УДК 533.9.082

А.С.МУСТАФАЕВ, *д-р физ.-мат. наук, профессор, alexmustafaev@yandex.ru*
А.Ю.ГРАБОВСКИЙ, *аспирант, schwer@list.ru*
Национальный минерально-сырьевой университет «Горный», Санкт-Петербург

A.S.MUSTAFAEV, *Dr. in phys.& math., professor, alexmustafaev@yandex.ru*
A.Y.GRABOVSKIY, *post-graduate student, schwer@list.ru*
National Mineral Resources University (Mining University), Saint Petersburg

ДИАГНОСТИКА АНИЗОТРОПНОЙ ПЛАЗМЫ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ ЗОНДАМИ: КАК ДОСТИЧЬ ЖЕЛАЕМОГО РЕЗУЛЬТАТА?

Цилиндрический зонд в анизотропной плазме позволяет измерять только четные компоненты разложения функции распределения электронов по скоростям. Впервые разработан метод определения нечетных моментов функции распределения путем решения системы кинетических уравнений Больцмана, связывающих между собой четные и нечетные моменты (f_0, f_1); (f_0, f_1, f_2) и т.д. Методика апробирована в плазме низковольтного пучкового разряда в гелии. Получены экспериментальные зондовые кривые для различных ориентаций цилиндрического зонда относительно оси симметрии плазмы. Рассчитаны моменты f_0, f_2, а момент f_1 определен с помощью решения «векторного» кинетического уравнения.

Точность восстановления f_1 контролировалась по совпадению расчетной и измеренной величин разрядного тока. Экспериментальные и теоретические данные хорошо согласуются.

Ключевые слова: анизотропная плазма, цилиндрический зонд, функция распределения электронов, уравнение Больцмана.

CYLINDRICAL PROBE IN ANISOTROPIC PLASMA: HOW CAN WE ACHIEVE RELIABLE RESULTS?

It has been demonstrated, that cylindrical probe in anisotropic plasma allows to measure only the even components of the electron velocity distribution expansion. For the first time the method for determining the odd moments of the distribution function by solving a system of kinetic Boltzmann equations, connecting the even and odd moments (f_0, f_1); (f_0, f_1, f_2) etc. has been developed. The method was tested in plasma of low-voltage beam discharge in helium. The experimental probe I-V traces for different orientations of a cylindrical probe with respect to the axis of symmetry of the plasma has been obtained. The moments of f_0 and f_2 has been calculated, f_1 moment is defined by solving the «vector» kinetic equation.

The accuracy of f_1 calculation controlled by coincidence of calculated and measured values of discharge current. Theoretical and experimental values are in a good agreement.

Key words: anisotropic plasma, cylindrical probe, electron distribution function, Boltzmann's equation.

Функция распределения электронов по скоростям (ФРЭС) относится к важнейшим кинетическим характеристикам плазмы, определяющим прямо или косвенно протекание практически всех плазменных процессов. Моменты анизотропной ФРЭС определяют такие важные кинетические параметры, как концентрацию и дрейфовую скорость электронов, константы скоростей возбуждения и ионизации, тензор плотности потока импуль-

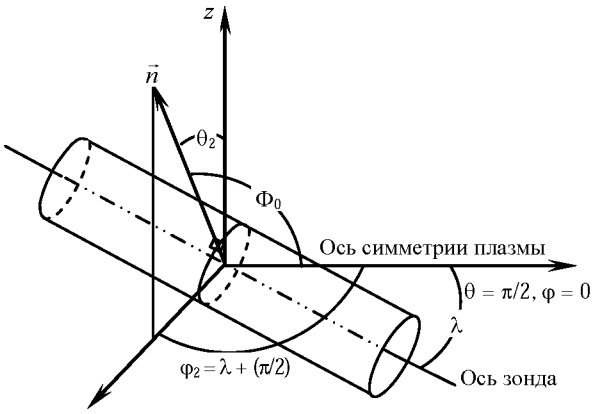


Рис.1. Взаимное расположение зонда и оси симметрии плазмы

са электронов, компоненты интеграла электронных столкновений и др. [1].

