УДК 681.5.015.52

**А.А.КЛАВДИЕВ,** *канд. техн. наук, доцент, kss1959@mail.ru*
**О.В.АФАНАСЬЕВА,** *канд. техн. наук, доцент, ovaf@rambler.ru*
*Национальный минерально-сырьевой университет «Горный», Санкт-Петербург*

**A.A.KLAVDIEV,** *PhD in eng. sc., associate professor, kss1959@mail.ru*
**O.V.AFANASYEVA,** *PhD in eng. sc., associate professor, ovaf@rambler.ru*
*National Mineral Resources University (Mining University), Saint Petersburg*

# МЕТОД ИДЕНТИФИКАЦИИ МОДЕЛЕЙ ОТКАЗОВ РАДИОЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЫ СРЕДСТВ АВТОМАТИЗАЦИИ УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

Обоснован эффективный непараметрический метод идентификации моделей отказов радиоэлектронной аппаратуры средств автоматизации управления динамическими системами. Сущность предложенного метода заключается в том, что по малым выборкам, представленным в виде вариационного ряда, практически всегда можно найти такое преобразование, в результате которого будет получена статистика, не зависящая от параметров распределения генеральной совокупности. Функцию распределения такой статистики представляется целесообразным определять в результате статистического моделирования, если аналитическое построение ее затруднено.

***Ключевые слова*:** модель отказов, идентификация, непараметрический метод, динамическая система, суперindикатор.

# METHOD OF IDENTIFYING MODELS OF ELECTRONIC EQUIPMENT FAILURE OF AUTOMATION CONTROL OF DYNAMIC SYSTEMS

In the article the effective non-parametric method to identify patterns of failures of electronic equipment automation of dynamic systems. The essence of the offered method is that on the small selections presented in the form of a variation row, practically always it is possible to find such transformation as a result of which the statistics which isn't depending on parameters of distribution of population will turn out. It is advisable to define function of distribution of such statistics as a result of statistical modeling if analytical construction it is complicated.

***Key words*:** failure model, identification, non-parametric method, dynamical system, superindikator.

К настоящему времени накоплен известный опыт разработки и применения отдельных математических приемов для идентификации моделей отказов радиоэлектронной аппаратуры средств автоматизации управления динамическими системами [1]. Однако до сих пор не сложилось единой методической основы получения дискриминационных функций. Задача осложняется тем, что решения корректны только при условии учета совокупности характеристик, между которыми возможна стохастическая связь.

Связь эту необходимо не только выявить и оценить, но и учесть в процессе решения задач синтеза и анализа электронных систем.

В силу того, что характер сигналов не поддается строгому регулярному описанию, имеет смысл воспользоваться для формализации элементами теории вероятностей. Введя в рассмотрение случайный характер исследуемых параметров $x_i$, можно применять известные приемы их формального описания. Очевидно, что наиболее полную информацию о случайном процессе несет плотность распределения его координат $f(x_1, x_2, ..., x_n)$. Однако сложность использования многомерных распределений заключается в известных трудностях их идентификации и ограниченности форм явного описания. Так, пожалуй, единственным обобщением многомерного распределения в явном виде является многомерная плотность нормального закона

$$f(x_1, x_2, ..., x_n) =$$

$$= C \exp[-Q(x_1 - a_1, x_2 - a_2, ..., x_n - a_n)],$$

где $Q(x_1, x_2, ..., x_n) = \sum_{k,l}^{n} = q_{kl} x_k x_l$ – положительно определенная квадратичная форма; $a_1, a_2, ..., a_n$ – математические ожидания случайных величин $x_1, x_2, ..., x_n$; $C$ и $q_{kl} = q_{lk}$ – коэффициенты выражаемые через дисперсии $\sigma_1^2, \sigma_2^2, ..., \sigma_n^2$ и коэффициенты корреляции $r_{kl}$ между $x_k$ и $x_l$ соответственно.

Нормальное распределение играет фундаментальную роль в теории вероятности и математической статистике, так как основные положения этих математических дисциплин предполагают нормальное распределение генеральной совокупности. Однако информационная ситуация, в условиях которой принимается решение, часто не позволяет однозначно постулировать допущение о нормальном распределении.

Сложность и неоднородность условий реализации электронных систем обусловливает необходимость исследования, в основу которого целесообразно положить специфические методы статистического анализа. Опыт проведения подобных исследований в различных областях науки и техники позволил выявить ряд методов, которые могут эффективно применяться для оценки динамики процессов функционирования электронных систем. Однако быстрое старение информации и ограниченный ее объем диктует применение методов, использующих инвариантные статистики теории стохастической индикации [2].

