

**А.М.МОЧАЛОВ**, канд. техн. наук, заведующий лабораторией, *a.m.mochalov@yandex.ru*

**А.А.ПАВЛОВИЧ**, канд. техн. наук, научный сотрудник, *dandy332@mail.ru*

**В.Ю.КУБАРЕВ**, ведущий инженер, *kub138@yandex.ru*

*Национальный минерально-сырьевой университет «Горный», Санкт-Петербург*

**A.M.MOCHALOV**, PhD in eng. sc., laboratory head, *a.m.mochalov@yandex.ru*

**A.A.PAVLOVICH**, PhD in eng. sc., research assistant, *dandy332@mail.ru*

**V.Yi.KUBAREV**, leading engener, *kub138@yandex.ru*

*National Mineral Resources University (Mining University), Saint Petersburg*

## ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ СЛОЖЕНИЕ СИЛ ПО НАИБОЛЕЕ НАПРЯЖЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ СКОЛЬЖЕНИЯ ПРИ ОЦЕНКЕ УСТОЙЧИВОСТИ БОРТОВ КАРЬЕРОВ

Рассмотрен метод геометрического сложения сил по наиболее напряженной поверхности скольжения при оценке устойчивости бортов карьеров. Определены границы его применения.

**Ключевые слова:** устойчивость бортов карьеров, коэффициент запаса, метод предельного равновесия.

## THE METHOD OF THE GEOMETRIC ADDITION OF FORCES OVER THE MOST STRESSED SLIP SURFACE IN ESTIMATION OF OPEN-PIT SLOPE STABILITY

Consideration is given to the method of the geometric addition of forces over the most stressed slip surface in estimation of open-pit slope stability. The limits of its application are defined.

**Key words:** stability slopes in open pit mine, safety factor limit equilibrium method.

В нормативных документах для геомеханической оценки устойчивости бортов карьеров рекомендованы методы алгебраического (АСС) и векторного (ВСС) сложения сил [2, 6]. При этом последний метод является наиболее теоретически обоснованным и имеет наилучшую сходимость с натурными данными, а также убедительно подтвержден лабораторными экспериментами на эквивалентных материалах [5].

Однако на практике в геомеханических расчетах до настоящего времени широко распространен метод алгебраического сложения. Это связано, прежде всего, с простотой и доступностью самих расчетов. По мнению Г.Л.Фисенко, при условии, что разница в углах наклона оснований смежных блоков составляет не более 5°, различие ме-

жду алгебраическим и векторным сложением сил для плоского однородного откоса с монотонной криволинейной поверхностью скольжения равно 2-5 % [8]. При этом полученный расчетный коэффициент запаса методом алгебраического сложения сил всегда меньше, т.е. это отклонение идет в запас прочности. Как отмечают другие авторы [1, 7], данный метод приводит к существенным погрешностям, которые в зависимости от кривизны вероятной поверхности скольжения могут достигать 20 % и более.

Данное расхождение между методами, прежде всего, вызвано неучетом накопления погрешности в последовательном многократном сложении сил, действующих по площадкам скольжения элементарных блоков вдоль всей поверхности скольжения.