В связи с отсутствием экспериментальных методов до недавнего времени информацию об анизотропных ФРЭС в плазме получали преимущественно теоретически [2-4], с использованием приближения Лоренца $f = f_0 + f_1 \cos\theta$. Как правило, $f_1 \ll f_0$, а моменты более высокого ранга малы и не учитываются в теории. В анизотропной плазме (в прикатодных областях разрядов, пучковых низковольтных разрядах) моменты более высокого ранга, чем f_1 достаточно велики и для корректного описания кинетических процессов должны быть учтены в описании полной ФРЭ.

В работах [5-7] разработан метод плоского одностороннего зонда, позволяющий экспериментально определять конечное число моментов функции распределения и восстанавливать полную ФРЭС в анизотропной плазме, однако в практике зондовых измерений чаще всего используется цилиндрический зонд.

Традиционно цилиндрическими зондами измеряют только изотропную ФРЭ. Для измерения ФРЭ в анизотропной плазме зонд ориентируют вдоль оси симметрии плазмы и перпендикулярно ей, и из этих измерений пытаются восстанавливать первый момент ФРЭ f_1, который связан с конвективной скоростью электронов. Покажем, что это является экспериментальным заблуждением.

Рассмотрим цилиндрический зонд, произвольно ориентированный в аксиально-симметричной плазме. Допустим, что угол между осью симметрии плазмы и осью зонда λ. Введем вспомогательную сферическую систему координат, полярная ось которой перпендикулярна плоскости, в которой расположена ось зонда и ось симметрии плазмы (рис.1). Направление оси симметрии плазмы во вспомогательной системе координат характеризуется полярным и азимутальным углами $\theta = \pi/2$ и $\varphi = 0$, а направление нормали некоторого элемента поверхности зонда углами θ_2 и $\varphi_2 = \lambda \pm \pi/2$. Угол между указанными направлениями обозначим Φ_0, для него имеет место следующее соотношение:

$$\cos\Phi_0 = \sin\theta_2 \cos\varphi_2. \qquad (1)$$

Представим ФРЭС $f(\varepsilon, \theta)$ и вторую производную зондового тока по потенциалу зонда $I_U''(qU, \alpha)$ в виде разложения в ряды по полиномам Лежандра [6]:

$$f(\varepsilon, \theta) = \sum_{j=0}^{\infty} f_j(\varepsilon) P_j(\cos\theta), \qquad (2)$$

$$I_U''(qU, \alpha) = \frac{2\pi q^3 S}{m^2} \sum_{j=0}^{\infty} F_j(qU) P_j(\cos\alpha). \qquad (3)$$

Используя соотношение для Φ_0, проинтегрируем выражение (3) по поверхности S цилиндрического зонда:

$$I_U''(qU) =$$

$$= \frac{2q^3 S}{m^2} \sum_{j=0}^{\infty} F_{2j}(qU) \int_0^{\pi} P_{2j}(\sin\theta_2 \sin\lambda) d\theta_2. \qquad (4)$$

Здесь использована теорема сложения для полиномов Лежандра:

$$P_j(\cos\theta) = P_j(\cos\alpha) P_j\left(\sqrt{\frac{qU}{\varepsilon}}\right) +$$

$$+ 2 \sum_{m=1}^{j} \frac{(j-m)!}{(j+m)!} P_j^m(\cos\alpha) P_j^m\left(\sqrt{\frac{qU}{\varepsilon}}\right) \cos m\varphi'. \qquad (5)$$

Из уравнения (4) видно, что слагаемые с нечетными индексами выпадают при выполнении интегрирования по поверхности зонда ввиду нечетности соответствующих многочленов Лежандра при изменении зна-

ка аргумента. Следовательно, цилиндрический зонд позволяет определять только четные члены разложения ФРЭ, причем число определяемых коэффициентов связано с числом независимых ориентаций зонда. При двух ориентациях зонда можно определять коэффициенты f_0 и f_2. Для этого нужно выбирать такие условия, при которых влияние f_4 и f_6 и т.д. на зондовый ток достаточно мало.

Таким образом, измерения цилиндрическим зондом не позволяют определять лежандров компонент f_1, который однозначно связан с конвективной скоростью электронов в плазме.

Нами предложен метод определения нечетных членов за счет решения кинетических уравнений, связывающих между собой четные и нечетные коэффициенты (f_0, f_1); (f_0, f_1, f_2) и т.д.

