# *ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ В УПРАВЛЕНИИ*

# *INFORMATION TECHNOLOGIES AND THE SYSTEM ANALYSIS IN MANAGEMENT*

УДК 519.8

**Г.И.АНКУДИНОВ,** *д-р техн. наук, профессор, gankoudi@mail.ru*
**И.Г.АНКУДИНОВ,** *канд. техн. наук, доцент, ivgank@rambler.ru*
*Национальный минерально-сырьевой университет «Горный», Санкт-Петербург*

**G.I.ANKUDINOV,** *Dr. in eng. sc., professor, gankoudi@mail.ru*
**I.G.ANKUDINOV,** *PhD in eng. sc., associate professor, ivgank@rambler.ru*
*National Mineral Resources University (Mining University), Saint Petersburg*

## МУЛЬТИКРИТЕРИАЛЬНЫЙ ВЫБОР РЕШЕНИЙ НА ОСНОВЕ ПРЕДЕЛЬНЫХ УСТУПОК И КОЭФФИЦИЕНТОВ ЗАМЕЩЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Для получения весовых коэффициентов линейной свертки частных критериев предлагается использовать экспертную оценку коэффициентов замещения показателей. Понятие коэффициента замещения показателя является менее субъективным и более четким, чем понятие веса нормированного показателя. Недостатком линейных сверток, которые часто используют на практике для скаляризации векторного критерия, является их нечувствительность к отклонению сравниваемых кортежей от некоторого эталонного (целевого) вектора. Схема скаляризации на основе взвешенного степенного среднего (ВСС), названная гармонизацией, одновременно поощряет как приближение к соотношению показателей целевого вектора, так и улучшение отдельных компонентов векторного критерия. Для получения параметров ВСС эксперты оценивают предельную уступку для каждого показателя. Предельная уступка определяется как наибольшее отклонение показателя от его целевого значения в сторону ухудшения, которое может быть скомпенсировано за счет идеальных значений всех остальных показателей. Показана возможность реализовать свертку в форме ВСС, обеспечивающую одновременно заданные коэффициенты замещения для всех показателей, заданную предельную уступку для показателя с наибольшим весом и приемлемые значения предельных уступок для остальных показателей. Приведены примеры построения интегрального критерия технико-экономического совершенства процессов производства блюмов, слябов и заготовок.

***Ключевые слова*:** весовой коэффициент, линейная свертка, коэффициент замещения, взвешенное степенное среднее, предельная уступка.

## MULTICRITERIA DECISION MAKING BASED ON MARGINAL CRITERIA CONCESSIONS AND RATES OF SUBSTITUTION

To obtain weight coefficients for a linear convolution of partial criteria, expert evaluation of rates of substitution is proposed. The notion of rate of substitution is less subjective and more straightforward than that of «normalized indicator weight». The drawback of linear convolu-

tions, ubiquitous in scalarization of vector criteria, is their lack of sensitivity to the deviation of vectors under comparison from some reference (target) vector. Power Weighted Mean (PWM) scalarization procedure, named harmonization, encourages approach to the ratio of indicators of a target vector as well as improvement of separate components of vector criterion. To obtain the parameters of a PWM, experts evaluate every indicator's marginal concession. The later is defined as the greatest deviation of the indicator towards deterioration from its target value, which can be compensated for the account of ideal values of all other indicators. The possibility to realize convolution in the form of a PWM, providing at the same time the set rates of substitution for the target vector, the set marginal concession for the indicator with the greatest weight and acceptable values of marginal concessions for other indicators, is shown. Examples of forming an integral criterion of performance excellence for blooms, slabs, and bigots manufacturing processes are presented.

***Key words*:** weight coefficient, linear convolution, rate of substitution, power weighted mean, marginal concession.

Одним из направлений «гармоничного» развития и повышения конкурентоспособности горных предприятий и предприятий переработки минерального сырья является использование автоматизированных систем поддержки принятия решений, обеспечивающих эффективное, использование финансовых, интеллектуальных, социальных и природных ресурсов. Под гармонизацией мы понимаем оптимальное приближение к требуемому уровню и соотношению компонентов векторных критериев (частных показателей), характеризующих проектные и управленческие решения на всех уровнях иерархии рассматриваемой системы [13].