Сущность данного подхода заключается в том, что по малым выборкам, представленным в виде вариационного ряда, практически всегда можно найти такое преобразование, результатом которого станет статистика, не зависящая от параметров распределения генеральной совокупности. Функцию распределения такой статистики представляется целесообразным определять в результате статистического моделирования, если аналитическое построение ее затруднено. Таким образом, данный подход относится к классу непараметрических методов проверки гипотез о виде закона распределения.

Основой построения преобразования, приводящего к формированию инвариантной статистики, служит вариационный ряд $x_1^{(m)} \le x_2^{(m)} \le ... \le x_m^{(m)}$, составленный из выборки независимых случайных величин $x_1, x_2, ..., x_m$. Плотность совместного распределения членов вариационного ряда

$$f(x_1, x_2, ..., x_m) = m! \prod_{i=1}^{m} f_i(x_i),$$

где $f_i(x_i)$ – плотность распределения случайной величины $x_i$; $m$ – количество наблюдений в выборке.

Избавиться от параметров распределения генеральной совокупности можно, подвергнув члены вариационного ряда промежуточному преобразованию. Так, для выборки случайных величин $x_i$ объемом $m = 2$ из генеральной совокупности с экспоненциальным законом распределения такое преобразование имеет вид

$$\kappa = x_1 / x_2;\; x_1 \le x_2.$$

Действительно, применив обратное преобразование Н.В.Смирнова к случайным величинам $x_1$ и $x_2$, получим выражение

$$\kappa = \frac{\ln(1-\alpha_1)}{\ln(1-\alpha_2)},$$

которое зависит не от параметров экспоненциального распределения, но только от случайных величин $\alpha_1 \le \alpha_2$, равномерно распределенных с совместной плотностью вероятности $f_\alpha(\alpha_1, \alpha_2) = 2!$.

Аналогично можно показать, что для выборки объемом $m = 3$ из генеральной совокупности с равномерным законом распределения промежуточное преобразование имеет вид

$$\kappa = \frac{x_2^{(3)} - x_1^{(3)}}{x_3^{(3)} - x_1^{(3)}} = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_3 - \alpha_1},$$

где $\alpha_1 \le \alpha_2 \le \alpha_3$ – упорядоченные случайные величины, равномерно распределенные в интервале $[0;1]$.

Для выборки того же объема из генеральной совокупности с нормальным законом распределения

$$\kappa = \frac{x_2^{(3)} - x_1^{(3)}}{x_3^{(3)} - x_1^{(3)}} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_3 - \eta_1},$$

где $\eta_1 \le \eta_2 \le \eta_3$ – упорядоченные случайные величины, распределенные по стандартному нормальному закону.

Увеличение наблюдений в выборке позволяет строить совокупность промежуточных преобразований по аналогичной схеме. Такая совокупность характеризуется интегральной функцией совместного распределения $G(\kappa_i, i = \overline{1, m-r})$, где $r$ – число параметров распределения генеральной совокупности. В силу неоднозначного расположения критических зон для $\kappa_i, i = \overline{1, m-r}$ при заданном $G$ целесообразно применить метод стохастической индикации, согласно которому $G(\kappa_i, i = \overline{1, m-r})$ выступает в роли супериндикатора [1, 2].

Стохастический супериндикатор $S$ представляет собой вероятность события, исход которого зависит от соотношения двух или нескольких случайных величин. В нашем случае супериндикатор выступает в роли непараметрического критерия согласия. Правомерность его использования базируется на следующем утверждении.

Пусть требуется проверить гипотезу $H_0' : G(S) \equiv G_1(S_1)$, где $G_1(x)$ – функция гипотетического распределения случайной величины $x$. Введем в рассмотрение случайные величины $S = G(x)$ и $S_1 = G_1(x)$. Тогда, если выполняется равенство $G(x) = G_1(x)$, то справедливо выражение $H_0' : F(S) \equiv F_1(S_1)$, где $F(S)$ и $F_1(S_1)$ – функции распределения супериндикаторов $S$ и $S_1$. Следовательно, проверка гипотезы $H_0$ равносильна проверке гипотезы $H_0'$.

Процесс формирования супериндикатора $S$, его функции распределения $F(S)$ и основанного на нем непараметрического критерия согласия для некоторых основных законов распределения генеральной совокупности, а также исследование его мощности, подробно изложены в работе [2]. Заметим, что подобным образом могут быть сформированы супериндикаторы для различных законов распределений. Однако получить конечные аналитические зависимости не всегда возможно. В таких случаях задача может быть решена численными методами. При наличии некоторых априорных данных о классе распределения генеральной совокупности, например, когда известны параметры предполагаемого закона, проверить гипотезу можно, проведя преобразования имеющихся случайных величин в равномерные, нормальные или экспоненциальные и воспользовавшись соответствующим супериндикатором для идентификации преобразованных случайных величин.

