УДК 528.23

В.Н.БАЛАНДИН, *канд. техн. наук, старший научный сотрудник, bal8@yandex.ru*
И.В.МЕНЬШИКОВ, *канд. техн. наук, руководитель, miv556@gmail.com*
Филиал ФГУП «ЦНИИГАиК – ОО и СШ», Санкт-Петербург
М.Я.БРЫНЬ, *канд. техн. наук, заведующий кафедрой, kig@pgups.edu*
Петербургский государственный университет путей сообщения
Ю.Г.ФИРСОВ, *канд. техн. наук, доцент, gidrograph@mail.ru*
Государственный университет морского и речного флота имени адмирала С.О.Макарова, Санкт-Петербург
С.Л.ШТЕРН, *руководитель, shtern_pushkin@mail.ru*
ООО «РФН-Геодезия СПб», Санкт-Петербург

V.N.BALANDIN, *PhD in eng. sc., senior research assistant, bal8@yandex.ru*
I.V.MENSHICOV, *PhD in eng. sc., head, miv556@gmail.com*
Branch of the FSUE «CNIIGAIK – DO a SS», Saint Petersburg
M.Ya.BRYN, *PhD in eng. sc., head of the chair, kig@pgups.edu*
Petersburg State Transport University
Yu.G.FIRSOV, *PhD in eng. sc., associate professor, gidrograph@mail.ru*
Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping, Saint Petersburg
S.L.SHTERN, *head, shtern_pushkin@mail.ru*
LLC «RFN-Surveying Saint Petersburg», Saint Petersburg

АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПЛОСКИХ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ КООРДИНАТ, СБЛИЖЕНИЯ МЕРИДИАНОВ И МАСШТАБА ПРОЕКЦИИ ГАУССА В 6-ГРАДУСНОЙ ЗОНЕ ПО ГЕОДЕЗИЧЕСКИМ КООРДИНАТАМ

Предложен алгоритм вычисления плоских прямоугольных координат, сближения меридианов и масштаба проекции Гаусса в 6-градусной зоне по геодезическим координатам. Предложенный алгоритм представляет упрощенный инвариант известного алгоритма Гаусса, многократно видоизменяемого, но используемого до сих пор в научной, учебной и справочной литературе, а также в нормативно-технической геодезической документации.

Ключевые слова: плоские прямоугольные координаты, сближение меридианов, масштаб проекции Гаусса, геодезические координаты.

ALGORITHM TO COMPUTE A FLAT RECTANGULAR COORDINATE, CONNECTIG OF MERIDIANS AND SCALE GAUSS IN 6-DEGREE ZONE FOR GEODETIC COORDINATES

The algorithm of calculation flat rectangular coordinates, connectig of meridians and scale of projection Gauss in 6-degree zone by geodetic coordinates is offered. This algorithm for as alternative of algorithm Gauss is used. The algorithm Gauss manycratical is kindperformansed and today is used. Also this algorithm an sientific academic and informatical literature, and too an normative-technical geodetic documents is used.

Key words: flat rectangular coordinates, connectig of meridians, scale of projection Gauss, geodetic coordinates.

Формулы для преобразования геодезических координат (B – широта; $l = L - L_0$ – разность долгот; L – долгота точки; L_0 – долгота осевого меридиана) в плоские прямоугольные координаты x, y впервые были предложены в 1820-1830 гг. великим немецким математиком К.Ф.Гауссом [3], автором одной из самых известных картографических проекций и системы координат, впоследствии получивших его имя. Одновременно Гауссом были предложены формулы для вычисления сближения меридианов γ и масштаба m этой проекции. Все формулы получены путем разложения подынтегральных выражений в ряды и последующего почленного интегрирования.

В СССР впервые система координат Гаусса была применена Н.Г. Келлем при обработке триангуляции Кузбасса, а начиная с 1928 г. принята в качестве общесоюзной системы координат при топографо-геодезических работах [1, 6]. В дальнейшем теория и практика использования системы координат Гаусса в нашей стране излагалась в многочисленных публикациях [2, 4, 5, 7-12 и др.].

