

К.А.ЗАТУЛОВСКИЙ, аспирант, Kirill.Zatulovskiy@mail.ru

И.Н.БЕЛОГЛАЗОВ, д-р техн. наук, профессор

А.Ю.ФИРСОВ, канд. техн. наук, доцент, firs@spmi.ru

Национальный минерально-сырьевой университет «Горный», Санкт-Петербург

K.A.ZATULOVSKIY, post-graduate student, Kirill.Zatulovskiy@mail.ru

I.N.BELOGLAZOV, Dr. in eng. sc., professor

A.Y.FIRSOV, PhD in eng. sc., associate professor, firs@spmi.ru

National Mineral Resources University (Mining University), Saint Petersburg

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА СГУЩЕНИЯ МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИХ ПУЛЬП

Рассматривается поведение флокулированной суспензии в сгустителе-осветлителе с использованием одномерной пространственной модели. Данная модель сочетает теорию процесса осаждения-сжатия флокулированной суспензии, которая описывается строго вырожденным диффузионным уравнением с разрывами потока, происходящими в системе сгуститель-осветлитель. Построение профиля концентрации производится для непрерывно работающего сгустителя-осветлителя. Приводятся численные примеры построения профилей концентрации для установившегося режима и их использование для сравнения различных режимов работы.

Ключевые слова: сгуститель-осветлитель, моделирование, установившийся режим.

MODELLING OF THICKENING PROCESS IN MINERAL PROCESSING

The present paper is devoted to the research of a spatially one-dimensional model of flocculated suspensions in the clarifier-thickener. This model unites a theory of sedimentation-consolidation processes of flocculated suspensions, which leads to a strongly degenerate diffusion equation, with the discontinuous flux. The development of steady-state concentration profiles in a continuously operated clarifier-thickener is described. Numerical examples for construction of steady-state profiles and their applications for comparisons different modes of operation, to the control of sediment height are presented.

Key words: clarifier-thickener, modelling, steady-state.

Понимание принципов осаждения суспензии имеет основополагающее значение для эффективного проектирования и управления сгустителями. Прорывом в данной области стала кинематическая теория Кинча (1952), которая описывает осаждение идеальной суспензии. Данная теория основана на постулате, что скорость оседания частиц является функцией местной концентрации твердых частичек (или объемной долей) ϕ . Периодический процесс осаждения описывается следующим уравнением [1]:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial b(\phi)}{\partial x} = 0,$$

где свойства материала суспензии описываются так называемой функцией плотности потока Кинча $b(\phi)$ для периодического процесса; x – пространственная координата; t – время. Одномерные модели непрерывного осаждения являются результатом объединения теории Кинча и управляемых объемных потоков (питания, перетока и разгрузки) [1].

Для вычисления плотности потока было разработано множество полуэмпирических формул. В настоящее время широко применяется выражение Ричардсона и Заки (1954 г.) [1]:

$$b(\phi) = v_T \phi (1 - \phi)^n, \text{ для } 0 < \phi < \phi_{\max}.$$

В остальных случаях $b(\phi) = 0$.

Однако большинство суспензий не являются идеальными и образуют сжимаемый слой. Такие модели включают в себя еще одну функцию от концентрации – сопротивление сдвига $\sigma_e(\phi)$. Сопротивление сдвига учитывается только в зоне сжатия осадка при $\phi > \phi_c$, где ϕ_c – критическая концентрация, при которой частички начинают сталкиваться друг с другом. В остальных случаях $\sigma_e(\phi) = 0$. В данной работе ограничимся двумя параметрическими формами данной функции [1]:

$$\sigma_e(\phi) = \begin{cases} = 0, \phi \leq \phi_c \\ \alpha_1 \exp(\alpha_2 \phi), \phi > \phi_c \end{cases}; \quad (1)$$

$$\sigma_e(\phi) = \begin{cases} = 0, \phi \leq \phi_c \\ \sigma_0 \left(\left(\frac{\phi}{\phi_c} \right)^k - 1 \right), \phi > \phi_c \end{cases}. \quad (2)$$

Основное уравнение для периодического осаждения имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} b(\phi) &= \frac{\partial^2 A(\phi)}{\partial x^2}, \\ A(\phi) &= \int_0^\phi a(\phi) ds, \\ a(\phi) &= \frac{b(\phi) \sigma'_e(\phi)}{\Delta \rho g \phi}, \end{aligned}$$

где $\Delta \rho$ – разница плотности твердой и жидкой фаз; g – ускорение свободного падения.

