УДК 548.54

А.И.ГЛАЗОВ, *д-р геол.-минерал. наук, профессор, glazov@spmi.ru*
Национальный минерально-сырьевой университет «Горный», Санкт-Петербург

A.I.GLAZOV, *Dr. in geol. & min. sc., professor, glazov@spmi.ru*
National Mineral Resources University (Mining University), Saint Petersburg

ОСОБЕННОСТИ ГЕОМЕТРИИ ОКРУГЛЫХ КРИСТАЛЛОВ

Обсуждена геометрия кристаллов с искривленными поверхностями. Выделены три основных типа таких поверхностей: цилиндрические, конические, сфероидальные. Рассмотрены их метрические и комбинаторные особенности и методы изучения.

Ключевые слова: кристаллы, форма, округлые поверхности, комбинаторика, методы изучения.

GEOMETRIC FEATURES OF ROUNDED CRYSTALS

Geometry of crystals with curved surfaces is discussed. There are 3 main types of the surfaces: cylindrical, conic, and spheroid. Their metric and combinatorial features are shown as well as methods of investigation.

Key words: crystals, form, curved surfaces, combinatorics, investigation methods.

Вводные замечания. Проблема унификации измерения и адекватного представления формы округлых кристаллов имеет большое теоретическое и практическое значение. Например, морфологическая классификация природного алмазного сырья используется как типоморфный признак в геолого-минералогических исследованиях и, с другой стороны, применяется для паспортизации, сертификации, расчета наиболее рационального раскроя сырья и контроля прохождения камня по всей технологической цепочке его обработки. Особую остроту этой проблеме придает то обстоятельство, что значительная часть природных алмазов представлена округлыми кристаллами, для описания формы которых не существует стандартных методик. Визуальное описание таких кристаллов страдает субъективизмом и поэтому не может быть стандартизировано. Что же касается гониометрической методики, разработанной в свое время А.Е.Ферсманом [9] и затем И.И.Шафрановским [11, 12], то она из-за большой трудоемкости не пригодна для массовых исследований и, что еще важнее, не позволяет получить достаточно полную метрическую информацию о форме конкретного кристалла. А это имеет следствием невысокую детальность морфологической классификации. Важной областью применения информации о форме округлых кристаллов является изучение процессов растворения. Точное знание формы конечных (стационарных) тел растворения необходимо для восстановления кинетики процесса и построения поверхностей скоростей растворения. Вообще же генезис округлых кристаллов может быть самым разнообразным: кроме растворения это процессы механического истирания, пластической деформации, оплавления; фрагменты округлых поверхностей нередко возникают и при росте кристаллов.

Особенности комбинаторики и геометрии округлых кристаллов. В кристаллографической номенклатуре и лексике имеется ряд исторически сложившихся условностей, которые иногда затрудняют адекватное описание формы кристалла. Одна из таких условностей относится к понятию «грань».

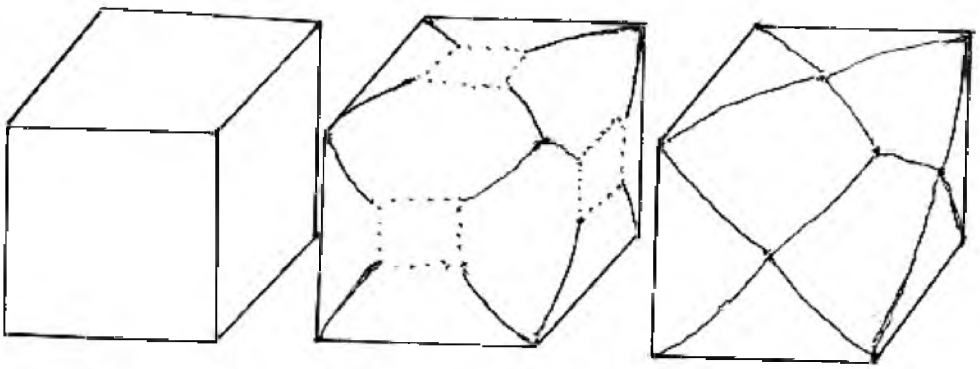
На обычных формах роста кристаллов понятие «грань» в сущности совпадает с по-