**Проблема многокритериального выбора.** Пусть задано множество сравниваемых вариантов $V$ и множество кортежей $M_Y = \{Y(v) \mid v \in V\}$, где $Y(v) = (Y_1(v), ..., Y_n(v))$ – кортеж частных показателей (векторный критерий), характеризующий вариант $v \in V$. Показатель, для которого желательным является возрастание, будем называть позитивным, а показатель, для которого желательным является уменьшение – негативным. Соответственно будем говорить о значениях «направленности»: max-направленности для позитивных показателей и min-направленности для негативных. На представительном симпозиуме «Исследование операций и анализ развития науки» В.И.Борисов удачно сформулировал три основных аспекта проблемы мультикритериального выбора [11, с.72-91]:

1) выбор принципа оптимальности, позволяющего сравнивать векторы эффективности на основе некоторой схемы компромисса;

2) нормализация составляющих векторного критерия эффективности;

3) учет приоритета (или различной степени важности) локальных критериев.

Несмотря на то, что упомянутый симпозиум проходил 40 лет назад, проблема многокритериального выбора остается актуальной.

**Линейные свертки, функции нормирования и весовые коэффициенты.** Распространенный способ задания принципа оптимальности для решения мультикритериальных оптимизационных задач – использование интегральных критериев в виде линейной свертки частных критериев:

$$f(y) = \sum_{i=1}^{i=n} w_i y_i , \qquad (1)$$

где $y = (y_1, ..., y_n)$, $y_i \geq 0$ – нормированное значение $i$-го показателя; $w_i \geq 0$ – вес $i$-го показателя. Веса $w_i$ $(i \in 1:n)$ позволяют учитывать степень важности локальных критериев и нормализуются так, что $\sum_{i=1}^{i=n} w_i = 1$.

Для нормирования показателей используется некоторый эталонный вектор, который будем называть целевым и обозначать $Y_{\text{ц}}$. В качестве составляющих $Y_{\text{ц}} = (Y_{\text{ц}1}, ..., Y_{\text{ц}n})$ могут выступать ограничения технического задания в задачах проектирования или пла-

новые значения показателей в задачах управления.

Поскольку свертка – целевая функция $f(y)$ – также характеризуется одним из двух возможных значений направленности (возрастание или убывание), функцию нормирования показателей запишем в виде

$$y_i = \text{norm}(Y_i;\ Y_{\text{ц}i},\ d(Y_i),\ d(f),\ B_i),$$

где $d(Y_i) \in \{\max,\min\}$ – направленность ненормированного показателя $Y_i$; $d(f) \in \{\max,\min\}$ – требуемая направленность свертки $f(y)$; $B_i$ – смещение, ограничивающее диапазон возможных значений нормируемого показателя. Нормирующая функция строится так, что направленность всех нормированных показателей

$$y_i = \text{norm}(Y_i;\ Y_{\text{ц}i},\ d(Y_i),\ d(f),\ B_i)$$

одинакова и совпадает с направленностью $f(y)$.

Возможны два основных варианта нормирования показателей, предпочтительное направление изменения которых не совпадает с выбранным направлением целевой функции:

• использование обратного значения показателя;

• использование отрицательного значения показателя с положительным смещением.

Отметим, что для нормированных целевых значений должно выполняться

$$y_{\text{ц}i} = \text{norm}(Y_{\text{ц}i};\ Y_{\text{ц}i},\ d(Y_i),\ d(f),\ B_i) = 1$$

$$(i \in 1:n).$$

В табл.1 приведены некоторые формулы нормирования. Если целевое значение негативного показателя не может быть равным нулю, в графе «Условия применения» записано неравенство $Y_{\text{ц}i} > 0$. Если целевое значение негативного показателя равно нулю, то следует использовать формулы из табл.1, для которых в этой графе записано неравенство $Y_{\text{ц}i} \geq 0$.