Экспериментальная проверка метода проводилась в режиме низковольтного пучкового разряда (НПР) при давлении 2,5 тор и разрядном токе 0,1 А. Выбор этих условий связан с тем, что при этом доминирующим механизмом релаксации пучка электронов являлось упругое рассеяние электронов на атомах [9], энергетический ход сечения этого процесса изучен достаточно хорошо [7, 10, 11].

Для измерений в разряд вводились цилиндрические молибденовые зонды диаметром 0,08 мм и длиной 1 мм, ориентированные вдоль оси разряда и перпендикулярно ей. Оба зонда перемещались вдоль оси с помощью микрометрической системы. Два положения зонда позволяют определять только два коэффициента разложения f_0 и f_2, поэтому для уменьшения влияния высших членов разложения ФРЭС на зондовый ток измерения производились для положений зондов, удаленных от катода на удвоенную транспортную длину свободного пробега электронов пучка. Характерные зондовые кривые представлены на рис.2.

По этим кривым были рассчитаны коэффициенты f_0 и f_2 для ряда близких положений зондов. Коэффициент f_1 определен с помощью решения «векторного» кинетического уравнения, в котором интеграл столкновений учитывает доминирующую роль

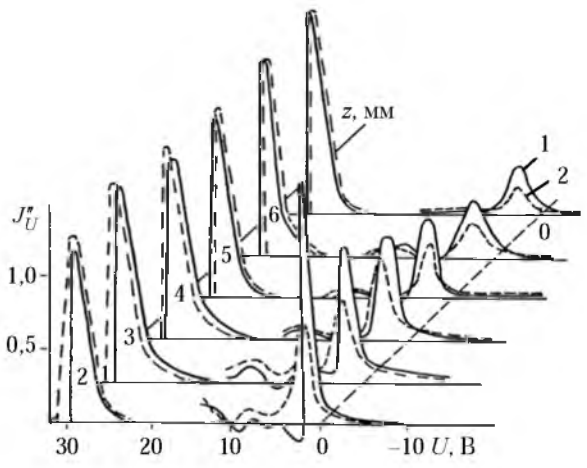


Рис.2. Вторые производные зондового тока J''_U на различных расстояниях от катода в плазме низковольтного пучкового разряда. $P_{He} = 2{,}5$ тор, $J_p = 0{,}1$ А, $U_a = 26$ В. Ось зонда параллельна (1) и перпендикулярна (2) оси разряда. $U = 0$ соответствует потенциалу катода. Масштаб высокоэнергетичной части J''_U увеличен в 10 раз

упругих электрон-атомных столкновений через частоту упругих соударений ν_{ea}:

$$\vec{v}\,\mathrm{grad}_r\left(f_0+\frac{2}{5}f_2\right)-\frac{e\vec{E}}{m}\left[\frac{\partial f_0}{\partial v}+\frac{2}{5}\frac{1}{v^3}\frac{\partial}{\partial v}\left(v^3 f_2\right)\right]+$$

$$+\nu^t_{ea} f_1 = 0\,. \qquad (6)$$

Результат определения f_0, f_1, f_2 в виде энергетической зависимости представлен на рис.3. Поскольку коэффициент f_0 с точностью до постоянного множителя дает число электронов с заданным модулем скорости, то функция возбуждения атомов и генерации ионов

$$\Gamma = 4\pi N_a \int_{v_{\text{пор}}}^{\infty} \nu\sigma^i_{ea}(v) f_0(v) v^2 dv\,, \qquad (7)$$

где σ^i_{ea} – сечения соответствующих процессов.

