УДК 528.44

М.Я.БРЫНЬ, *канд. техн. наук, заведующий кафедрой, kig@pgups.edu*
П.А.ВЕСЁЛКИН, *канд. техн. наук, ассистент, kig@pgups.edu*
В.Н.ИВАНОВ, *старший преподаватель, kig@pgups.edu*
Петербургский государственный университет путей сообщения
А.В.АСТАПОВИЧ, *канд. техн. наук, доцент, astapovich@benta.spb.ru*
Военно-космическая академия имени А.Ф.Можайского, Санкт-Петербург
Ю.В.ЩЕРБАК, *преподаватель, shch.yu@yandex.ua*
Черниговский государственный институт экономики и управления

M.Ya.BRYN, *PhD in eng. sc., head of the chair, kig@pgups.edu*
P.A.VESELKIN, *PhD in eng. sc., assistant lecturer, kig@pgups.edu*
V.N.IVANOV, *senior lecturer, kig@pgups.edu*
Petersburg State Transport University
A.V.ASTAPOVICH, *PhD in eng. sc., associate professor, astapovich@benta.spb.ru*
Mozhaisky Military Space Academy, Saint Petersburg
J.V.SHCHERBAK, *lecturer, shch.yu@yandex.ua*
Chernihiv State Institute of Economics and Management

ОБОСНОВАНИЕ ТОЧНОСТИ И ПАРАМЕТРОВ КАДАСТРОВОЙ СЪЕМКИ ЗЕМЕЛЬНЫХ УЧАСТКОВ УРБАНИЗИРОВАННЫХ ТЕРРИТОРИЙ

Показано, что положение межевых знаков городских земельных участков площадью до 2 га должны определяться с ошибками относительно пунктов городской геодезической сети $m_t = 0{,}05$ м, для участков большей площади – $m_t = 0{,}10$ м. Приведены формулы вычисления параметров теодолитных ходов (угловой и линейной невязок, длины ходов и числа сторон) и параметров кадастровой съемки (расстояний до межевых знаков).

Ключевые слова: земельный участок, площадь, теодолитный ход, засечки.

RATIONALE FOR THE ACCURACY AND PARAMETERS OF CADASTRAL SURVEYING OF LAND URBANIZED TERRITORIES

It is shown that the position of landmarks urban land area up to 2 hectares should be determined with errors in relation to the items city geodetic network $m_t = 0{,}05$ m, for sites larger area – $m_t = 0{,}10$ m. Formulas calculate the parameters theodolite moves (angular and linear residuals, stroke lengths and the number of sides) and the parameters of the cadastral survey (distances to landmarks).

Key words: land, the area, traverse, resection.

Актуальность темы. К числу основных сведений, получаемых в результате геодезических работ по обеспечению кадастра объектов недвижимости, относятся площади земельных участков и объектов недвижимости, расположенных на них. Площади участков и объектов недвижимости, как правило, вычисляются аналитически по координатам поворотных точек их границы. Поэтому их точность и определяет точность вычисления площадей.

Особую значимость вопрос о точности определения положения поворотных точек участков приобретает для урбанизирован-

ных территорий, имеющих высокую стоимость земли, особенно в центральных частях городов, и значительные размеры платежей за землю. Кроме того, на территории городов необходимо учитывать наличие значительного числа небольших земельных участков и других связанных с ними объектов недвижимости и, как следствие, – высокую степень их концентрации. Это значит, что для исключения и решения земельных споров необходима высокая точность координат межевых знаков. В настоящее время ошибки на уровне 0,3 м служат основанием судебных разбирательств.

Изложенное обуславливает необходимость обоснования требований к точности определения площадей земельных участков и координат межевых знаков, а также параметров теодолитных ходов и кадастровой съемки с учетом характеристик современных геодезических приборов, используемых на производстве.

Обоснование необходимой точности определения границ участков. В основу определения необходимой точности положения межевых знаков положим цену участка, которая определяется по формуле

$$C = PC_0,$$

где P – площадь участка; C_0 – цена 1 м^2 земли.