Распространенный подход при использовании линейной свертки заключается в том, что весовые коэффициенты частным показателям назначаются независимо от принятого способа нормирования. Весовой коэффициент – это числовой коэффициент, параметр, отражающий значимость, относительную важность, вес данного фактора, показателя в сравнении с другими факторами, оказывающими влияние на изучаемый процесс [14]. Покажем, что первичным является понятие коэффициент замещения показателя, а весовой коэффициент зависит от способа нормирования частных показателей.

*Таблица 1*

**Формулы для нормирования показателей**

| № п/п | Условия применения | $\text{norm}(Y_i;\ Y_{\text{ц}i},\ d(Y_i),\ d(f),\ B_i)$ |
|---|---|---|
| 1 | $d(f) \in \{\min,\max\};$ $d(f) = d(Y_i);\ Y_{\text{ц}i} > 0$ | $y_i = (Y_i - B_i)/(Y_{\text{ц}i} - B_i)$ |
| 2 | $d(f) = \max;$ $d(Y_i) = \min;\ Y_{\text{ц}i} > 0$ | $y_i = (Y_{\text{ц}i} - B_i)/(Y_i - B_i)$ |
| 3 | $d(f) = \max;$ $d(Y_i) = \min;\ Y_{\text{ц}i} \geq 0$ | $y_i = (B_i - Y_i)/(B_i - Y_{\text{ц}i})$ |

**Коэффициенты замещения показателей.** Рассмотрим уравнение гиперплоскости безразличия для целевого значения линейной свертки

$$F(Y_1, \ldots, Y_n) =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} w_i \,\text{norm}(Y_i;\ Y_{\text{ц}i},\ d(Y_i),\ d(f),\ B_i) = 1. \quad (2)$$

Коэффициентом замещения показателя $Y_j$ показателем $Y_i$ назовем производную

$$c_{ij} = \left.\frac{dY_i}{dY_j}\right|_{Y = Y_{\text{ц}}}$$

для целевого набора показателей $Y = Y_{\text{ц}}$. Коэффициент замещения показывает величину приращения $Y_j$, эквивалентную, с точки зрения лица, принимающего решение (ЛПР), единичному приращению $Y_i$. Если направленности $Y_i$ и $Y_j$ совпадают, то $c_{ij} < 0$. Для $n$ показателей достаточно задать $n-1$ коэффициентов замещения для некоторого фиксированного $i = h$, например

для $h=1$: $\{c_{hj} \mid j=2,\ldots,n\}$. Понятие коэффициента замещения является первичным, поскольку вес нормированного показателя зависит как от предельной нормы замещения показателя, так и от способа нормирования. Для получения выражения, связывающего коэффициент замещения с соответствующим весовым коэффициентом, уравнение гиперплоскости безразличия для целевого значения свертки перепишем в виде

$$\varphi(Y_1,\ldots,Y_n) = \\ = \sum_{i=1}^{n} w_i \operatorname{norm}(Y_i; Y_{\text{ц}i}, d(Y_i), d(f), B_i) - 1 = 0. \quad (3)$$

Тогда для получения $\dfrac{dY_i}{dY_j}$ можем использовать формулу дифференцирования неявно заданных функций

$$\frac{d\varphi}{dY_j} + \frac{d\varphi}{dY_i}\frac{dY_i}{dY_j} = 0, \quad (4)$$

причем

$$\frac{d\varphi}{dY_i} = w_i \frac{d\operatorname{norm}(Y_i;\ Y_{\text{ц}i},\ d(Y_i),\ d(f),\ B_i)}{dY_i}.$$

Нас интересуют производные $\dfrac{d\varphi}{dY_i}$ в целевой точке, т.е.