Реконструированный коэффициент f_1 позволяет определять конвективную скорость электронов и, следовательно, рассчитывать разрядный ток:

$$j = \frac{4\pi}{3} v^3 f_1(v) dv\,. \qquad (8)$$

Точность восстановления f_1 контролировалась по совпадению экспериментального и расчетного значений J_p. Измеренная и

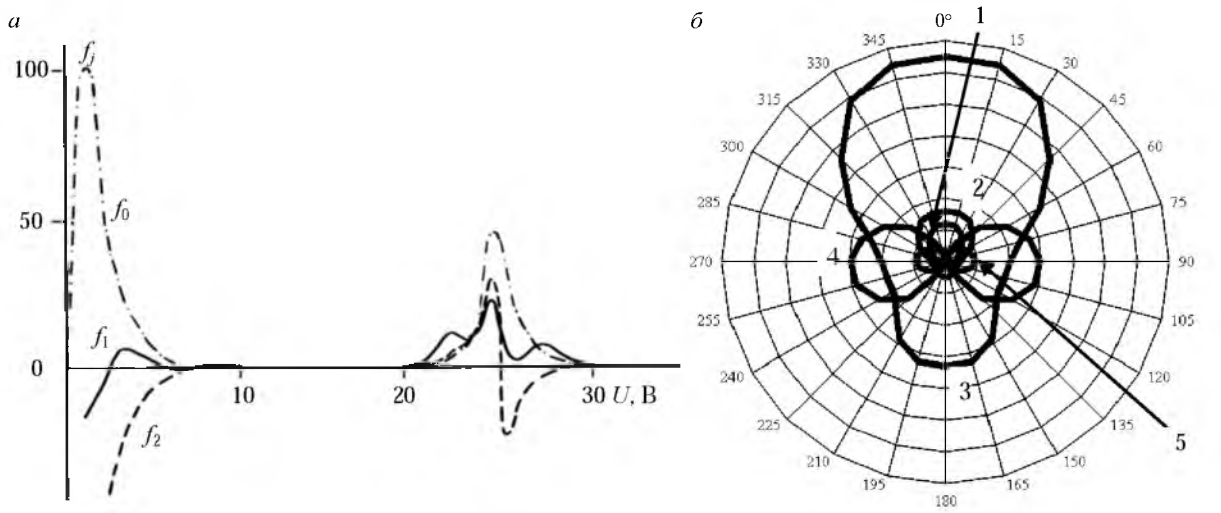


Рис.3. Энергетическая зависимость лежандровых коэффициентов f_j (*а*) и полярная диаграмма угловой зависимости (*б*) $f(\vec{v})$ для электронов с энергиями, эВ: 1 – 23; 2 – 24; 3 – 25; 4 – 26; 5 – 27; P_{He} = 2,5 тор; l_0 = 1,6 мм; z = 4 мм; J_p = 0,1 А, U_a = 25,4 В

расчетная величины, хорошо согласуются, расхождение не превышает 10 %.

Таким образом, определить полную функцию распределения можно и с помощью цилиндрических зондов, для этого по найденным четным коэффициентам f_{2j} находятся нечетные коэффициенты f_{2j+1} путем решения соответствующих кинетических уравнений Больцмана, если известны доминирующие процессы взаимодействия электронов с атомами и ионами плазмы и их сечения.

Измеренные значения лежандровых коэффициентов позволяют определить угловую структуру функции распределения электронов. На рис.3, *б* представлена полярная диаграмма направленного движения электронов для высокоэнергетичной части $f(\vec{v})$ в НПР. Диаграмма восстанавливалась с учетом только первых трех коэффициентов f_j:

$$f(v, \cos\theta) = f_0(v) + f_1(v)\cos\theta + f_2(v)\frac{1}{2}(3\cos^2\theta - 1). \quad (9)$$

Для каждой из приведенных групп электронов (рис.3, *б*) с заданной энергией характерно наличие анизотропии, несмотря на то, что измерения проводились за двойной длиной свободного пробега. Причем электроны с энергией до 25 эВ движутся преимущественно вдоль оси разряда от катода к аноду. Электроны с бóльшей энергией в основном движутся к стенке. Сравнение с рис.2 показывает, что потенциал стенки относительно плазмы равен 26 В, т.е. он запирает радиальное движение электронов с меньшей энергией, в то же время электроны с бóльшей энергией могут преодолевать этот потенциальный барьер.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Голант В.Е.* Основы физики плазмы / В.Е.Голант, А.П.Жилинский, С.А.Сахаров. М., 1977. 283 с.

2. Измерение интеграла электрон-атомных столкновений в низкотемпературной плазме / А.П.Мезенцев, А.С.Мустафаев, В.Ф.Лапшин, В.Л.Федоров // ЖТФ. 1986. Т.56. № 11. С.2104-2109.