Отсюда относительная средняя квадратическая ошибка стоимости участка

$$\left(\frac{m_C}{C}\right)^2 = \left(\frac{m_P}{P}\right)^2 + \left(\frac{m_{C_0}}{C_0}\right)^2.$$

Чтобы ошибками определения площади можно было пренебречь, они не должны превышать 1/3 ошибок определения цены 1 м^2 земли, т.е.

$$m_P = \frac{1}{3}\frac{m_{C_0}}{C_0}P. \qquad (1)$$

Подставим формулу (1) в известную формулу оценки точности площади участка прямоугольной формы [1, 6]

$$m_P = m_t\sqrt{P}\sqrt{\frac{1+K^2}{2K}}$$

и найдем среднюю квадратическую ошибку положения межевого знака m_t. В результате получим

$$m_t = \frac{1}{3}\frac{m_{C_0}}{C_0}\sqrt{P}\sqrt{\frac{2K}{1+K^2}}.$$

Здесь K – коэффициент вытянутости участка (отношение длины к ширине).

Для участка в форме квадрата ($K = 1$)

$$m_t = \frac{1}{3}\frac{m_{C_0}}{C_0}\sqrt{P}. \qquad (2)$$

Теперь определимся с относительной ошибкой m_{C_0}/C_0. В теории продаж считается, что при оплате покупки ошибка в определении ее цены в пределах 0,2-0,3 % остается незамеченной, большие ошибки провоцируют отрицательные эмоции покупателя или полное неприятие цены [2], т.е. m_{C_0}/C_0 можно принять 1:500-1:330.

В результате приходим к выводу, что относительную ошибку определения площадей городских земельных участков, как это следует из формулы (1), можно принять равной 1:500.

Тогда формула (2) примет вид

$$m_t = \frac{1}{1500}\sqrt{P}. \qquad (3)$$

На основе формулы (3) для участков разной площади подсчитаем требуемые средние квадратические ошибки положения межевых знаков:

P	225 м^2	625 м^2	2500 м^2	1 га	2 га
m_t, м	0,01	0,02	0,03	0,07	0,09

Безусловно, определять положение границ участков разной площади с различными ошибками не следует.

Анализ приведенных данных показывает, что положение границ наиболее массовых в пределах городской черты участков площадью до 2 га целесообразно определять с ошибками относительно пунктов городской геодезической сети $m_t = 0{,}05$ м. Для участков большей площади требуемая точность – $m_t = 0{,}10$ м. Для повышения точности определения площадей участков площа-

дью меньше 2500 м^2 целесообразно выполнять совместное уравнивание координат межевых знаков и непосредственно измеренных длин линий между межевыми знаками [6].

Величина m_t включает ошибку m_P положения точки съемочной сети и m_G – ошибку геодезической привязки координируемого объекта к точкам хода. Как правило, величина m_G принимается пренебрежимо малой по сравнению с m_P. Поэтому примем $m_P = m_t$ и $m_G = m_t / 3$. На основании этого можно заключить, что точность определения положения точек теодолитных ходов целесообразно принять 0,05 м (для участков площадью до 2 га) и 0,10 м (для участков площадью 2 га и выше) относительно пунктов городской геодезической сети. При этом точность m_G положения межевых знаков относительно точек съемочной сети должна составлять 0,017 и 0,033 м соответственно. Эти требования, в целом, будут соответствовать требованиям Инструкции по топографической съемке [4] для масштабов съемки 1:500 и 1:1000, которой для застроенных территорий регламентируется предельная средняя ошибка положения точек теодолитных ходов относительно исходных пунктов 0,2 мм. Опираясь на эти данные, выполним обоснование требований к параметрам теодолитных ходов и кадастровой съемки.

Определение параметров теодолитных ходов. Будем полагать, что теодолитный ход является вытянутым и имеет примерно равные длины сторон. Задавая среднюю квадратическую ошибку положения точки теодолитного хода и переходя к предельным ошибкам, получим $(\Delta_P)_{\text{пред}} = t_p m_P$, где t_p – коэффициент, выбираемый из таблицы функции Лапласа по доверительной вероятности p.

Известно, что средняя квадратическая ошибка в слабом месте хода после уравнивания равна половине средней квадратической ошибки в положении конечной точки хода до уравнивания. Исходя из этого, можно заключить, что с вероятностью p абсолютная линейная невязка хода должна быть меньше

$$w_{\text{доп}} = 2(\Delta_P)_{\text{пред}} = 2\, t_p m_P .$$

Приведенная формула позволяет устанавливать обоснованный допуск на абсолютную линейную невязку теодолитного хода. При $m_P = 0{,}05$ м и доверительной вероятности 0,96 имеем $t_P = 2{,}05$, $w_{\text{доп}} = 0{,}20$ м.