$$\left.\frac{d\varphi}{dY_i}\right|_{Y=Y_{\text{ц}}} = w_i\,\delta_i(B_i),$$

где

$$\delta_i(B_i) = \left.\frac{d\operatorname{norm}(Y_i;Y_{\text{ц}i},d(Y_i),d(f),B_i)}{dY_i}\right|_{Y_i=Y_{\text{ц}i}}. \quad (5)$$

Из формулы (4) с учетом (5) получим

$$c_{ij} = \left.\frac{dY_i}{dY_j}\right|_{Y=Y_{\text{ц}}} = -\frac{w_j\,\delta_j(B_j)}{w_i\,\delta_i(B_i)},$$

откуда

$$w_j = -w_i\,c_{ij}\,\delta_i(B_i)/\delta_j(B_j). \quad (6)$$

Для некоторого $i=h$ можем записать

$$\sum_{j=1}^{n} w_j = w_h(1-\delta_h(B_h)\textstyle\sum_{j\neq h} c_{hj}/\delta_j(B_j)) = 1,$$

откуда

$$w_h = 1/(1-\delta_h(B_h)\textstyle\sum_{j\neq h} c_{hj}/\delta_j(B_j)). \quad (7)$$

**Пример 1.** Пусть заданы целевые показатели проката (блюмов, слябов и заготовок) на 1 т продукции: потери металла $Y_{\text{ц}1}=0$; расход условного топлива, электроэнергии и воды соответственно $Y_{\text{ц}2}=0{,}36$ т; $Y_{\text{ц}3}=12$ кВт·ч; $Y_{\text{ц}4}=2500$ м$^3$/ч. Заданы также коэффициенты замещения (потери металла, эквивалентные единице расхода топлива, электроэнергии и воды) $c_{12}=-0{,}25$; $c_{13}=-0{,}004$; $c_{14}=-0{,}00003$ соответственно. Найти весовые коэффициенты.

***Решение.*** Интегральный показатель технико-экономической эффективности представим в виде

$$F(Y_1,Y_2,Y_3,Y_4) = w_1\frac{B_1-Y_1}{B_1-Y_{\text{ц}1}} + w_2\frac{Y_{\text{ц}2}-B_2}{Y_2-B_2} + \\ + w_3\frac{Y_{\text{ц}3}-B_3}{Y_3-B_3} + w_4\frac{Y_{\text{ц}4}-B_4}{Y_4-B_4}.$$

Для $Y_1$ используем формулу п.3 из табл.1, поскольку $Y_{\text{ц}1}=0$. Примем следующие значения смещений: $B_1=0{,}1$; $B_2=0$; $B_3=0$; $B_4=0$. Тогда производные функции нормирования по формуле (5) следующие:

$$\delta_1(B_1) = -1/(B_1-Y_{\text{ц}1}) = -10;$$
$$\delta_2(B_2) = -1/Y_{\text{ц}2} = -2{,}7778;$$
$$\delta_3(B_3) = -1/Y_{\text{ц}3} = -0{,}0833;$$
$$\delta_4(B_4) = -1/Y_{\text{ц}4} = -0{,}0004.$$

По формуле (7) для $h=1$ находим $w_1=0{,}3195$, а по формуле (6) $w_2=0{,}2875$; $w_3=0{,}1534$; $w_4=0{,}2396$.

**Нелинейные свертки на основе степенного среднего.** А.А.Богданов считал, что главной особенностью хорошо организованного комплекса является «гармоническое сочетание частей» [10]. Схему компромисса в многокритериальном выборе, которая одновременно поощряет как приближение $Y(v)$ к соотношению показателей целе-

вого вектора $Y_{\text{ц}}$, так и улучшение отдельных компонентов $Y(v)$, назовем гармонизацией. Недостатком линейных сверток, которые часто используют на практике, является их нечувствительность к отклонению сравниваемых кортежей от некоторого целевого вектора $Y_{\text{ц}}$ (см., например, [12]).

