УДК 621.9.014.8; 621.9.015

В.В.МАКСАРОВ, *д-р техн. наук*, *профессор*, *maks78.54mail.ru*
П.В.ЛЕОНИДОВ, *аспирант*, *pleonidov@yandex.ru*
Национальный минерально-сырьевой университет «*Горный*», *Санкт-Петербург*

V.V.MAKSAROV, *Dr. in eng. sc.*, *professor*, *maks78.54mail.ru*
P.V.LEONIDOV, *post-graduate student*, *pleonidov@yandex.ru*
National Mineral Resources University (*Mining University*), *Saint Petersburg*

МОДЕЛИРОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Приводятся статические и динамические характеристики, необходимые для оценки свойств технологической системы: жесткость несущих систем станка, геометрическая точность и погрешность размеров и формы обрабатываемого изделия. Предлагается методика построения динамических моделей малой размерности, на основе которых осуществляется моделирование и управление технологическими системами механической обработки. По динамическим характеристикам технологической системы определены зоны устойчивости процесса резания.

***Ключевые слова*:** технологические системы, динамика, расчетная модель, устойчивость.

MODELING AND CONTROL OF DYNAMICAL PROPERTIES OF THE TECHNOLOGICAL SYSTEMS

The article describes the static and dynamic characteristics necessary for the assessment of the properties of the technological system. It is shown, that the basic static and dynamic characteristics are the stiffness of the bearing systems of the machine, the geometric precision and accuracy of the sizes and the form of the processed product. In the paper a method of constructing dynamic models of small dimensionality, on the basis of which the modeling and management of technological systems of mechanical processing. The dynamic characteristics of the technological system of defined areas of sustainability of the process of cutting.

***Key words*:** technological system, the dynamics of the estimated model, the stability.

Для определения характеристик динамического качества технологической системы необходимо построение границ области ее устойчивости в процессе резания. Эта задача включает следующие этапы:

• построение динамической модели технологической системы как замкнутой потенциально автоколебательной системы при учете с максимально доступной полнотой инерционных и упругодиссипативных свойств технологической системы;

• переход к упрощенной динамической модели, эквивалентной относительно спектральных характеристик исходной (уточненной – многомерной), с использованием обоснованного критерия близости в заданном частотном диапазоне;

• построение в пространстве параметров границ областей устойчивости: верхней предельной, построенной в предположении, что заготовка является абсолютно твердым телом; нижней предельной, построенной с использованием статических характеристик в системе базирования – закрепления.

Относительное положение верхней и нижней предельных границ определяет ре-

зерв повышения динамического качества при управлении технологической системы.

Свойства технологической системы определяются ее статическими и динамическими характеристиками. Важнейшими статическими характеристиками являются жесткость несущих (базовых) систем, их геометрическая точность и определяемые ими в квазистатических режимах обработки погрешности размеров и формы. Динамические характеристики определяют зоны устойчивости процесса резания, спектральный состав и уровень амплитуд колебательных процессов, динамические погрешности размеров и формы изделия, а также свойства поверхностного слоя [1, 3].

Для анализа динамических свойств технологической системы при резании материалов необходимо построить математическую модель системы. Выбор схемы этой модели связан, прежде всего, с выделением подсистем и выявлением структуры связей между ними, определением числа степеней свободы и вида обобщенных координат, необходимых для полного описания процессов, происходящих в технологической системе [4].

При разработке моделей несущих систем, как правило, используется интуитивно-топологический метод. Суть этого метода заключается в расчленении несущей системы на отдельные инерционные блоки, соответствующие моделям абсолютно твердого тела.

Считается, что блоки связаны упругими (или упругодиссипативными) соединениями. Совокупность таких подсистем несущей системы образует пространственную, а при некоторых допущениях – плоскую динамическую модель системы [4].

Известно [2], что металлообрабатывающие станки представляют собой нелинейные дискретно-непрерывные динамические системы, уточненное математическое описание которых в модельном представлении затруднено. Однако, учитывая, что упругие и диссипативные свойства технологической системы определяются в основном деформациями и демпфированием стыков, динамическую модель станка для практических расчетов можно упростить [4]. Кроме того, при составлении динамической модели технологической системы, согласно основным положениям теории колебаний [2], можно ограничиться конечным числом степеней свободы при рассмотрении динамических свойств системы в ограниченном частотном диапазоне.