Для выработки требований к точности измерений длин и углов в ходе воспользуемся соотношением

$$m_w^2 = m_Q^2 + m_L^2 ,$$

где m_w – средняя квадратическая абсолютная линейная невязка хода; m_Q – средняя квадратическая поперечная ошибка хода; m_L – средняя квадратическая продольная ошибка хода.

Очевидно, что

$$m_w = \frac{w_{\text{доп}}}{t_p} = 2\, m_P .$$

Принимая равенство продольных и поперечных ошибок хода, находим

$$m_L = m_Q = \sqrt{2} m_P .$$

Продольная ошибка хода обусловлена ошибками измерений длин сторон

$$m_L = m_d \sqrt{n} ,$$

где n – число сторон в ходе; m_d – средняя квадратическая ошибка измерения длин сторон в ходе.

Поперечная ошибка обусловлена погрешностями угловых измерений [5]:

$$m_Q = \frac{m_\beta}{\rho''} L \sqrt{\frac{n+3}{12}} .$$

Полученные формулы позволяют по заданной длине хода L и числу n сторон в нем рассчитать необходимую точность измерений длин сторон и углов в ходе и далее допустимую угловую невязку хода:

$$w_\beta = t_p \sqrt{2m_\alpha^2 + (n+1)m_\beta^2} ,$$

где m_α – средняя квадратическая ошибка дирекционного угла исходной стороны;

m_β – средняя квадратическая ошибка измерения углов.

Решение обратной задачи: определение по заданной точности измерений углов и длин сторон допустимой длины хода и числа сторон в нем приводит к зависимости

$$L = \frac{\rho}{m_\beta}\sqrt{\frac{12(4m_P{}^2 - nm_d^2)}{(n+3)}}. \qquad (4)$$

Как видно из формулы (4), имея m_P и задав m_β и m_d, можно вычислить допустимую длину хода L при разном числе сторон n или допустимое число сторон в ходах разной длины.

Например, при использовании для проложения теодолитных ходов электронных тахеометров с точностью измерений длин линий $m_d = 5$ мм и углов $m_\beta = 7''$ для обеспечения определения средних квадратических ошибок положения точек хода $m_P = 0{,}05$ м (в числителе) и $m_P = 0{,}10$ м (в знаменателе) возможные длины ходов и число сторон в них следующие:

n	5	10	15	20	25
L, км	3,6/7,2	2,8/5,6	2,4/4,8	2,1/4,2	1,9/3,8

Обоснование параметров кадастровой съемки городских объектов недвижимости. Установим требования к параметрам кадастровой съемки, которая в настоящее время выполняется с точек съемочного обоснования преимущественно способом полярных координат и, реже, угловыми и линейными засечками.

Для способа полярных координат имеем [2]

$$m_G^2 = m_d^2 + \frac{m_\beta^2}{\rho^2}d^2, \qquad (5)$$

где m_d – средняя квадратическая ошибка определения расстояний (для современных тахеометров, используемых в практике съемочных работ, примем $m_d = 5$ мм); m_β – средняя квадратическая ошибка измерения горизонтальных углов, примем $m_\beta = 7''$; $\rho = 206265''$.

Современными исследованиями [5] показано, что ошибка m_0 установки вехи с отражателем на точке составляет 1 см. Таким образом, формула (5) примет вид

$$m_G^2 = m_d^2 + \frac{m_\beta^2}{\rho^2}d^2 + m_0^2,$$

откуда

$$d = \frac{\rho}{m_\beta}\sqrt{m_G^2 - m_d^2 - m_0^2}. \qquad (6)$$

Подставив в формулу (6) вышеприведенные численные значения ошибок, получим предельное значение расстояния от точки съемочного обоснования до межевых знаков, равное 377 м (для масштаба съемки 1:500) и 914 м (для масштаба съемки 1:1000).

Для случая определения координат межевых знаков прямой угловой засечкой формулу оценки точности угловой засечки [2], с учетом m_0, можно записать так:

$$m_G = \sqrt{\frac{m_\beta^2(d_1^2 + d_2^2)}{\rho^2 \sin^2\varphi} + m_0^2},$$

где d_1 и d_2 – расстояния от точек съемочного обоснования до межевых знаков; φ – угол засечки, рекомендуется принимать $30° \le \varphi \le 150°$.

Принимая $d_1 = d_2 = d$, получим формулу вычисления предельного расстояния между точкой съемочного обоснования и межевым знаком:

$$d = \frac{\rho \sin\varphi}{m_\beta}\sqrt{\frac{m_G^2 - m_0^2}{2}}.$$

При $\varphi = 30°$ и значениях ошибок, приведенных выше, получим предельное значение расстояния, равное 143 м (для масштаба съемки 1:500) и 328 м (для масштаба съемки 1:1000).