При этом формулы вычисления плоских прямоугольных координат, сближения меридианов и масштаба проекции Гаусса, несмотря на многообразные инварианты, практически остались неизменными. Следует отметить, что полученные формулы достаточно громоздкие. Так, для обеспечения преобразования геодезических координат B, l в плоские прямоугольные x, y в 6-градусной зоне с точностью до 1 мм необходимо выполнить 70 действий. Еще более сложными являются формулы, приведенные в ГОСТ Р51794-2001 [4], требующие 74 действия и использующие 36 констант.

Сегодня громоздкость алгоритма не считается недостатком метода ввиду возможностей современной вычислительной техники. На этом основании в течение 180 лет практически не проводились исследования по совершенствованию алгоритма Гаусса с целью его упрощения при сохранении требуемой точности результатов вычислений для 6-градусной координатной зоны.

Нами предложены альтернативные алгоритму Гаусса формулы вычисления искомых прямоугольных координат, сближения меридианов и масштаба проекции Гаусса в 6-градусной зоне по известным геодезическим координатам: $x = X + \Delta x$;

$$X = \frac{R_э q}{\rho}\operatorname{arctg}\left[\frac{R_э\sqrt{1-e^2}}{a}\cos\left(\frac{1}{6}\cos B\right)\operatorname{tg}B\right]; \quad (1)$$

$$\Delta x = \frac{N}{\rho\cos(\theta e^2\cos^2 B)}\left[\operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{tg}B}{\cos l}\right) - B\right]; \quad (2)$$

$$y = \frac{N}{\sqrt{V}}\operatorname{arth}(\sqrt{V}\cos B\sin l); \quad (3)$$

$$m = \frac{1}{\sqrt{1-(V\cos B\sin l)^2}}; \quad (4)$$

$$\gamma = \frac{1}{2}\arcsin(m^2\sin B\sin 2l), \quad (5)$$

где X – длина дуги меридиана в пределах широт от 0° до B; $\Delta x = x - X$ – разность абсцисс; $R_э = 0{,}75(a+b) - 0{,}5\sqrt{ab}$ – эквивалентный радиус кривизны эллипсоида [8]; a, b – большая и малая полуоси эллипсоида; $N = a/W$ – радиус кривизны первого вертикала; $W = \sqrt{1-e^2\sin^2 B}$ – основная сфероидическая функция [8]; $V = \sqrt{1+e'^2\cos^2 B}$ – основная сфероидическая функция [8] (функции W, V введены К.Ф.Гауссом); e^2, e'^2 – квадраты первого и второго эксцентриситетов эллипсоида; $q = \cos[\sin(\sqrt{0{,}03}\sin 2B)]$;

$$\theta = \rho\sqrt{2/\pi} = 45{,}71541787\,^\circ.$$

В таблице представлены отличия δ, вычисленные по формулам (1)-(5), значений X, Δx, y, m, γ от их значений, полученных по рекуррентным формулам [2]. Вычисления выполнены в соответствии с тестовой сеткой, предложенной А.В.Юськевичем для различных широт. При этом использованы параметры эллипсоида Красовского, ввиду его наиболее широкого применения в существующей геодезической литературе. Для эллипсоида Красовского $a = 6378245$ м,

$b = 6356863{,}018$ м, $R_э = 6367558{,}497$ м, $e^2 = 0{,}0066934216$, $e'^2 = 0{,}0067385254$.

