

УДК 519.816

Ю.Н.КОРНИЛОВ, канд. техн. наук, доцент, *yurnikkorn@mail.ru*

Ю.И.САПОЖНИКОВА, аспирантка, *JuliaSapognikova@mail.ru*

Национальный минерально-сырьевой университет «Горный», Санкт-Петербург

Y.N.KORNILOV, PhD in eng. sc., associate professor, *yurnikkorn@mail.ru*

J.I.SAPOZHNIKOVA, post-graduate student, *JuliaSapognikova@mail.ru*

National Mineral Resources University (Mining University), Saint Petersburg

## ТЕХНОЛОГИЯ ОБРАБОТКИ ПАРНЫХ СРАВНЕНИЙ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ЭКСПЕРТНОЙ ОЦЕНКИ

Выполнен анализ широко известного метода анализа иерархий Т.Саати и выявлен ряд его недостатков. Сделаны предложения по совершенствованию методики обработки исходной матрицы, полученной от эксперта. Предложенная методика основана на проверке численной и транзитивной согласованности матрицы экспертов.

**Ключевые слова:** экспертный анализ, метод анализа иерархий Т.Саати, весовые коэффициенты.

## PROCESSING TECHNOLOGY OF PAIRWISE COMPARISONS AT THE PEER REVIEW

The analysis of the well-known analytic hierarchy process by T.Saaty and identified a number of its shortcomings. Proposals are made to improve the methods of processing the original matrix, obtained from an expert. The proposed method is based on checking the consistency of the numerical and transitive matrix experts.

**Key words:** expert analysis, analytic hierarchy process by T.Saaty, weights.

Известно, что при выявлении степени влияния тех или иных факторов на некоторый оцениваемый объект (например, рыночная стоимость земель) используют экспертный анализ. Его сущность состоит в проведении экспертами интуитивно-логического анализа проблемы с количественной оценкой суждений и формальной обработкой результатов, а применяют его, как правило, при недостатке информации об объекте или новизне рассматриваемой проблемы. Экспертный анализ включает несколько стадий: формулирование цели экспертного анализа; разработка анкеты; подбор экспертов; проведение сбора экспертной информации (получение экспертных оценок); анализ полученной информации.\*

Среди множества методик проведения экспертной оценки достаточно популярен метод анализа иерархий Т.Саати. Суть его заключается в том, что влияющие факторы попарно сравниваются экспертом между собой так, что в результате формируется квадратная матрица  $A$ .\*\* На ее диагонали – единицы, а для симметричных элементов установлено правило, что если один из них  $n$ , то другой –  $1/n$ , где  $n$  – натуральное число, характеризующее приоритет одного фактора пары относительно другого (предлагается использовать любое значение от 1 до 9). Полученная матрица является исходной для установления степени влияния каждого фактора (в виде весового коэффициента) на оцениваемый объект. Очевидно, что исход-

\* Шишкина Г.А. Менеджмент (управленческие решения): Учебно-методический модуль / Министерство образования РФ. Российский государственный гуманитарный университет. Факультет управления. М.: Изд-во Ипполитова, 2002. 352 с.

Shishkova G.A. Management (management decisions): a training module / Ministry of Education. Russian State University for the Humanities. Faculty of Management. Moscow: Publ. house Ippolitov, 2002. 352 p.

\*\* Saaty T. Принятие решений при зависимостях и обратных связях: Аналитические сети: Пер. с англ./ Под ред. А.В.Андрейчикова, О.Н.Андрейчикова. М.:Изд-во ЛКИ, 2008. 360 с.

Saaty T. Decision-making in dependence and feedback: The analytic network. Per. from English. / Sci. ed. A.V.Andreychikov, O.N.Andreychekov. Moscow: Publ. house LCI, 2008. 360 p.

ная матрица должна подчиняться условиям численной (кардинальной) и транзитивной (порядковой) согласованности. Поэтому качество работы эксперта проверяют. И если матрица не удовлетворяет указанным выше условиям (для выявления этого факта используют специально вычисляемый параметр «отношение согласованности»), то из дальнейшей обработки она исключается.

Указанная методика имеет ряд особенностей, которые можно отнести к ее недостаткам и которые поэтому следует рассмотреть:

1) при использовании для формирования матрицы только натуральных чисел в большинстве случаев даже идеальным экспертом не может быть получена согласованная матрица;

2) отбракованная матрица не анализируется, а значит, при обнаружении грубой ошибки исключается возможность сохранить для дальнейшей обработки часть информации, а возможно, даже всю;

3) имеющаяся рассогласованность не устраняется перед вычислением весовых коэффициентов.

Указанных недостатков легко избежать, если изменить методику обработки матрицы, полученной от эксперта. В частности, предлагается преобразовать исходную матрицу путем деления каждой предыдущей строки (начиная с первой) на последующую строку, т.е.

$$a'_{i,j} = a_{i,j} / a_{i+1,j},$$

где  $i = 1, \dots, n$ .

Таким образом, первую строку делят на вторую, вторую – на третью и т.д., а в заключение – первую на последнюю. Особенность преобразованной матрицы  $A'$  состоит в том, что элементы одной и той же ее строки выражают соотношение между одной и той же парой факторов. Например, каждый элемент третьей строки выражает соотношение между третьим и четвертым факторами. Это означает, что в идеале элементы одной и той же строки должны быть равны друг другу. Но этого не произойдет, во-первых, из-за особенно-

стей формирования исходной матрицы (смотри п.1), во-вторых (и это главное), из-за ошибок самого эксперта, если они были допущены.