К основным параметрам дискретной динамической модели колебательной системы относятся [4]: приведенные массы m, коэффициенты жесткости c, коэффициенты сил b и моментов b_φ линеаризованных сопротивлений. Для определения указанных параметров оси пространственной системы координат технологической системы при точении ориентировались следующим образом: ось z совпадает с направлением продольной подачи, ось x совпадает с направлением поперечной подачи, ось y перпендикулярна плоскости x-z. Согласно исследованиям [1, 4], проведенным в области теории колебаний технологических систем, можно в первом приближении считать, что колебания по разным направлениям не связаны между собой.

На рис.1 приведена феноменологическая априорная модель технологической системы, отражающая свойства глобальной системы станка, где обозначения $b_з$, $b_и$, $c_з$, $c_и$ – коэффициенты сопротивления и жесткости для заготовки и подсистемы инструмента; A – условное обозначение силового взаимодействия подсистем.

Определение всех параметров технологической системы проводилось в соответствии с методикой [4]. Собственные частоты и логарифмические декременты линеаризованных сопротивлений определялись методом свободных колебаний. Определение коэффи-

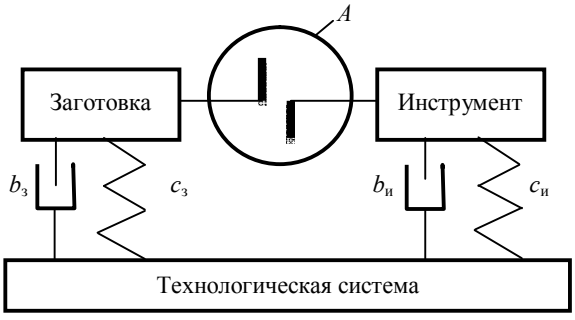


Рис.1. Феноменологическая априорная модель технологической системы

циентов жесткости узлов станка, совпадающих с направлением действия составляющих сил резания, производили статическим методом [2, 4].

Величина приведенной массы *i*-го элемента технологической системы определяется по формуле

$$m_i = \frac{c_i}{\omega_i^2}, \qquad (1)$$

где c_i – коэффициент жесткости, Н/м; ω_i – собственная круговая частота, c^{-1}.

Коэффициент силы линеаризованного сопротивления

$$b_i = 2\lambda_i f_{ci} m_i, \qquad (2)$$

где λ_i – логарифмический декремент *i*-го элемента системы; f_{ci} – собственная частота элемента, Гц.

Для крутильной системы определяется приведенный момент инерции

$$J_\varphi = \frac{c_\varphi}{\omega_\varphi^2}, \qquad (3)$$

где c_φ – коэффициент крутильной жесткости элемента, Н·м/рад; ω_φ – круговая частота собственных крутильных колебаний, c^{-1}.

Коэффициент момента линеаризованного сопротивления определяется по формуле

$$b_\varphi = 2\lambda_\varphi f_\varphi J_\varphi, \qquad (4)$$

где λ_φ – логарифмический декремент собственных крутильных колебаний; f_φ – собственная частота крутильных колебаний, Гц.

Для анализа динамических свойств технологической системы, а также выявления возможности управления процессом резания необходимо перейти от сложной технологической системы к упрощенной модели. При механической обработке динамическая модель технологической системы может быть представлена как сложная система – иерархически организованная и целенаправленно функционирующая совокупность большого числа информационно связанных и взаимодействующих элементов [1, 3].

Группы элементов объединяются в блоки и рассматриваются как подсистемы сложной системы. К числу таких подсистем относятся станок, приспособление, инструмент, заготовка. Хотя динамические свойства отдельных подсистем могут быть достаточно полно исследованы, получение удовлетворительной глобальной модели технологической системы является весьма сложной задачей, что объясняется специфическим проявлением интегративного свойства, присущего системе в целом и характеризующегося сложной структурой связей и многообразием информации при взаимодействии подсистем. Главной особенностью является то, что она автономна и замкнута. Действительно, несущая система станка взаимодействует с инструментом через систему крепления. Инструменту сообщаются формообразующие движения в его взаимодействии с заготовкой. В результате этого взаимодействия происходит формообразование обрабатываемого изделия. Заготовка взаимодействует с несущей системой станка через систему крепления, которой является станочное приспособление. Автономность технологической системы является условной, так как в некоторых случаях приходится учитывать взаимодействие внешних источников через фундамент с несущей системой станка.

В зависимости от соотношения пространства, в котором протекает рабочий процесс, определяющий взаимодействие элементов технологической системы, можно привести характеристику данного процесса к зависимости сил взаимодействия от смещения элементов.