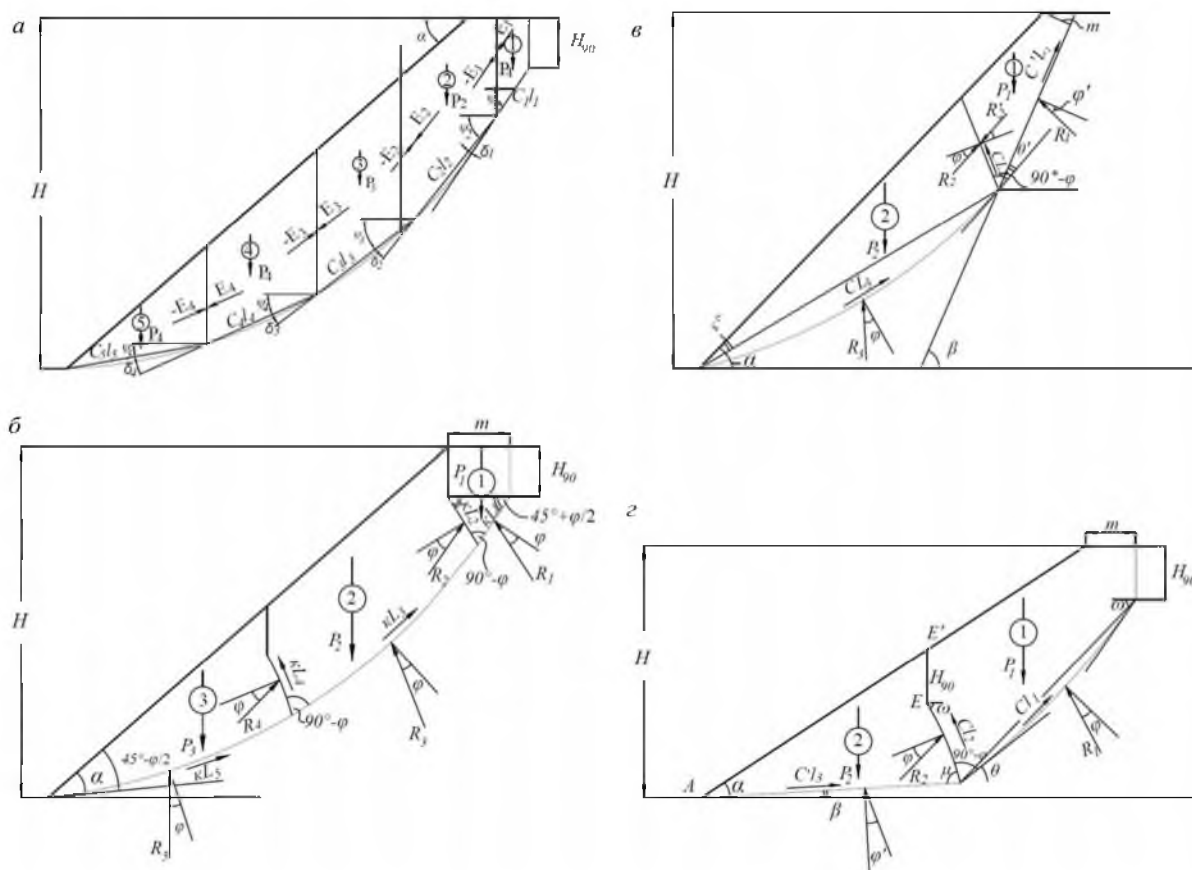


Рис.1. Расчетная схема сил, действующих на вероятную призму обрушения при условии предельного равновесия: а – геометрическое сложение сил; б – метод многоугольника сил для плоского однородного откоса; в – метод многоугольника сил для плоского однородного откоса с кривым контактом в приборном массиве; з – метод многоугольника сил для плоского однородного откоса со слабым контактом в основании

В работе [3] А.М.Мочаловым был предложен метод, учитывающий накопление погрешностей при выполнении расчетов методом алгебраического сложения сил, который в дальнейшем именуется как «*геометрическое сложение сил по наиболее напряженной поверхности скольжения*» (ГСС).

Суть метода заключается в разложении сил воздействия предыдущего (вышележащего) блока на основание последующего (нижележащего) на сдвигающие и удерживающие и переносе их с учетом изменения угла наклона каждого блока при последовательном суммировании по всей плоскости скольжения.

Рассмотрим откос с вероятной призмой обрушения, околонтуренной плоскостью скольжения, построенной по методу Г.Л.Фисенко, которая разбивается на ряд вертикальных блоков таким образом, что значение измене-