3. *Лапшин В.Ф.* Метод плоского одностороннего зонда для диагностики анизотропной плазмы / В.Ф.Лапшин, А.С.Мустафаев // ЖТФ. 1989. Т.59. № 2. С.35-45.

4. *Мустафаев А.С.* Исследование пучковой плазмы низкого давления. Процессы ионизации с участием возбужденных атомов / А.С.Мустафаев, В.Ф.Лапшин. Л., 1989. С.156-193.

5. *Хаксли Л.* Диффузия и дрейф электронов в газе / Л.Хаксли, Р.Кромптон. М., 1977. 290 с.

6. *Winkler R., Braglia G.L., Hess A., Wilhelm J.* Fundamentals of a technique for determining electron distribution functions by multi-term even-oder expansion in legendre polynomials. I. Theory // Beitr. Plasmophys. 1984. Vol.24. N 6. P.657-674.

7. *Winkler R., Braglia G.L., Hess A., Wilhelm J.* Calculations of electron swarm properties in N_2 at moderate values of *E/N* // Beitr. Plasmophys. 1985. Vol.25. N 4. P.351-378.

8. *Mustafaev A.S.* Probe method for investigation of anisotropic EVDF. Electron kinetic and applications of glow discharges. // Edited by U.Kortshagen, L.D.Tsendin. NY & London, Plenum Press. NATO ASI Series B: Physics. 1998. Vol.367. P.531-545.

9. *Godyak V.A., Demidov V.I.* Probe measurements of electron-energy distributions in plasmas: what can we measure and how can we achieve reliable results?// J. Appl. Phys. 2011. Vol.44. P.1-29.

10. *Kumar K.* The physics of swarms and some basic questions of kinetic theory // Phys. Rep. 1984. Vol.112. N 5. P.321-375.

11. *Sinfailam A.L., Nesbet R.K.* Variational calculation on electron helium scattering // Phys. Rev. 1972. Vol.46. P.2118-2129.

REFERENCES

1. *Golant V.E., Zhilinsky A.P., Saharov S.A.* Basics of plasma physics. Moscow, 1977. 283 p.

2. *Mezentsev A.P., Mustafaev A.S., Lapshin V.F., Fedorov V.L.* The measurements of the electron-atom collision integral in the low-temperature plasmas // ZTF. 1986. Vol.56. N 11. P.2104-2109.

3. *Lapshin V.F., Mustafaev A.S.* Flat one-sided probe method for diagnostics of the anisotropic plasma // ZTF. 1989. Vol.59. N 2. P.35-45.

4. *Mustafaev A.S., Lapshin V.F.* Investigations of the low-pressure beam plasmas. Ionization processes. Leningrad, 1989. P.156-193.

5. *Huxley L., Crompton R.* Diffusion and drift of electrons in the gas. Moscow, 1977. 290 p.

6. *Winkler R., Braglia G.L., Hess A., Wilhelm J.* Fundamentals of a technique for determining electron distribution functions by multi-term even-oder expansion in legendre polynomials. I. Theory // Beitr. Plasmophys. 1984. Vol.24. N 6. P.657-674.

7. *Winkler R., Braglia G.L., Hess A., Wilhelm J.* Calculations of electron swarm properties in N_2 at moderate values of *E/N* // Beitr. Plasmophys. 1985. Vol.25. N 4. P.351-378.

8. *Mustafaev A.S.* Probe method for investigation of anisotropic EVDF. Electron kinetic and applications of glow discharges. // Edited by U.Kortshagen, L.D.Tsendin. NY & London, Plenum Press. NATO ASI Series B: Physics. 1998. Vol.367. P.531-545.

9. *Godyak V.A., Demidov V.I.* Probe measurements of electron-energy distributions in plasmas: what can we measure and how can we achieve reliable results?// J. Appl. Phys. 2011. Vol.44. P.1-29.

10. *Kumar K.* The physics of swarms and some basic questions of kinetic theory // Phys. Rep. 1984. Vol.112. N 5. P.321-375.

11. *Sinfailam A.L., Nesbet R.K.* Variational calculation on electron helium scattering // Phys. Rev. 1972. Vol.46. P.2118-2129.