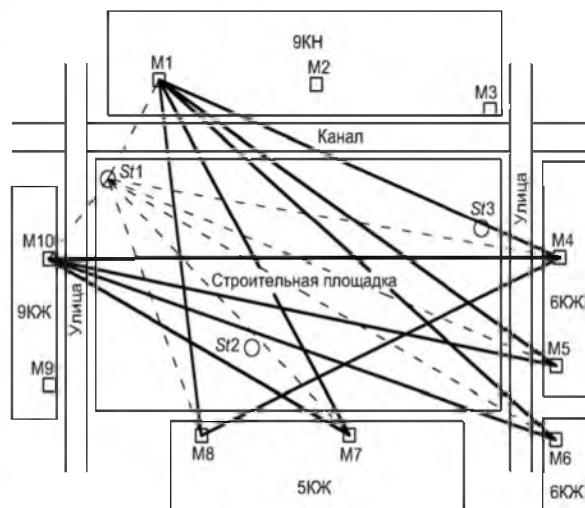


Рис.6. Схема измерений с точки $St1$

ки St при условии, что СКО измерения расстояний в режиме ОНР должна незначительно отличаться от СКО непосредственных линейных измерений (примем $m_d \leq 3,5$ мм). Полученные для базовых расстояний области штриховкой представлены на рис.5.

Путем совместного рассмотрения областей размещения точки St для каждого расстояния исследуемой сети и при условии, что угол падения луча на ОП должен быть не больше 30° , графическим способом нашли расположение трех станций электронного тахеометра ($St1, St2, St3$). Измерения с данных станций позволяют все расстояния получить с ошибкой $m_d \leq 3,5$ мм.

Для примера на рис.6 показана схема измерений с точки $St1$: пунктирными линиями показаны линии прямых линейно-угловых измерений, сплошными утолщенными – линии, измеряемые в режиме ОНР.

Предварительно определив наиболее стабильные пункты и приняв их в качестве исходных, выполняется уравнивание сети трилатерации. Для рассматриваемой сети уравнивание измерений недоступных расстояний выполнено параметрическим способом посредством программы NW, разработанной на кафедре «Инженерная геодезия» ПГУПС профессором В.А.Коугия.

Выводы

Использование пленочных отражателей для закрепления пунктов геодезических разбивочных сетей на застроенной территории составляет альтернативу заложению пунктов с традиционными типами центров. Проведенные экспериментальные исследования показали, что отражательные характеристики для каждой системы «тахеометр – пленочный отражатель» индивидуальны, но наблюдается общая тенденция, заключающаяся в том, что, чем больше расстояние от тахеометра до пленочного отражателя, тем угол падения должен быть ближе к 90° . Поэтому для используемой системы «тахеометр – пленочный отражатель» рекомендуется экспериментально определять отражательные характеристики.

На примере геодезической разбивочной сети на объекте «Строительство 2-й сцены Мариинского театра, Санкт-Петербург» рассмотрены особенности развития геодезических разбивочных сетей, закрепляемых пленочными отражателями. В частности, показана необходимость планирования мест размещения электронного тахеометра (станций) при реализации метода косвенной трилатерации. Представлен алгоритм поиска станций путем определения для каждого расстояния, измеряемого в режиме определения недоступного расстояния, области

размещения данных станций по заданным параметрам (m_s, m_β, d, m_d). Представлены результаты реализации данного алгоритма для рассматриваемой сети.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Большаков В.Д. Справочник геодезиста / В.Д.Большаков, Г.П.Левчук, Г.В.Багратуни. М.: Недра, 1975. 1056 с.*
2. *Габович И. Теорема о трех синусах // Квант. 1986. № 1. С.71-72.*
3. Строительные нормы и правила. Геодезические работы в строительстве (СНиП 3.01.01-84). М.: Госстрой, 1995. 27 с. Взамен СНиП III-2-75; введ. 04.02.85.
4. *Толстов Е.Г. Оперативный контроль исходной разбивочной сети (на примере строительства второй сцены Мариинского театра) / Е.Г.Толстов, Д.В.Крашенинин // Современные проблемы инженерной геодезии: Тр. международ. научно-практической конференции 15-17 октября 2009 г. / ПГУПС. СПб, 2010. С.190-194.*

REFERENCES

1. *Bolshakov V.D., Levchuk G.P., Bagratuni G.M. Directory of the geodesist. Moscow: Nedra, 1975. 1056 p.*
2. *Gabovich I. Teorema about three sine // Quantum. 1986. № 1. P.71-72.*
3. *Building Codes and Regulations. Geodetic works in building (BCaR 3.01.01-84). Moscow: Gossstroy, 1995. 27 p. In exchange СНиП III-2-75; introduced. 04.02.85.*
4. *Tolstov E.G., Krashenitsyn D.V. Operative control of a basic marking network (on the example of building of the second scene of the Maryinsky Theater) // Modern problems of an engineering geodesy: Works of the international scientifically-practical conference on October, 15-17th, 2009 / PGUPS. Saint Petersburg, 2010. P.190-194.*