ния угла наклона оснований будет различным (рис.1, а). На каждый блок действует его собственный вес  $P_i$ , вызывающий нормальную и касательную составляющие силы, и сцепление по площадке скольжения  $l_i$ , на которую опирается блок, а также реакции  $E_{i-1}$  и  $E_i$ , действующие со стороны смежных блоков. При условии обеспечения скольжения каждого выделенного блока по своему основанию вычислим последовательно силу воздействия  $E_i$  каждого блока на смежный последующий, перенесенную на отрезок поверхности скольжения последующего блока (основание последующего блока):

$$E_1 = [P_1(\sin \psi_1 - \cos \psi_1 \operatorname{tg} \varphi_1) - C_1 l_1] \times (\cos \delta_1 - \sin \delta_1 \operatorname{tg} \varphi_2);$$

$$E_2 = [P_2(\sin \psi_2 - \cos \psi_2 \operatorname{tg} \varphi_2) - C_2 l_2 + E_1] \times (\cos \delta_2 - \sin \delta_2 \operatorname{tg} \varphi_3); \quad (1)$$

$$E_3 = [P_3(\sin \psi_3 - \cos \psi_3 \operatorname{tg} \varphi_3) - C_3 l_3 + E_2] \times (\cos \delta_3 - \sin \delta_3 \operatorname{tg} \varphi_4); \quad (1)$$

$$E_{n-1} = [P_{n-1}(\sin \psi_{n-1} - \cos \psi_{n-1} \operatorname{tg} \varphi_{n-1}) - C_{n-1} l_{n-1} + E_{n-2}] (\cos \delta_{n-1} - \sin \delta_{n-1} \operatorname{tg} \varphi_n)$$

$$E_n = P_n(\sin \psi_n - \cos \psi_n \operatorname{tg} \varphi_n) - C_n l_n + E_{n-1},$$

где  $\psi_i$  – угол наклона площадок скольжения элементарных блоков;  $C_i$ ,  $\varphi_i$  – сцепление и угол внутреннего трения среды в основании блоков;  $l_i$  – длина площадки основания;  $\delta_i = \psi_i - \psi_{i+1} \neq \text{const}$ .

Из графика  $a_n = 1$ , тогда

$$\begin{aligned} a_{n-1} &= \cos \delta_{n-1} - \sin \delta_{n-1} \operatorname{tg} \varphi_{n-1} \\ a_{n-2} &= \cos \delta_{n-2} - \sin \delta_{n-2} \operatorname{tg} \varphi_{n-2} \\ &\dots\dots\dots \\ a_1 &= \cos \delta_1 - \sin \delta_1 \operatorname{tg} \varphi_2 \end{aligned} \quad (2)$$

выражение для вычисления коэффициента запаса устойчивости запишется в следующем виде:

$$n = \frac{\sum_{i=1}^n [P_i \cos \psi_i \operatorname{tg} \varphi_i + C_i l_i] \prod_{k=i}^n a_k}{\sum_{i=1}^n [P_i \sin \psi_i] \prod_{k=i}^n a_k} \quad (3)$$

Результаты оценки устойчивости откосов, полученные методом геометрического сложения сил по наиболее напряженной плоскости скольжения (3), сравнивались с результатами, полученными методом векторного и алгебраического сложения сил для следующих случаев:

- дренамированный и обводненный однородный плоский откос;
- однородный плоский откос с пологим контактом в основании на примере карьера Медвежий ручей;
- однородный плоский откос с крутым контактом на примере Оленегорского карьера.

При этом необходимо отметить, что сравнение методов осуществлялось относительно метода векторного сложения сил в

аналитической форме как наиболее теоретически обоснованного и надежного.

**1. Дренамированный и обводненный плоский однородный откос.** Дренамированный плоский однородный откос. Аналитическое решение для оценки устойчивости откосов методом многоугольника для плоского однородного откоса приведено в статье [5].

Основные положения расчетной схемы по методу многоугольника следующие: поверхность скольжения в откосе с предельными параметрами строится по методу Г.Л.Фисенко; призма обрушения, околнуренная этой поверхностью, в предельном равновесии разбивается на блоки, границы между которыми располагаются по направлению второго семейства поверхностей скольжения (как в методе предельно напряженного состояния); расчет выполняется по условию предельного равновесия. На рис.1, б приведена применяемая расчетная схема сил плоского откоса однородной среды.