Расхождение между результатами вычислений по предложенным и существующим формулам

B	$l = 0°$	$l = 3°$			
	δX, мм	$\delta\Delta x$, мм	δy, мм	δm, $1{\cdot}10^{-8}$	$\delta\gamma''$
1°	−0,1	+0,2	−0,4	0	−0,0001
30	−0,1	−0,1	+0,3	+0,2	0
45	+0,2	+0,1	+0,2	+0,1	0
60	−0,3	+0,2	+0,3	0	−0,0003
89	+0,2	0	+0,2	0	+0,0010

Предложенные формулы вычисления плоских прямоугольных координат x,y, сближения меридианов γ и масштаба проекции Гаусса m в 6-градусной зоне по геодезическим координатам B, $l = L - L^0$ обеспечивают необходимую для большинства приложений геодезии точность (в линейной мере доли миллиметра). При этом предложенный алгоритм разработан не с целью окончательного решения затронутого вопроса, а в основном для стимулирования продолжения дальнейших исследований в этом направлении.

ЛИТЕРАТУРА

1. Высшая геодезия / В.Г.Зданович, А.Н.Белоликов, Н.А.Гусев и др. М.: Недра, 1970.

2. *Ганьшин В.Н.* Применение рекуррентных формул для решения главных геодезических задач / В.Н.Ганьшин, В.М.Лазарев // Геодезия и картография. 1984. № 1.

3. *Гаусс К.Ф.* Избранные геодезические сочинения. Т.2 / Под ред. С.Г.Судакова. М.: Геодезиздат, 1958.

4. ГОСТ Р51794-2001. Аппаратура радионавигационная глобальной навигационной спутниковой системы и глобальной системы позиционирования. Системы координат. Методы преобразований координат определяемых точек. М.: Госстандарт России, 2001.

5. *Закатов П.С.* Курс высшей геодезии. М.: Недра, 1976.

6. *Келль Н.Г.* Высшая геодезия и геодезические работы. Л.-М.-Новосибирск: Геоиздат, 1932.

7. *Красовский Ф.Н.* Избранные сочинения. Т.4. М.: Геодезиздат, 1955.

8. *Морозов В.П.* Курс сфероидической геодезии. М.: Недра, 1979.

9. Справочник геодезиста. Книга 1 / Под ред. В.Д.Большакова и Г.П.Левчука. М.: Недра, 1988.

10. Справочник по картографии / Под ред. Е.И.Халугина. М.: Недра, 1988.

11. *Хаимов З.С.* Основы высшей геодезии. М.: Недра, 1984.

12. *Христов В.К.* Координаты Гаусса – Крюгера на эллипсоиде вращения. М.: Геодезиздат, 1957.

REFERENCES

1. *Zdanowicz V.G., Belolikov A.N., Gusev N.A.* et al. Higher Geodesy. Moscow: Nedra, 1970.

2. *Ganshin V.N., Lazarev V.M.* The use of recursion formulas for solving major problems geodesics // Geodesy and Cartography. 1984. N 1.

3. *Gauss K.F.* Selected geodetic works. Vol.2 / Edited by S.G.Sudakov. Moscow: Geodezizdat, 1958.

4. GOST R51794-2001. Radio navigation equipment global satellite navigation system and global positioning system. Coordinate system. Methods coordinate transformations defined points. Moscow: State Standard of Russia, 2001.

5. *Zakatov P.S.* Course of higher geodesy. Moscow: Nedra, 1976.

6. *Kell N.G.* Higher surveying and geodetic work. Leningrad-Moscow-Novosibirsk: Geoizdat, 1932.

7. *Krasovskii F.N.* Selected Works. Vol.4. Moscow: Geodezizdat, 1955.

8. *Morozov V.P.* Course spheroidal geodesy. Moscow: Nedra, 1979.

9. Reference surveyor. Book 1 / Edited by V.D.Bolshakov and G.P.Levchuk. Moscow: Nedra, 1988.

10. Reference mapping / Edited by E.Halugin. Moscow: Nedra, 1988.

11. *Haimov Z.S.* Foundations of higher geodesy. Moscow: Nedra, 1984.

12. *Christov V.K.* Gauss-Krueger coordinates on the ellipsoid of revolution. Moscow: Geodezizdat, 1957.