В работах [1-10, 16] предложена реализация интегрального принципа оптимальности в форме взвешенного степенного среднего (ВСС):

$$f(y) = M_r(w, y) = \left( \sum_{i=1}^{i=n} w_i y_i^r \right)^{1/r}, \qquad (8)$$

которое отличается от линейной свертки (1) только одним дополнительным параметром – степенью среднего $r$, причем $r \in (-\infty, +\infty)$. Свойства ВСС достаточно хорошо исследованы [15]: ВСС позволяет достаточно просто агрегировать часть показателей в один укрупненный критерий и строить многоуровневую систему многокритериальной оценки сложных иерархически организованных комплексов (иерархий) [8, 9].

В работах [3, 4, 6-8] показано, что для $r \le 1$ и $r \ge 1$ целесообразно использовать $M_r(w, y)$ как интегральный критерий max-направленности и min-направленности соответственно. В частности,

$$M_r(w, y)\big|_{r \to -\infty} = \min(y_1, ..., y_n) \to \max$$

(максиминный критерий),

$$M_r(w, y)\big|_{r=0} = \prod_{i=1}^{n} y_i^{w_i} \to \max$$

(мультипликативный критерий). Если ВСС минимизируется, то значение степени $r \ge 1$. В частности,

$$M_r(w, y)\big|_{r \to +\infty} = \max(y_1, ..., y_n) \to \min$$

(минимаксный критерий, или критерий чебышевского равномерного приближения).

Первоначально в работах [1, 2] для определения параметров $r$ и $w = (w_1, ..., w_n)$ нелинейной свертки $M_r(w, y)$ были предложены методы, в которых эксперты должны были указать $n+1$ пример попарно «равноценных» векторов показателей. Однако установление «равноценности» векторов показателей недостаточно четкое.

Позднее была предложена более практичная методика определения параметров свертки $w$ и $r$, которая отличается тем, что определяет «мягкий» принцип оптимальности [3-9, 16]. Для реализации этого принципа необходимо задать вектор целевых значений $Y_{\text{ц}} = (Y_{\text{ц}1}, ..., Y_{\text{ц}n})$ показателей, определяющий их желаемое, гармоничное соотношение. Как уже было сказано выше, в качестве $Y_{\text{ц}i}$ $(i \in 1:n)$ целесообразно взять плановое значение показателя или его допустимое значение, приведенное в техническом задании на проектируемый объект.

Кроме того, наряду с целевым значением $Y_{\text{ц}i}$, необходимо получить от ЛПР предельно допустимое отклонение $\Delta Y_{\text{ц}i}$ каждого показателя от целевого значения в сторону ухудшения, т.е. предельно допустимую уступку (проигрыш), которая может быть компенсирована за счет идеальных значений остальных показателей.

Расчет параметров свертки осуществляется из условия обеспечения требуемых предельных компенсируемых значений (ПК-значений) $\tilde{Y}_i = Y_{\text{ц}i} - \Delta Y_{\text{ц}i}$ для позитивных показателей и $\tilde{Y}_i = Y_{\text{ц}i} + \Delta Y_{\text{ц}i}$ для негативных показателей. Для нормированных ПК-значений позитивных и негативных показателей соответственно имеем $\tilde{y}_i = 1 - \Delta\tilde{y}_{\text{ц}i}$ и $\tilde{y}_i = 1 + \Delta\tilde{y}_{\text{ц}i}$, где $\Delta\tilde{y}_{\text{ц}i}$ – нормированная предельная уступка. Для определения $r$ необходимо решить относительно этого параметра уравнение [5-9, 16]

$$\sum_{i=1}^{i=n} 1/\tilde{y}_i^r = 1, \qquad (9)$$

где $\tilde{y}_i$ – нормированное ПК-значение $i$-го показателя.