В Национальном минерально-сырьевом университете «Горный» разработана программа MOFIS для оценки устойчивости бортов карьеров, позволяющая в условиях однородной и квазиоднородной среды производить расчет не только дренамированных прибортовых массивов, но и обводненных. Учет влияния обводненности борта основывается на результатах геофильтрационного моделирования.

Интерфейс и пример выполненного расчета приведены на рис.2. Результаты поверочных расчетов для дренамированного и обводненного однородного плоского откоса приведены в табл.1.

**Обводненный однородный плоский откос.** Результаты расчетов устойчивости обводненного однородного плоского откоса в предельном равновесии методом векторного и геометрического сложения сил представлены в табл.2.

**2. Наличие плоскостей ослабления в прибортовом массиве.** Разрушение прибортового массива при наличии плоскостей ослабления осуществляется уже не по плавной

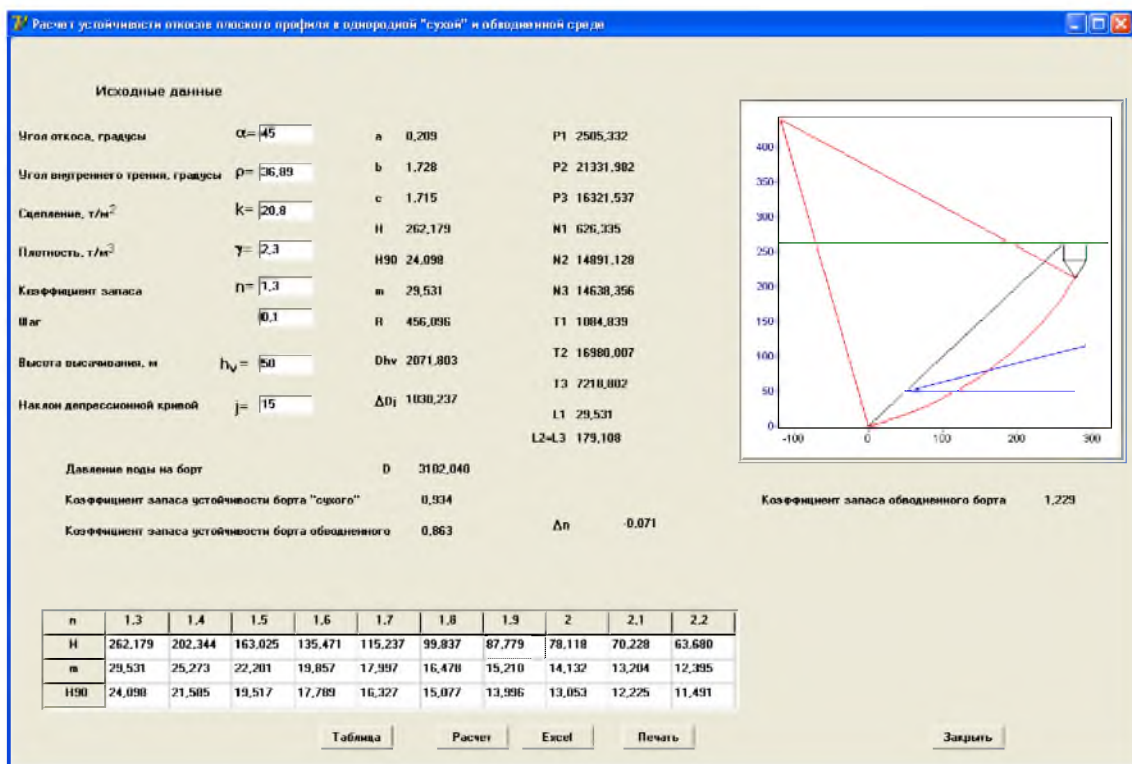


Рис.2. Пример расчета в программе MOFIS с учетом обводненности

Таблица 1

Результаты расчетов устойчивости дренированного плоского однородного откоса в предельном равновесии различными методами