**Теорема** [3]. Пусть дана выборка $x_1^{(n)}, ..., x_n^{(n)}$ случайных величин из генеральной совокупности с нормальным законом распределения $N(m, \sigma)$, где $m$ – математическое ожидание; $\sigma$ – среднеквадратическое отклонение.

Если последовательность случайных величин $x_1^{(n)},\ldots,x_n^{(n)}$ представить в виде вариационного ряда

$$x_1^{(n)} < \ldots < x_k^{(n)} < \ldots < x_n^{(n)},$$

где $x_k^{(n)} = \sum_{i=1}^{n-1} x_i^{(n)} / k$ и $k = n - 2$, то плотность совместного распределения отношения

$$\kappa = \frac{x_k^{(n)} - x_1^{(n)}}{x_n^{(n)} - x_1^{(n)}},\ \kappa \in [0;1],\ n = 3,\ldots,\infty$$

имеет вид

$$f(\kappa) = \frac{(A - \kappa)}{\operatorname{arctg}\sqrt{k}\sqrt{\kappa^2 - 2\kappa + A}\left(\kappa^2 - 2\kappa + A\right)},$$

где $A = (k+1)/k$

***Доказательство.*** В рассмотрение следует ввести случайные величины

$$y_1 = \frac{\eta_k^{(n)}}{\sqrt{k}} - \eta_1^{(n)};\ y_2 = \frac{\frac{\eta_k^{(n)}}{\sqrt{k}} - \eta_1^{(n)}}{\eta_n^{(n)}};$$

$$\kappa = \frac{\frac{\eta_k^{(n)}}{\sqrt{k}} - \eta_1^{(n)}}{\eta_n^{(n)} - \eta_1^{(n)}}.$$

Тогда

$$\eta_1^{(n)} = y_1\left(\frac{1}{y_2} - \frac{1}{\kappa}\right);\ \eta_k^{(n)} = y_1\sqrt{k}\left(1 + \frac{1}{y_2} - \frac{1}{\kappa}\right);$$

$$\eta_n^{(n)} = \frac{y_1}{y_2}.$$

Следовательно, якобиан

$$\frac{\partial\left(\eta_1^{(n)},\eta_k^{(n)},\eta_n^{(n)}\right)}{\partial(y_1, y_2, \kappa)} =$$

$$= \begin{vmatrix} \frac{1}{y_2} - \frac{1}{\kappa} & -\frac{y_1}{y_2^2} & \frac{y_1}{\kappa^2} \\ \left(1 + \frac{1}{y_2} - \frac{1}{\kappa}\right)\sqrt{k} & -\frac{y_1}{y_2^2}\sqrt{k} & \frac{y_1}{\kappa^2}\sqrt{k} \\ \frac{1}{y_2} & -\frac{y_1}{y_2^2} & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= -\sqrt{k}\,\frac{y_1^2}{y_2^2\kappa^2}.$$

Значит

$$f(y_1, y_2, \kappa) = \frac{1}{C_{\text{н}}} f\left(\eta_1^{(n)}, \eta_k^{(n)}, \eta_n^{(n)}\right) \times$$

$$\times \begin{vmatrix} \frac{1}{y_2} - \frac{1}{\kappa} & -\frac{y_1}{y_2^2} & \frac{y_1}{\kappa^2} \\ \left(1 + \frac{1}{y_2} - \frac{1}{\kappa}\right)\sqrt{k} & -\frac{y_1}{y_2^2}\sqrt{k} & \frac{y_1}{\kappa^2}\sqrt{k} \\ \frac{1}{y_2} & -\frac{y_1}{y_2^2} & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{3!\exp(\,y_2/2)dy_1^2\sqrt{k}}{(2\pi)^{2/3}\,y_2^2\kappa^2 C_{\text{н}}}.$$

где $C_{\text{н}}$ – коэффициент нормирования. Поэтому

$$f(y_2, \kappa) = \frac{3}{\pi C_{\text{н}}}\frac{\sqrt{k}}{y_2^2\kappa^2 d\sqrt{d}},$$

где $d = \dfrac{ay_2^2 + ay_2 + k\kappa^2 + 2\kappa^2}{y_2^2\kappa^2}$.

Введем обозначения:

$$a = k\kappa^2 - 2k\kappa + k + 1;$$

$$b = 2k\kappa^2 - 2k\kappa - 2\kappa;$$

$$c = 2\kappa^2 + k\kappa^2;$$

$$b_1 = b/a;\ c_1 = c/a.$$

Тогда

$$f(y_2, \kappa) = \frac{3}{\pi C_{\text{н}}} \times$$

$$\times \frac{\kappa y^2\sqrt{k}}{a\sqrt{a}(y_2^2 + b_1 y_2 + c_1)\sqrt{y_2^2 + b_1 y_2 + c_1}}.$$

Следовательно,

$$f(\kappa) = \frac{3\sqrt{k}\kappa}{\pi a\sqrt{a}C_{\text{н}}}\left\{y_1 - \frac{b_1}{2}y_2\right\};$$

$$f(\kappa)=\frac{3\sqrt{k}\kappa\cdot 4\left(2k\kappa^2-2k\kappa-2\kappa\right)}{\pi C_{\text{н}}\sqrt{a}(b^2-4ac)},$$

где $b^2-4ac=4\kappa^2\{-2\kappa^2k+2k\kappa-(k+1)\}$.