Начальное приближение для степени $r$ среднего $M_r(w, y) = (\sum_{i=1}^{n} w_i y_i^r)^{1/r}$ по известному среднему значению ПК-значений $\tilde{y}_{\text{ср}} = \sum_{i=1}^{n} \tilde{y}_i$ дает формула $r \approx \ln n / \ln \tilde{y}_{\text{ср}}$. Рас-

чет весов для $r<0$ или для $r>1$ выполняется по формуле [5-9, 16]

$$w_i = 1/\tilde{y}_i^r. \qquad (10)$$

**Пример 2.** Для целевых значений (см. пример 1) заданы ПК-значения: $\tilde{Y}_1 = 0{,}02$ т, $\tilde{Y}_2 = 0{,}4$ т; $\tilde{Y}_3 = 14$ кВт·ч; $\tilde{Y}_4 = 2800$ м$^3$/ч. Найти веса показателей.

***Решение.*** Используя формулы нормирования из примера 1 получим нормированные ПК-значения:

$$\tilde{y}_1 = (B_1 - \tilde{Y}_1)/(B_1 - Y_{ц1}) = 0{,}8;$$

$$\tilde{y}_2 = Y_{ц2}/\tilde{Y}_2 = 0{,}36/0{,}4 = 0{,}9;$$

$$\tilde{y}_3 = Y_{ц3}/\tilde{Y}_3 = 12/14 = 0{,}8571;$$

$$\tilde{y}_4 = Y_{ц4}/\tilde{Y}_4 = 2500/2800 = 0{,}8929.$$

Уравнение (9) для данного случая имеет вид $1/\tilde{y}_1^r + 1/\tilde{y}_2^r + 1/\tilde{y}_3^r + 1/\tilde{y}_4^r = 1$. Решив его, найдем $r = -9{,}9398$. По формуле (10) веса показателей

$$w_1 = 0{,}1088;\ w_2 = 0{,}3509;\ w_3 = 0{,}2159;$$
$$w_4 = 0{,}3243.$$

*Таблица 2*

**Пример расчета интегрального критерия**

| Вариант | Показатель | | | | Свертка | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $Y_1$ | $Y_2$ | $Y_3$ | $Y_4$ | линейная ($r = 1$) | ВСС ($r = -9{,}9398$) |
| 1 | 0,015 | 0,4 | 13 | 2400 | 0,9894 | 0,9450 |
| 2 | 0,08 | 0,3 | 10 | 2300 | 0,8694 | 0,3125 |
| 3 | 0,01 | 0,45 | 11 | 2900 | 0,9633 | 0,8546 |

В табл.2 приведены результаты расчета интегрального критерия для трех вариантов производственного процесса. Из табл.2 видно, что интегральный критерий на основе ВСС четко реагирует на существенное отклонение $Y_1$ от целевого значения для варианта 2.

**Нелинейные свертки с заданными весами показателей в целевой точке.** Линеаризация $M_r(w, y)$ ВСС (8) в целевой точке дает линейную свертку с весовыми коэффициентами $w_i$ $(i \in 1:n)$ [2, на с.173 формула для $\partial M_r(w, y)/\partial y_i$)]. Возникает вопрос, можно ли реализовать свертку в форме ВСС, обеспечивающую одновременно заданные веса (предельные номы замещения) в целевой точке и заданные предельные уступки? Из формулы (10) следует, что весовой коэффициент $w_i$, нормированное ПК-значение $\tilde{y}_i$ и соответствующая уступка $\Delta\tilde{y}_{цi}$ тесно взаимосвязаны, однако имеется некоторая степень свободы с варьированием смещения $B_i$ для каждого показателя. С учетом сказанного, если отказаться от жесткого задания вектора $B = (B_1, ..., B_n)$, можно построить итерационный процесс варьирования этого вектора таким образом, чтобы значения весов $w_i$ линейной свертки, вычисленные по формулам (7) и (6), совпали с заданной точностью с весами, вычисляемыми по формуле (10) для нелинейной свертки.