Номер расчета	Характеристики массива, принятые к расчету			Угол наклона, (...°)	Предельная высота борта (участка), м	Коэффициент запаса устойчивости, рассчитанный		
	$\varphi, (...^\circ)$	$C, \text{МПа}$	$\rho, \text{кг/м}^3$			ACC	BCC	ГСС
1	34	0,12	2900	46	232,3	0,953	1,0	1,01
2	34	0,12	2900	49	168	0,95	1,0	1,00
3	30	0,25	2300	45	380,4	0,947	1,02	1,01
4	30	0,25	2300	48	324,1	0,949	1,0	1,0
5	30	0,25	2300	40	789,3	0,94	0,99	1,01
6	30	0,25	2300	42,5	527,7	0,937	1,0	1,0
7	30	0,16	2300	45	262	0,942	1,0	1,00
8	30	0,16	2300	48	207,4	0,951	1,0	1,0
9	30	0,16	2300	40	455,5	0,946	1,01	1,02
10	30	0,16	2300	42,5	337,8	0,962	1,0	1,03
11	26	0,08	2000	36	243,9	0,938	1,0	1,02
12	26	0,08	2000	39	165,3	0,947	1,0	1,02
13	28	0,08	2000	36	334,6	0,959	1,02	1,05
14	24	0,06	2000	35	147	0,95	1,0	1,03
15	24	0,06	2000	38	105,9	0,957	1,0	1,02
16	20	0,04	1800	30	105,8	0,957	1,0	1,02
17	20	0,04	1800	34	68,4	0,943	1,0	1,01
18	18	0,06	2000	26	180,7	0,934	1,0	0,98
19	18	0,06	2000	29	113,7	0,949	1,0	1,0
20	16	0,04	2000	25	92,6	0,953	0,99	0,99
21	16	0,04	2000	28,5	58,9	0,971	1,0	1,02

Таблица 2

**Результаты расчетов устойчивости обводненных бортов плоского профиля методом векторного (в числителе) и геометрического (в знаменателе) сложения сил**

Номер расчета	Характеристики массива, принятые к расчету			Угол наклона, (...°)	Предельная высота борта (участка), м	Высота высачивания, $h_b$ , м	Коэффициент запаса устойчивости обводненного откоса, рассчитанный при различных углах наклона депрессионной кривой		
	$\varphi$ , (...°)	$C$ , т/м <sup>2</sup>	$\rho$ , т/м <sup>3</sup>				$j = 10^\circ$	$j = 15^\circ$	$j = 20^\circ$
7	30	0,16	2300	45	262	20	0,99/0,98	0,98/0,97	0,97/0,96
						50	0,94/0,92	0,93/0,91	0,91/0,89
11	26	0,08	2000	36	243,9	20	0,96/0,96	0,93/0,93	0,87/0,87
						50	0,88/0,87	0,86/0,85	0,81/0,8
13	28	0,08	2000	36	334,6	20	0,99/1,0	0,97/0,98	0,92/0,93
						50	0,94/0,94	0,91/0,9	0,86/0,86
14	24	0,06	2000	35	147	20	0,92/0,93	0,89/0,9	0,85/0,85
						50	0,80/0,79	0,78/0,77	0,74/0,73
17	20	0,04	1800	34	68,4	20	0,83/0,82	0,80/0,79	0,76/0,75
						50	0,64/0,62	0,63/0,61	0,61/0,60
21	16	0,04	2000	28,5	58,9	20	0,8/0,84	0,77/0,8	0,73/0,76
						50	0,66/0,67	0,66/0,67	0,65/0,66

Таблица 3

**Результаты расчетов устойчивости прибортового массива со слабым контактом в основании различными методами. Средние характеристики контакта, принятые к расчету:  $\varphi' = 21,5^\circ$ ,  $C' = 0,1$  МПа**

Номер расчета	Характеристики массива, принятые к расчету			Угол наклона борта/контакта, (...°)	Предельная высота борта (участка), м	Коэффициент запаса устойчивости, рассчитанный		
	$\varphi$ , (...°)	$C$ , МПа	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>			ACC	BCC	GCC
1	33	0,26	2200	35/13	250	1,07	1,17	1,25
2	33	0,25	2210	32/16	205	1,25	1,31	1,37
3	35	0,28	2280	44/17	107	1,29	1,35	1,4
4	32	0,2	2090	42/13	124	1,17	1,28	1,33
5	34	0,36	2205	29/21	293	1,26	1,27	1,29
6	32	0,22	2140	36/8	215	1,12	1,27	1,33
7	33	0,26	2230	32/14	327	1,3	1,21	1,27