Следующий этап – вычисление матрицы столбца  $T$  (средних по строкам значений):

$$t_i = \left( \sum_j a'_{i,j} \right) / n .$$

По отклонениям от средних значений можно выявить ошибочные элементы и либо исключить их из матрицы, либо заменить средними значениями. Это позволит не отказываться от обработки материала, который был составлен с ошибками. Кроме того, произведение всех элементов столбца, без последнего элемента, должно быть равно последнему элементу:

$$t_n = \prod_1^{n-1} t_i .$$

Если это не так, элементы в столбце можно уравнять. Для этого каждый элемент матрицы  $T$ , кроме последнего, следует разделить на коэффициент  $k$ , если  $t_n$  меньше произведения, или умножить на него, если произведение меньше последнего элемента столбца. Вычисляется указанный коэффициент по формуле

$$k = \sqrt[n]{\frac{t_n}{\prod_1^{n-1} t_i}} .$$

Очевидно, что с последним коэффициентом  $t_n$  выполняют обратное действие.

В заключение по уравненным средним значениям вычисляют весовые коэффициенты  $p$ , для чего используют соотношения

$$p_n = 1 / \left( \prod_{i=1}^{n-1} t_i + \prod_{i=2}^{n-1} t_i + \dots + \prod_{i=n-1}^{n-1} t_i + 1 \right),$$

$$p_i = \left( \prod_{i=1}^{n-1} p_i \right) t_n .$$

Рассмотрим два примера вычисления весовых коэффициентов. В первом из них матрица  $7 \times 7$  составлена квалифицирован-

ным экспертом, во втором – присутствует матрица с ошибками. Цифра, например 2, в первой строке означает, что, по мнению эксперта, второй фактор в 2 раза менее значим, чем первый, и т.д.

Итак,

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ \frac{1}{2} & 1 & 2 & 2 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{2} & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1,5 & 2 & 2,5 & 2 & 1,75 \\ 1,5 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1,5 & 2 \\ 1,33 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 1,25 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1,2 & 1,5 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1,17 & 1,25 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 7 & 8 & 6 & 8 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix},$$

$$\begin{array}{ll} t_1 = 1,96 & p_1 = 0,41 \\ t_2 = 1,67 & p_2 = 0,21 \\ t_3 = 1,39 & p_3 = 0,12 \\ t_4 = 1,38 & p_4 = 0,10 \\ t_5 = 1,12 & p_5 = 0,06 \\ t_6 = 1,24 & p_6 = 0,06 \\ t_7 = 6,83 & p_7 = 0,05 \end{array}$$

Слева представлена исходная матрица (составленная экспертом), следующая за ней – матрица преобразованная. Далее расположены столбцы средних значений и весовые коэффициенты, полученные без уравнивания средних значений. Но, как видно, исходная матрица не согласована, так как эле-

менты в строках преобразованной матрицы не равны друг другу и, кроме того,  $\prod_1^6 t_i = 8,72$  не равно последнему элементу  $t_7$  столбца средних значений. После уравнивания получены новые весовые коэффициенты. При этом

$$k = \sqrt[7]{\frac{t_7}{\prod_1^6 t_i}} = 0,966,$$

$$t_1 = 1,893$$

$$t_2 = 1,612$$

$$t_3 = 1,342$$

$$t_4 = 1,333,$$

$$t_5 = 1,082$$

$$t_6 = 1,197$$

$$t_7 = 7,07$$

$$\prod_1^6 t_i = 7,07,$$

$$p_1 = 0,39$$

$$p_2 = 0,20$$

$$p_3 = 0,13$$

$$p_4 = 0,09.$$

$$p_5 = 0,07$$

$$p_6 = 0,07$$

$$p_7 = 0,05$$

Как видно, для корректно составленной исходной матрицы весовые коэффициенты, полученные без уравнивания и по уравненным средним значениям, отличаются друг от друга не существенно.

Во втором примере приведена исходная матрица, которая была бы отбракована и из дальнейшей обработки исключена. Но элементы в первой, второй, третьей и пятой строках преобразованной матрицы (выделены стилем их отображения) высвечивают ее проблемы. В частности, скорее всего допущена ошибка в расстановке третьего элемента во второй строке и второго в третьей (их следует поменять местами). Кроме того, некорректно оценено соотношение между четвертым и пятым

факторами (элементы, его характеризующие, следовало бы исключить из обработки или заменить в преобразованной матрице элементами, соответствующими соотношениям между средними значениями, в рассматриваемом случае 2,05 и 1,01).

Исправленную матрицу уже можно принять в обработку, и она обеспечивала бы корректное определение весовых коэффициентов.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{3} & 2 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{3} & 3 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 1 & 1 & 1 & \frac{1}{3} & 2 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 3 & 1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 9 & 2 & 2,5 & 2 & 1,75 \\ 1,5 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 2 & 1 & 1,5 & 2 \\ 1,33 & 1 & 1 & 1 & 2 & 6 & 1 \\ 1,25 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1,2 & 1,5 & 1 & \frac{1}{3} & 1 & 1 & 1 \\ 1,17 & 1,25 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 7 & 8 & 6 & 8 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix},$$

$$t_1 = 3,21$$

$$t_2 = 1,39$$

$$t_3 = 2,05$$

$$t_4 = 1,38 .$$

$$t_5 = 1,01$$

$$t_6 = 1,24$$

$$t_7 = 6,83$$

Рассмотренная технология могла бы быть основой алгоритма и программы для автоматизации процесса анализа исходных матриц и вычисления весовых коэффициентов.