Можно предложить также следующее частичное решение, когда наряду с коэффициентами замещения для всех показателей задается предельная уступка $\Delta Y_{цh}$ и соответственно ПК-значение $\tilde{Y}_h$ для показателя с наибольшим весом $w_h = \max(w_1, ..., w_n)$. Тогда можно определить степень среднего

$$r = -\ln w_h / \ln \tilde{y}_h, \qquad (11)$$

а затем вычислить нормированные ПК-значения для остальных показателей по формуле

$$\tilde{y}_i = 1/w_i^{1/r} \quad (i \neq h). \qquad (12)$$

Эти значения не противоречат здравому смыслу, поскольку из анализа формулы (12) следует, что нормированная предельная уступка $\Delta\tilde{y}_{цi} = 1 - \tilde{y}_i$ для позитивных $(r<0)$ показателей и $\Delta\tilde{y}_{цi} = \tilde{y}_i - 1$ $(r>1)$ для негативных показателей с ростом $w_i$ $(i \in 1:n)$ уменьшается.

В примере 1 наибольший вес $w_1 = 0{,}3195$ имеет показатель $Y_1$ с нулевым целевым значением. Если использовать ПК-значение $\tilde{Y}_1 = 0{,}02$ т и соответственно

$\tilde{y}_1 = 0{,}8$ (из примера 2), то по формуле (11) получим $r = -\ln w_2 / \ln \tilde{y}_2 = -5{,}1133$.

Сравнивая крайние случаи ВСС при $r = 1$ и $|r| \to \infty$ (чебышевское равномерное приближение – максимин или минимакс), мы отдаем предпочтение последнему, поскольку он дает интегральную оценку приближения к требуемым уровням по всем составляющим векторного критерия. В этом случае используется следующая схема:

• показатели нормируются относительно $Y_{\text{ц}}$;

• в качестве интегрального критерия используется $\min(y_1, ..., y_n)$ или $\max(y_1, ..., y_n)$.

Однако интегральный критерий в форме максимина (минимакса) слишком «жесткий», поэтому на практике целесообразнее использовать $M_r(w, y)$ при $|r| >> 1$.

Достоинство функций свертки в форме ВСС заключается в том, что они позволяют создать компактную нормативную метрику для независимой автоматической оценки решений, причем вводится только один новый параметр – степень, определяющая уровень предельных уступок по каждому показателю, и привычная система весов показателей, определяющая распределение уступок между составляющими векторного критерия.

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Анкудинов Г.И.* Об одном общем подходе к свертыванию частных критериев эффективности // Автоматизированные системы управления. Л., 1974. Вып.1. С.39-41.

2. *Анкудинов Г.И.* Синтез структуры сложных объектов. Л., 1986. 260 с.

3. *Анкудинов Г.И.* Нелинейная свертка частных критериев на основе интервальных оценок / Г.И.Анкудинов, И.Г.Анкудинов // Материалы научной конференции. СПб, 2003. Ч.1. С.136-139.

4. *Анкудинов И.Г.* Обобщенная целевая функция для мультикритериального выбора в задачах управления и проектирования // Технологии приборостроения. 2006. № 2. С.55-61.

5. *Анкудинов И.Г.* Программа ObjFunc для расчета параметров целевой функции в задачах многокритериального выбора. Свидетельство об отраслевой регистрации разработки № 8717 от 10 июля 2007 г.

6. *Анкудинов И.Г.* Автоматизация структурного синтеза и принятия решений в управлении и проектировании. СПб, 2008. 202 с.

7. *Анкудинов Г.И.* Комплексный критерий эффективности и надежности / Г.И.Анкудинов, И.Г.Анкудинов // Надежность. 2010. № 4. С.33-39.

8. *Анкудинов И.Г.* Многокритериальная оценка иерархических систем на основе степенного среднего // Надежность. 2011. № 1. С.9-16.

9. *Анкудинов Г.И.* Гармонизация иерархий на основе взвешенного степенного среднего / Г.И.Анкудинов, И.Г.Анкудинов // Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD'2012): Мат.6-й конф. М., 2012. Т.1. С.139.

10. *Богданов А.А.* Тектология: Всеобщая организационная наука. М., 2003. 496 с.

11. Исследование операций. Методологические аспекты. М., 1972. 136 с.