Таблица 4

**Результаты расчетов устойчивости участков северо-восточного борта Оленегорского карьера при наличии слабого крутонаклонного контакта под углом 64 градуса различными методами. Средние характеристики контакта, принятые к расчету:  $\varphi' = 25^\circ$ ,  $C' = 0,06$  МПа**

Номер расчета	Характеристики массива, принятые к расчету			Угол наклона, (...°)	Предельная высота борта (участка), м	Коэффициент запаса устойчивости, рассчитанный		
	$\varphi$ , (...°)	$C$ , МПа	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>			ACC	BCC	GCC
1	34	0,41	2740	29	275	1,78	2,17	2,0
2	34	0,34	2600	31	142	1,95	2,36	2,16
3	34	0,48	2800	34	120	2,25	2,58	2,44
4	34	0,46	2760	28	260	1,86	2,26	2,12
5	34	0,42	2760	27,5	230	1,97	2,4	2,25
6	34	0,48	2830	43	130	1,81	1,96	1,86
7	34	0,45	2690	31	100	2,39	2,69	2,57

криволинейной поверхности скольжения, а по более сложной поверхности, частично совпадающей со слабым контактом, сопротивляемость сдвигу которого существенно ниже окружающих пород.

К наиболее характерным примерам деформирования откосов при наличии слабых поверхностей ослабления в массиве можно отнести:

- наличие слабых контактов в основании откоса;
- наличие крутонаклонных слабых контактов.

*Наличие слабого контакта в основании откоса.* Одним из характерных примеров деформирования откоса по слабому контакту в основании является восточный борт карьера Медвежий ручей.

Восточный борт карьера Медвежий ручей сложен осадочной толщей пород тунгусской серии (песчаники, алевролиты, аргиллиты, углистые аргиллиты и уголь), рассеченной титан-авгитовым долеритом (интрузивным комплексом пород). Слабый контакт может проявляться как в самой осадочной толще тунгусской серии пород, так и на контакте осадочных пород с интрузивным комплексом.

Прибортовой массив откоса с ослабленным контактом в основании деформируется по плоскости ослабления, которая в нижней части откоса совпадает с контактом, а в верхней части аппроксимируется в плавную криволинейную поверхность скольжения, при этом ориентировка криволинейной плоскости скольжения определяется углами  $\omega$  и  $\theta$  (см. рис.1, з).

Аналитическое решение для оценки устойчивости откосов методом многоугольника с наличием слабого контакта в основании приведено в статьях [4]. Результаты сопоставления методов указаны в табл.3.

*Наличие крутонаклонных контактов в прибортовом массиве.* При разрушении откоса в массиве, ослабленном крутопадающими согласно с наклоном откоса слоями пород (сланцеватостью) и тектоническими нарушениями, при условии  $\alpha < \beta$  ( $\alpha$  – угол наклона откоса,  $\beta$  – угол падения сланцеватости, тектонической зоны ослабления), формируется

поверхность скольжения, которая в верхней части совпадает с ослабленным контактом (сланцеватостью или слоистостью), а в нижней части имеет плавную криволинейную форму, которая аппроксимируется в круглоцилиндрическую поверхность (рис.1, в). Ориентировка поверхности скольжения на профиле определяется углами  $\varepsilon$  и  $\theta'$ .

Данные условия деформирования прибортового массива характерны для северо-восточного участка Оленегорского карьера. Вмещающими породами откоса являются биотит-амфиболовые гнейсы, которые имеют согласное залегание с железистыми кварцитами (рудное тело) и падают на юго-запад под углами 30-75°. Между разрабатываемыми кварцитами и гнейсами отмечаются согласные, обычно четкие контакты. К метасоматически измененным кварцитам и гнейсам приурочены поверхности ослабления, совпадающие по направлению со сланцеватостью пород.