нятием «плоскость», о чем свидетельствует практика кристаллографического словоупотребления. При этом грань может вовсе и не представлять собою плоскость (точнее, часть плоскости) в математическом смысле, а состоять из множества параллельно ориентированных плоских фрагментов (например, из-за ступенчатого рельефа поверхности). Кроме того, на ней могут располагаться иначе ориентированные неровности – вицинали и другие акцессории. Ясно, что решающим, вносящим определенность в понятие «грань», является именно ориентация нормалей к частям плоскостей на поверхности кристалла относительно какого-нибудь репера решетки, задаваемая числами {hkl}, причем набор этих ориентаций существенно дискретен. Аналогичные соображения приложимы, очевидно, и к понятию «ребро» как линии пересечения граней, имеющей, следовательно, однозначно определяемую ориентацию (здесь, как и в отношении граней, мы не имеем в виду полярности направлений в ацентрических классах симметрии). Однако поскольку любой замкнутый многогранник (пусть и невыпуклый) является односвязным телом, для него справедлива теорема Эйлера о числе граней Г, вершин В и ребер Р: $Г + В - Р = 2$.

Для округлых тел, возникающих, например, при растворении (к которым, в частности, относятся кубоиды пиропов из кимберлитов, округлые алмазы и др.), понятие «грань» в изложенной форме не применимо. На больших частях или на всей поверхности тел растворения ориентация нормалей меняется непрерывно. Единственной достаточно стабильной морфологической чертой таких (односвязных) тел является наличие реберной сети (графа) с определенной комбинаторикой, зависящей как от геометрии решетки кристалла [7], так и от типа растворителя, условий растворения и т.д. [10]. Следовательно, ребро – это исходное понятие для описания формы рассматриваемых тел. Его можно определить как линию на поверхности, при пересечении которой ориентация нормалей к поверхности меняется скачком. Вершины – это точки пересечения ребер, а для понятия «грань» следует использовать комбинаторное определение грани на плоскости или сфере как совокупности точек поверхности, к которым можно дойти от данной точки, не лежащей на ребре, путем, не пересекающим ребра.

Формально-комбинаторное определение позволяет кратко охарактеризовать тип округлого тела по названию той простой формы, которая имеет данный тип сети, например: кубоид, октаэдроид и т.п. Однако при этом следует проявлять осмотрительность, памятуя, что в одной точечной группе могут быть объединены простые формы с одинаковой комбинаторикой – например, в классе $\bar{4}3m$ – тетрагексаэдр и гексатетраэдр. Разграничение таких вариантов требует уже учета характера изменения кривизны в пределах искривленных сегментов поверхности. Даже и без учета такой «тонкости» в минералогической литературе укоренились некоторые ошибочные названия округлых кристаллов. Характерным примером являются «ромбододекаэдроиды» алмаза. Просмотр около 500 кристаллов алмаза из коллекции Горного музея Национального минерально-сырьевого университета «Горный», а также рисунков и проекций в богатейшей сводке В.Гольдшмидта и А.Е.Ферсмана [9] убеждает, что практически все «ромбододекаэдроиды» имеют реберную сеть тетрагексаэдра. То же относится и ко многим «октаэдроидам» и «кубоидам». Многочисленные упоминания «световых треугольников» в известной книге И.И.Шафрановского «Алмазы» [11], в монографии Ю.Л.Орлова [5] относятся именно к тетрагексаэдроидам, как бы их ни называли авторы.

Все многообразие округлых поверхностей можно свести к трем основным типам: сфероидальные, конические, цилиндрические. Два последних типа относятся к классу линейчатых поверхностей. На них ориентация нормалей не меняется при перемещении вдоль образующих. Сюда же следует причислить и однополостный гиперболоид вращения. Встречается ли такая поверхность на кристаллах – пока не известно. Во всех остальных сечениях таких тел кривизна границы отлична от нуля. На одном кристалле возможны различные комбинации эти типов, в том числе и с участием плоскостей.



Преобразование куба в «цилиндрический» ромбододекаэдроид
(пунктиром показаны границы плавного перехода от искривленной поверхности к плоскостям куба)

Мало того, эти комбинации могут порождать неодносвязные тела, для которых теорема Эйлера не выполняется.

К типу сфероидальных поверхностей относятся, в частности, своеобразные формы, получаемые при моделировании кристаллизации капель расплава в невесомости [3]. Вся их поверхность представлена сфероидом, усеченным небольшими плоскими участками сингулярных граней с криволинейными изолированными ребрами. Следовательно, на таких монокристаллических каплях вершины отсутствуют, и теорема Эйлера вырождается в следующую характеристику: $Г - Р = 1$.