В случае определения координат межевых знаков линейной засечкой формулу оценки точности [2], с учетом m_0, можно записать так:

$$m_G = \sqrt{\frac{m_d^2}{d^2}\frac{(d_1^2 + d_2^2)}{\sin^2\varphi} + m_0^2}.$$

Обозначив относительную ошибку линейных измерений $m_d / d = f$ и принимая $d_1 = d_2 = d$, получим

$$d = \frac{\sin\varphi}{f}\sqrt{\frac{m_G^2 - m_0^2}{2}}.$$

Принимая $f = 1/40000$, будем иметь для угла линейной засечки $\varphi = 30°$ предельное значение расстояния, равное 194 м (для масштаба съемки 1:500) и 445 м (для масштаба съемки 1:1000).

Таким образом, при выполнении кадастровых съемок электронными тахеометрами расстояния от точек съемочного обоснования до межевых знаков не должны превышать значений, приведенных в таблице.

Предельные значения расстояний до межевых знаков, м

Масштаб съемки	Ошибка m_G, м	Полярный способ	Угловая засечка	Линейная засечка
1:500	$m_G = 0{,}017$	400	150	200
1:1000	$m_G = 0{,}033$	900	350	450

Выводы. Показано, что на урбанизированной территории положение межевых знаков для участков площадью до 2 га следует определять с ошибками относительно пунктов городской геодезической сети $m_t = 0{,}05$ м. Для участков большей площади требуемая точность – $m_t = 0{,}10$ м. Для повышения точности определения площадей участков площадью меньше 2500 м^2 целесообразно выполнять совместное уравнивание координат межевых знаков и непосредственно измеренных длин линий между межевыми знаками.

Получены формулы вычисления допустимых значений угловой невязки и абсолютной линейной невязки теодолитного хода, а также формулы определения точности измерений длин сторон и углов в ходе по заданной длине хода и числу сторон в нем и обратной задачи – допустимой длины хода при разном числе сторон или допустимое число сторон в ходах разной длины.

Обосновано, что при выполнении кадастровых съемок электронными тахеометрами расстояния от точек съемочного обоснования до межевых знаков не должны превышать значений, приведенных в таблице. Угол засечки при этом не должен быть менее 30° и более 150°.

ЛИТЕРАТУРА

1. Геодезические работы при землеустройстве / А.В.Маслов, Г.И.Горохов, Э.М.Ктиторов и др. М.: Недра, 1976. 256 с.

2. Геодезия. Топографические съемки: Справочное пособие / Ю.К.Неумывакин, Е.И.Халугин, П.Н.Кузнецов и др. М.: Недра, 1991. 317 с.

3. *Гладкий В.И.* Кадастровые работы в городах. Новосибирск: Наука, 1998. 280 с.

4. Инструкция по топографической съемке в масштабах 1:5000, 1:2000, 1:1000, 1:500. М.: Недра, 1985. 160 с.

5. *Неумывакин Ю.К.* Практикум по геодезии: Учеб. пособие / Ю.К.Неумывакин, А.С.Смирнов. М.: Картгеоцентр-Геодезиздат, 1995. 315 с.

6. Определение площадей земельных участков / В.Н.Баландин, М.Я.Брынь, В.А.Коугия и др. М.: Новости, 2005. 112 с.

REFERENCES

1. *Maslov A.V., Gorokhov G.I., Ktitorov E.M.* etc. Geodetic works in land management. Moscow: Nedra, 1976. 256 p.

2. *Neumyvakin J.K., Halugin E.I., Kuznetsov P.N.* etc. Geodesy. Topographic surveys: A Reference Guide. Moscow: Nedra, 1991. 317 p.

3. *Gladkiy V.I.* Cadastral works in the cities. Novosibirsk: Nauka, 1998. 280 p.

4. User Survey of the scale of 1:5000, 1:2000, 1:1000, 1:500. Moscow: Nedra, 1985. 160 p.

5. *Neumyvakin J.K., Smirnov A.S.* Workshop on Geodesy: Study guide. Moscow: Kartgeotsentr-Geodezizdat, 1995. 315 p.

6. *Balandin V.N., Bryn M.Ya., Kougiya V.A. etc.* Determination of the area of land. Moscow: News, 2005. 112 p.