Результаты расчетов северо-восточного борта Оленегорского карьера приведены в табл.4.

Результаты, полученные геометрическим сложением сил по наиболее напряженной поверхности скольжения при расчете устойчивости дренированного и обводненного плоского однородного откоса, практически не отличаются от результатов, вычисленных методом многоугольника. Различие составляет не более 5 %, что находится в пределах точности вычислений. При этом расхождение значений, рассчитанных методом алгебраического сложения сил по сравнению с методом векторного сложения сил, достигает 7,2 %.

Сходимость результатов геометрического и векторного сложения сил наблюдается и для более сложных условий, например при расчете устойчивости откосов со слабым контактом в основании или с наличием крутонаклонных контактов. В первом случае различие с многоугольником составляет не более 5 %, во втором случае – не более 8,6 %, в то время как различие алгебраического сложения сил с векторным для первого случая 12 %, а для второго достигает 20 %.

Возможность применения метода геометрического сложения сил позволяет оценивать параметры откосов без снижения точности результатов. При этом вычисления осуществляются не только для плоского откоса, но и для фактического профиля, с учетом всех особенностей контура откосов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Афанасьев Б.Г.* Разработка научных основ расчета устойчивости слоистых прибортовых массивов на угольных разрезах: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук / ВНИМИ. СПб, 1992. 31 с.
2. Методические указания по определению углов наклона бортов, откосов уступов и отвалов строящихся и эксплуатируемых карьеров / ВНИМИ. Л., 1972. 166 с.
3. *Мочалов А.М.* О погрешности метода алгебраического сложения сил при расчете устойчивости откосов. Горное давление, горные удары и сдвигение массива / ВНИМИ. Л., 1994. Ч.2. С.18-27.
4. *Мочалов А.М.* Расчет устойчивости отвалов на наклонном основании / А.М.Мочалов, В.Н.Хашин // Труды ВНИМИ. 1973. № 89. С.130-138.
5. *Мочалов А.М.* Расчет устойчивости откосов плоского профиля в однородной среде // Труды ВНИМИ. 1976. № 100. С.116-128.
6. Правила обеспечения устойчивости откосов на угольных разрезах / ВНИМИ. СПб, 1998. 208 с.

7. *Туринцев Ю.И.* Проблемы устойчивости медно-рудных карьеров / Ю.И.Туринцев, А.В.Жабко, П.В.Кольцов // Горный журнал. 2009. № 2. С.31-33.

8. *Фисенко Г.Л.* Устойчивость бортов карьеров и отвалов. М.: Недра, 1965. 378 с.

#### REFERENCES

1. *Afanasiev B.G.* Development of scientific foundation for calculation of stability of layered rock mass at coal open-pit mines: Research Paper ... Dr. in eng. sc. / VNIMI. Saint Petersburg, 1992. 31 p.
2. Methodical instructions for the determination of inclination angles of slopes, pit banks and waste banks of open-pits being under construction and exploitation / VNIMI. Leningrad, 1972. 166 p.
3. *Mochalov A.M.* On error of method of algebraic addition of forces in calculation of slope Stability. Rock pressure, rock bursts and rock mass movement: collection of scientific papers / VNIMI. Leningrad, 1994. Part 2. P.18-27.
4. *Mochalov A.M., Hashin V.N.* Calculation of slope stability at the inclined foundation // Proceedings of the VNIMI. 1973. Vol.89. P.130-138.
5. *Mochalov A.M.* Calculation of slope stability of a planar profile in a homogeneous medium // Proceedings of the VNIMI. 1976. Vol.100. P.116-128.
6. Regulations for support of coal open-pit slope stability / VNIMI. Saint Petersburg, 1998. 208 p.
7. *Turintsev Yu.I., Zhabko A.B., Koltsov P.V.* Problems in stability at copper open-pitt mines // Mining Journal. 2009. N 2. P.31-33.
8. *Fisenko G.L.* Stability of slopes for open pit mining and spoil banks. Moscow: Nedra, 1965. 378 p.