Принцип работы сгустителя-осветлителя. В сгустителе-осветлителе выделяется четыре зоны (рис.1): зона сгущения ($0 < x < x_R$), зона осветления, расположенная выше ($x_L < x < 0$), зоны перетока ($x < x_L$) и разгрузки ($x > x_R$). Аппарат непрерывно питается на высоте $x = 0$, которая называется точкой питания, суспензией с объемным потоком $Q_F(t) \geq 0$ и объемной долей твердых частичек $\phi_F(t)$ [1].

Объемные потоки разгрузки $Q_R(t) \geq 0$ и перетока $Q_L(t) \leq 0$ связаны следующим уравнением:

$$Q_F(t) = Q_R(t) - Q_L(t),$$

где $Q_F(t)$ – постоянная величина, а управление производится путем изменения $Q_R(t)$ и $Q_L(t)$. Трем зонам течения потоков: чистой жидкости, стесненного осаждения и сжатия – соответствуют следующие концентрации суспензии: $\phi = 0$, $0 < \phi \leq \phi_c$ и $\phi > \phi_c$ [1, 2].

Очевидно, что расположение этих зон является частью решения, и зона сжатия не ограничивается только областью ниже точки питания. Таким образом, модель может описывать два различных режима работы в установившемся состоянии: обычный – зона сжатия ниже точки питания, и высокопроизводительный – зона находится выше, и питание производится в зону сжатия. В данном случае зона стесненного осаждения вообще отсутствует [1].

Модель сгустителя-осветлителя. Рассмотрим математическую модель для сгустителей непрерывного принципа действия (рис.1). Предположим, что все переменные потока зависят только от времени t и пространственной координаты x . Рассмотрим сгуститель с постоянной площадью поперечного сечения S , так что объемный поток может быть заменен на скорость потока $q(Q = qS)$. Переток и разгрузка также являются частью решения [2].

Разделение питающего потока на два, направленных вверх и вниз, определяется выражением

$$q(x, t) = \begin{cases} q_R(t), & \text{при } x > 0; \\ q_L(t), & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Кроме того, предполагается, что в зоне разгрузки и перетока пропадает относительная скорость твердое – жидкость ($v_r = 0$). Механизм питания описывается добавлением члена в правую часть уравнения. Данный член может быть объединен с пространственно зависимой частью функции потока. Окончательная версия модели, которая описывается дифференциальным уравнением (для всех x и $0 < t < T$) в частных производных [1, 3], имеет вид

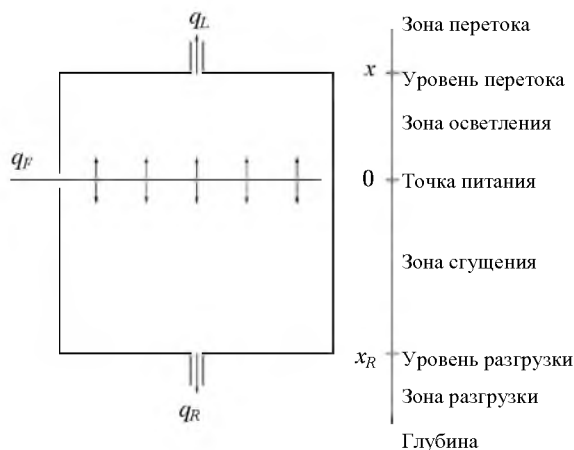


Рис.1. Сгуститель-осветлитель с постоянной площадью поперечного сечения

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} f(\gamma(x, t), \phi) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\gamma_1(x) \frac{\partial A(\phi)}{\partial x} \right).$$

Это уравнение дополняется начальными условиями, которые соответствуют состоянию сгустителя-осветлителя в начальный момент времени ($t = 0$) [1, 3]:

$$\phi(x, 0) = \phi_0(x)$$

и функции потока:

$$f(\gamma(x, t), \phi) = \gamma_2(x, t)(\phi - \phi_F(t)) + \gamma_1(x)b(\phi),$$

где $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2)$ и параметры разрыва γ_1 и γ_2 определяются по формуле

$$\gamma_1(x) = \begin{cases} 1, & x_L < x < x_R; \\ \gamma_1(x) = 0 & \end{cases}$$

$$\gamma_2(x) = \begin{cases} q_L, & x < 0 \\ q_R, & x > 0 \end{cases}$$

Численные примеры. Приведем три примера моделирования для установившегося режима и три для обычного режима работы:

Номер примера	1	2	3
x_R , м	6	1	1
x_L , м	6	1	1
ϕ_F , м/с	0,13	0,155	0,165
q_R , 10^{-6} м/с	7,94	3	3
q_L , 10^{-3} м/с	-17,72	-5,00	-5,00
u_m , 10^{-6} м/с	6,025	6,025	6,025
N , м/с	12,59	12,59	12,59

Для моделирования используются данные работы [3].