Таким образом,

$$f(\kappa)=\frac{3}{\pi C_{\text{н}}}\frac{(A-\kappa)}{\pi C_{\text{н}}\sqrt{\kappa^2-2\kappa+A}\left(\kappa^2-2\kappa+A\right)}.$$

Учитывая, что

$$F(\kappa)=\frac{6}{\pi C_{\text{н}}}\operatorname{arctg}\left(\frac{\kappa}{\sqrt{\kappa^2-2\kappa+A}}\right)$$

и

$$C_{\text{н}}=\frac{6}{\pi}\operatorname{arctg}\sqrt{k},$$

получим окончательно

$$f(\kappa)=\frac{A-\kappa}{\operatorname{arctg}\sqrt{k}\left(2\kappa^2-2\kappa+A\right)\sqrt{2\kappa^2-2\kappa+A}}.$$

Следовательно

$$F(\kappa)=\frac{\operatorname{arctg}\dfrac{\kappa}{\sqrt{\kappa^2-2\kappa+A}}}{\operatorname{arctg}\sqrt{k}}.$$

Процедура проверки гипотезы о принадлежности выборки генеральной нормальной совокупности заключается в следующем.

1. По выборке случайных величин $x_1^{(n)},\ldots,x_n^{(n)}$ строится вариационный ряд

$$x_1^{(n)}<\ldots<x_k^{(n)}<\ldots<x_n^{(n)},$$

где $x_k^{(n)}=\sum\limits_{i=1}^{n-1}x_i^{(n)}/k$ и $k=n-2$, и вычисляется

$$\kappa=\frac{x_k^{(n)}-x_1^{(n)}}{x_n^{(n)}-x_1^{(n)}}.$$

2. Рассчитывается значение супериндикатора

$$S_{\text{р}}=F(\kappa)=\frac{\operatorname{arctg}\dfrac{\kappa}{\sqrt{\kappa^2-2\kappa+A}}}{\operatorname{arctg}\sqrt{k}}.$$

3. Определяется критическое значение суперииндикатора $S_{\text{кр}}=a$, где $a$ – уровень значимости.

4. Сравниваются расчетное ($S_{\text{р}}$) и критическое ($S_{\text{кр}}$) значения суперииндикатора. Если $S_{\text{р}}<S_{\text{кр}}$, то гипотеза о нормальном законе распределения исходной выборки отвергается; если $S_{\text{р}}>S_{\text{кр}}$, то отвергнуть выдвинутую гипотезу нет оснований.

Расширение возможностей применения метода, предложенного для идентификации моделей отказов (в том числе и вероятностно-физических) радиоаппаратуры, достигается с помощью предварительного операторного (алгебраического или интегродифференциального) преобразования исходной информации.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Афанасьева О.В.* Расчет надежности сложной системы / О.В.Афанасьева, Н.В.Глозштейн // Анализ и прогнозирование систем управления: Труды 9-й Междунар. науч.-практ. конф. молодых ученых, студентов и аспирантов. СПб, 2008. С.210-213.

2. *Клавдиев А.А.* Метод идентификации марковских процессов по ограниченной информации / А.А.Клавдиев, А.В.Воловик, В.А.Гайфутдинов // Стандартизация военной техники. 1993. № 2. С. 58-69.

3. *Клавдиев А.А.* Метод непараметрической идентификации функций потребности и стоимости грузозахватных средств транспортных терминалов / А.А.Клавдиев, А.В.Соскин, С.В.Соскин // Анализ, прогнозирование и управление в сложных системах: Труды Российско-польской конф. СПб, 2006. С. 283-290.

## REFERENCES

1. *Afanasyeva O.V., Glozshteyn N.V.* Calculation of reliability of complex systems // Analysis and forecasting management systems: Proceedings of the 9th International scientific-practical conference of young scientists and graduate students. Saint Petersburg, 2008. P.210-213.

2. *Klavdiev A.A., Volovik A.V., Gajfutdinov V.A.* An identification method processes of Markov under the limited information // Military technology Standardization. 1993. N 2. P.58-69.

3. *Klavdiev A.A., Soskin A.V., Soskin S.V.* Method of nonparametric identification of functions of requirement and cost of equipment elevating means of transport terminals // Analysis, forecasting and management in difficult systems: Works of the Russian-Polish conference. Saint Petersburg, 2006. P.283.