Своеобразие комбинаторики тел с коническими поверхностями (чаще всего тел растворения) состоит в существовании особых точек – изолированных вершин, не являющихся результатом пересечения ребер. Эти тела, следовательно, не удовлетворяют теореме Эйлера, на что обратил внимание В.А.Мокиевский [4]. Если каждая грань является конической областью с изолированной вершиной, теорему Эйлера можно формально модифицировать: $Г + (В - Г) - Р = 2$ или $В - Р = 2$, где в число В входят и изолированные, и обычные варианты. Примеры таких тел известны в литературе (см., например, [10, рис.163]).

Цилиндрические поверхности также могут давать весьма непривычные в комбинаторном отношении образования. Например, если при растворении все ребра плоскогранного полиэдра замещены цилиндрическими поверхностями с сохранением плоских участков так, что переход между теми и другими гладкий, следует констатировать (в соответствии с принятыми выше определениями), что данное тело имеет одну грань. Если вершины исходного многогранника также сохранились (в качестве особых точек; это возможно, когда им соответствуют минимумы скоростей растворения), возникают изолированные пучки искривленных ребер. В каждой вершине сходится столько же ребер, сколько их сходилось в исходном теле, однако их общее число вдвое больше, поскольку теперь ребро не соединяет две вершины, т.е. является открытым отрезком. При полном исчезновении плоских участков тело вновь становится односвязным, однако уже с иной комбинаторикой (см. рисунок).

Помимо комбинаторного устройства округлых кристаллов, для их полного морфологического описания важно указание ориентаций, реализующихся на поверхности тел растворения или исключенных на ней [4, с.53 и сл.], а также кривизны этих тел в различных сечениях координатного репера кристалла. Для конических и цилиндрических поверхностей необходимо указывать ориентацию их осей, а для первых, кроме того, и углы их раствора. Что касается невыпуклых поверхностей, необходимо признать, что в настоящее время нет общего решения задачи о восстановлении их формы. Точнее, по виду проекции не всегда можно установить, какому телу – выпуклому или невыпуклому – она соответствует.

Методика обработки фотограмм округлых кристаллов. Наличие на кристалле искривленных поверхностей приводит к появлению в картине отраженного от них оптического излучения световых полос и полей. Основываясь на гониометрических измерениях округлых алмазов, А.Е.Ферсман впервые описал соответствие формы этих оптических эффектов форме отражающих поверхностей [9, с.61, 62 и табл.2, 3], не указав, впрочем, никаких метрических зависимостей между ними. Позднейшие работы [6, 8] не добавили по существу ничего нового к наблюдениям А.Е.Ферсмана. Для трех главных упомянутых выше типов искривленных поверхностей эти соответствия следующие:

1. Сфероидальные поверхности в картине световых рефлексов дают световое поле, угловые размеры которого равны телесному углу, стягиваемому данной поверхностью. Изменение кривизны сфероидального сегмента приводит к неравномерному распределению светового потока в пределах соответствующего светового поля.

2. Коническим поверхностям в световой картине соответствует кольцо, причем угловой диаметр кольца является дополнительным до 180° к углу при вершине конуса.

3. Цилиндрическая поверхность дает в световой картине полосу. Долгое время считалось, что всегда верно и обратное, но это не так [1]: световая полоса чаще всего имеет дифракционную природу, возникая при отражении света от исштрихованной плоскости. В этом случае точки полосы могут не отвечать никаким ориентациям нормалей к поверхности. Угловая длина световой полосы от цилиндрической поверхности равна центральному углу, стягиваемому этой поверхностью.

Сфероидальные поверхности, или, в более обобщенном смысле, овалоиды, имеют наиболее сложную форму, поскольку кривизна их может меняться вдоль любой траектории. Поэтому задача извлечения из световой картины метрической информации о них наиболее актуальна. Эта информация может быть получена при фотометрировании фотогномонических проекций.