При вычислении сопротивления сдвига с использованием модели 1 по формуле (1) приняты следующие параметры: $\alpha_1 = 5,35$ Па и $\alpha_2 = 17,9$ Па; для модели 2 по формуле (2) $\sigma_0 = 50$ Па и $k = 6$. Для обеих моделей остальные параметры имеют следующие значения: $\phi_c = 0,2$ и $\Delta\rho = 1650$ кг/м³. Профили концентрации приведены на рис.2.

Разберем более подробно приведенные примеры. В примерах 1-3 дана основная информация, которая может быть получена из стационарной модели, и показано влияние различных параметров. Если сгуститель-осветлитель (пример 1) требуется для обработки суспензии в установившемся состоянии в обычном режиме с приведенными параметрами, то уровень постели достигает высоты чуть более 3 м и зона сгущения

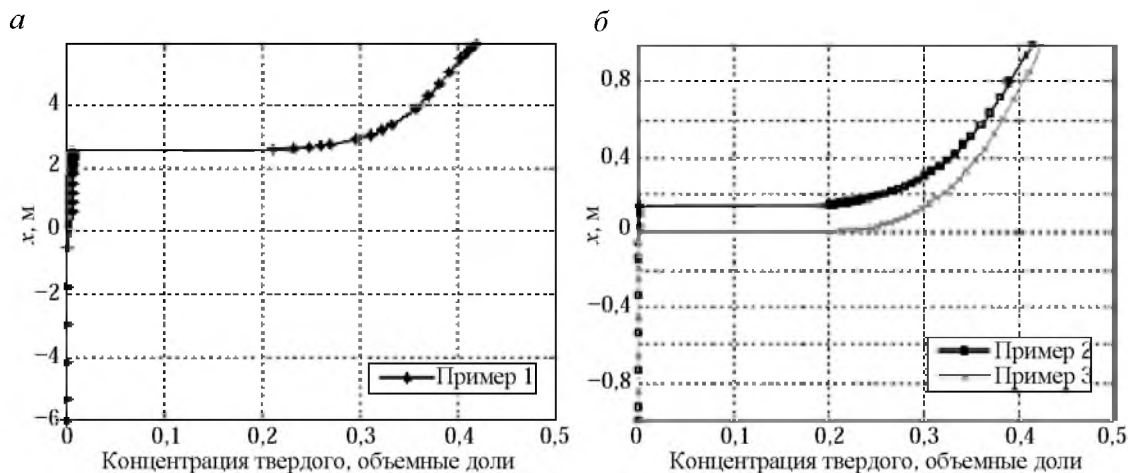


Рис.2. Профиль концентрации для примеров 1 (а) и 2 и 3 (б)

должна быть достаточно глубокой (около 6 м). С другой стороны, примеры 2 и 3 отражают эффект изменения, концентрации питания: для концентрации питания 0,165 концентрация разгрузки имеет большее значение и уровень постели выше, чем для 0,155. Хотя увеличение концентрации разгрузки пропорционально концентрации питания, но различие в уровне постели связано с нелинейностью модели.

Таким образом, примерами были показаны основные принципы построения стационарных профилей концентрации для одномерной модели процесса сгущения-сжатия, применяемой для сгустителя-осветлителя.

Данная модель объединяет две теории: осаждения суспензии и сжатия осадка. Это дает возможность описать процессы, происходящие в сгустите-осветлителе при работе с флокулированными суспензиями, какими являются руды на металлургических переделах.

При построении профилей концентрации в примерах 1-3 использовались, согласно литературным источникам, исходные данные и оценка точности полученных решений. Следующий шаг в разработке модели – собственные лабораторные исследования, на основании которых будет происходить дальнейшее совершенствование модели.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bürger R., Narváez A. Steady-state, control and capacity calculations for flocculated suspensions in clarifier-thickeners // International Journal of Mineral Processing. Vol.84. 2007. P.274-298.
2. Bürger R.A. Mathematical model for batch and continuous thickening of flocculated suspensions in vessels with varying cross-section // International Journal of Mineral Processing. 2004. Vol.73. Issues 2-4. P.183-208.
3. Bürger R.A. Model of continuous sedimentation of flocculated suspensions in clarifier-thickener units. SIAM // Journal on Applied Mathematics. 2005. Vol.65. Issue 2. P.882-940.