12. *Ногин В.Д.* Упрощенный вариант метода анализа иерархий на основе нелинейной свертки критериев. 2004. Режим доступа: http: // www. apmath. spbu. ru / ru / staff / nogin / nogin_p11. pdf, свободный.

13. *Пономаренко Т.В.* Модель стратегического управления конкурентоспособностью интегрированной компании / Т.В.Пономаренко, Ф.Д.Ларичкин // Экономические и социальные перемены: факты, тенденции, прогноз. 2010. № 6 (18). С.131-139.

14. *Райзберг Б.А.* Современный экономический словарь / Б.А.Райзберг, Л.Ш.Лозовский, Е.Б.Стародубцева; 5-е изд., перераб. и доп. М., 2006. 495 с.

15. *Харди Г.Г.* Неравенства / Г.Г.Харди, Д.Е.Литтльвуд, Г.Полиа. М., 1948. 456 с.

16. *Ankoudinov G.I., Ankoudinov I.G., Strizhachenko A.I.* Goal functions from minimax to maximin in multicriteria choice and optimization // Innovations and Advanced Techniques in Systems, Computing Sciences and Software Engineering / Ed. Kh. Elleithy. Springer, 2008. P.192-197.


## REFERENCES


1. *Ankudinov G.I.* On one general approach to convolution of partial criteria of efficiency // Automated control systems. Leningrad, 1974. N 1. P.39-41.

2. *Ankudinov G.I.* Synthesis of structure of complex objects. Leningrad, 1986. 260 p.

3. *Ankudinov G.I., Ankudinov I.G.* Nonlinear convolution of partial criteria on the basis of interval estimates // Materials of scientific conference. Saint Petersburg, 2003. Part 1. P.136-139.

4. *Ankudinov I.G.* The generalized criterion function for a multicriteria choice in problems of management and design // Technologies of instrument making. 2006. N 2. P.55-61.

5. Ankudinov I.G. The ObjFunc program for calculation of parameters of criterion function in problems of a multicriteria choice. The certificate on branch registration of development N 8717 of July 10, 2007.

6. *Ankudinov I.G.* Automation of structural synthesis and decision-making in management and design. Saint Petersburg, 2008. 202 p.

7. *Ankudinov G.I. Ankudinov I.G.* Complex criterion of efficiency and reliability // Reliability. 2010. N 4. P.33-39.

8. *Ankudinov I.G.* Multicriteria assessment of hierarchical systems on the basis of the weighted power mean // Reliability. 2011. N 1. P.9-16.

9. *Ankudinov G.I. Ankudinov I.G.* Harmonization of hierarchies on the basis of the weighed power mean // Management of development of large-scale systems (MLSD'2012). Rep. 6th international conf. Moscow, 2012. Vol.1. P.139.

10. *Bogdanov A.A.* Tektologiya: General organizational science. Moscow, 2003. 496 p.

11. Operations Research. Methodical aspects. Moscow, 1972. 136 p.

12. *Nogin V.D.* The simplified option of a method of the analysis of hierarchies on the basis of nonlinear convolution of criteria. 2004. Access mode: http: // www. apmath. spbu. ru / ru / staff / nogin / nogin_p11. pdf, free.

13. *Ponomarenko T.V., Larichkin F.D.* Model of strategic management of competitiveness of the integrated company // Economic and social changes: facts, tendencies, forecast. 2010. N 6 (18). P.131-139.

14. *Rayzberg B.A., Lozovsky L.Sh., Starodubtsev E.B.* Modern economic dictionary / 5th prod. reslave. and additional. Moscow, 2006. 495 p.

15. *Hardy G.H., Littlewood J.E., Polya G.* Inequalities. Moscow, 1948. 456 p.

16. *Ankoudinov G.I., Ankoudinov I.G., Strizhachenko A.I.* Goal functions from minimax to maximin in multicriteria choice and optimization // Innovations and Advanced Techniques in Systems, Computing Sciences and Software Engineering / Ed. Kh. Elleithy. Springer, 2008. P.192-197.