Конические поверхности на кристаллах в подавляющем большинстве случаев представлены прямыми круговыми конусами. Семейство нормалей к конической поверхности также является (прямым круговым) конусом с углом при вершине 2ε. Если ось конуса составляет угол ρ с осью проекции, то в зависимости от значения суммы $\rho + \varepsilon$ проекция конуса нормалей может быть эллипсом ($\rho + \varepsilon < 90°$), параболой ($\rho + \varepsilon = 90°$), гиперболой ($\rho + \varepsilon > 90°$) или их частными случаями – окружностью при $\rho = 0°$ или прямой при $\varepsilon = 90°$ (последний вариант соответствует предельному случаю – цилиндру). Радиальные линии, проходящие через вершины кривых, являются их осями (для эллипса это большая ось). В работе [2] показаны способы расчета геометрии конусов для всех таких кривых.

Цилиндрические поверхности на кристаллах возникают чаще всего путем закругления ребер в различных процессах, преимущественно не ростовых: при растворении, механическом истирании и оплавлении; весьма распространен также изгиб граней кристалла по цилиндрической поверхности либо под воздействием внешней нагрузки, либо при релаксации ростовых напряжений.

Нормали к круглой цилиндрической поверхности образуют в световой картине прямую линию, т.е. зональную прямую. Проекция оси цилиндра совпадает с проекцией оси этой зоны, и этим ограничивается характеристика геометрии такого цилиндра. Если же цилиндр некруглый, закон изменения интенсивности вдоль зональной прямой будет отличаться от закона $I = I_0 \cos\rho$. Способ определения его кривизны аналогичен применяемому для сфероидальных поверхностей: фотометрирование зональной прямой и регистрация отклонения закона изменения интенсивности от вышеуказанного.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Глазов А.И.* Дифракция света от штриховки на кристалле и ее применение в практике гониометрии // Записки Всесоюз. минералог. об-ва. 1974. № 2.

2. *Глазов А.И.* Методы морфометрии кристаллов. Л., 1981.

3. *Глазов А.И.* Кристалломорфология твердых капель германия / А.И.Глазов, Н.М.Онищина, Ю.М.Смирнов // Кристаллография и кристаллохимия. Л., 1985. Вып.5.

4. *Мокиевский В.А.* Морфология кристаллов. Л., 1983.

5. *Орлов Ю.Л.* Минералогия алмаза. М., 1984.

6. *Пахомова Т.В.* Фигуры роста на гранях кристаллов и соответствующие им световые рефлексы // Записки Всесоюз. минералог. об-ва. 1971. № 2.

7. *Смирнов А.Е.* Идеальные формы растворения кристаллов / А.Е.Смирнов, Р.В.Галиулин, Ю.А.Харитонов // Кристаллография. 1978. Т.23. Вып.2.

8. *Фекличев В.Г.* Микрокристалломорфологический анализ. М., 1966.

9. *Ферсман А.Е.* Кристаллография алмаза. М., 1955.

10. *Хейман Р.Б.* Растворение кристаллов. Л., 1979.

11. *Шафрановский И.И.* Алмазы. М.–Л., 1964.

12. *Шафрановский И.И.* Кристаллы минералов. Кривогранные, скелетные и зернистые формы. М., 1961.

REFERENCES

1. *Glazov A.I.* Diffraction of light by the striation on crystals and its application in goniometry // Proceedings of the All-union Mineralogical Society. 1974. N 2.

2. *Glazov A.I.* Methods of the morphometry of crystals. Leningrad, 1981.

3. *Glazov A.I., Onishchina N.M., Smirnov Ju.M.* Crystal morphology of solid drops of germanium // Crystallography and mineralogy. Leningrad, 1985. Iss.5.

4. *Mokievsky V.A.* The morphology of crystals. Leningrad, 1983.

5. *Orlov Ju.L.* Mineralogy of diamond. Moscow, 1984.

6. *Pahomova T.V.* Growth figures on crystal faces and corresponding light reflexes // Proceedings of the All-union Mineralogical Society. 1971. N 2.

7. *Smirnov A.E., Galiulin R.V., Kharitonov Ju.A.* Perfect forms of dissolved crystals // Crystallography. 1978. Vol.23. Iss.2.

8. *Feklichev V.G.* Microcrystal morphological analysis. Moscow, 1966.

9. *Fersmann A.E.* Diamond crystallography. Moscow, 1955.

10. *Heiman R.B.* Dissolution of crystals. Leningrad, 1979.

11. *Shafranovsky I.I.* Diamonds. Moscow – Leningrad, 1964.

12. *Shafranovsky I.I.* Crystals of minerals. Curved, skeleton and grain forms. Moscow, 1961.