Координаты, описывающие указанные смещения, являются выходными координатами рассматриваемого элемента технологической системы и входными координатами соответствующего рабочего процесса. При определенных условиях динамическая особенность процесса приводит к тому, что соответствующие силы, вызванные смещением, вносят или рассеивают энергию, сообщаемую внешним источником. Происходит изменение условий силового взаимодействия. Такая перекачка энергии в замкнутом цикле приводит к изменению динамических состояний, которые могут стать неуправляемыми. Динамические характеристики несущей системы станка в этом случае являются

фактически заданными и определяются, как правило, расчетно-экспериментальным методом с учетом его текущего состояния [1].

Автоколебательная технологическая система механической обработки является принципиально нелинейной. Вместе с тем, не рассматривая природу и характер нелинейностей, отметим, что многие практически важные задачи динамики технологической системы можно решать в линейной (линеаризованной) постановке. Поскольку автоколебательные режимы работы металлообрабатывающего оборудования, как правило, исключаются из числа эксплуатационных, то существенно важным является приближенное определение границы области устойчивости системы на основе линеаризованной модели. Поэтому в качестве динамической характеристики резания можно выбрать из существующих методов приближенного описания оператор резания в виде апериодического звена первого или второго порядка [1].

Среди смещений в технологической системе механической обработки всегда можно выделить главную группу в процессе формообразования заготовки. К числу главных можно отнести координату, определяющую перемещение инструмента по нормали к поверхности заготовки в формообразующей точке, определяющей размерную характеристику изделия в данном положении.

Тангенциальные смещения, как правило, несущественно сказываются на процессе формообразования и, как показывают исследования, устойчивости при резании. При построении дискретной модели ее узловые точки могут не совпадать с формообразующей точкой. Однако известно, что смещения в технологической системе приводят к изменению толщины и ширины среза, произведение которых есть площадь среза. Таким образом, взаимные смещения можно учитывать через изменение площади среза.

Используя при описании динамические свойства процесса резания концепцию запаздывания силы резания по отношению к нормальному перемещению, динамическую характеристику резания можно записать в следующем виде [1]:

$$T_{\text{р}}\dot{P} + P = -ku_{\text{р}}, \qquad (5)$$

где P – динамическая сила резания; $T_{\text{р}}$ – постоянная времени запаздывания; k – коэффициент возмущения; $u_{\text{р}}$ – изменение площади среза.

Введем в рассмотрение две обобщенные подсистемы – заготовки и режущего инструмента. Подсистема заготовки включает несущую систему, приспособление, заготовку. Подсистема режущего инструмента включает несущую систему, систему крепления и инструмент. Связь между подсистемами выражается оператором резания при взаимодействии заготовки и режущего инструмента, причем глобальная модель технологической системы является автономной.

Интуитивно-топологический анализ результатов экспериментальных исследований позволяет получить предварительную упрощенную модель. Учитывая, что технологическая система является слабо диссипативной, а частотный диапазон возмущений ограниченным, можно в рамках линеаризованных динамических моделей осуществить оценку эквивалентности перехода от глобальной технологической системы к модели малой размерности, которая в данной работе выполнялась численными методами поиска по методике проф. В.Л.Вейца [4]. Для анализа процессов, происходящих в зоне стружкообразования, необходимо построение оптимальной в рамках предложенной методики эквивалентной модели малой размерности, которое также выполнялось численными методами поиска.

Необходимость перехода от глобальной модели технологической системы к гамме упрощенных моделей, построенных по иерархическому принципу, обусловлена следующими основными соображениями:

1. При современных возможностях средств вычислительной техники структурная сложность модели и большое число обобщенных координат при дискретизации системы на основе методов конечных элементов (МКЭ) не является принципиальным моментом, обосновывающим необходимость перехода к упрощенным моделям. Однако, и здесь речь может идти только об использова-

нии эффективных вычислительных схем и алгоритмов, ограничивающих накопление погрешностей, которые могут существенно исказить исследуемый процесс.

2. В ограниченном частотном диапазоне исходная глобальная модель технологической системы может быть сколь угодно близко отображена упрощенной динамической моделью при соответствующей идентичности амплитудно-фазово-частотных характеристик (АФЧХ). Это базируется на представлении о близости частот автоколебаний, характерных для технологической системы, ее собственным частотам вследствие слабой диссипативности. Если ограничиться приближенным построением границ области устойчивости в пространстве параметров системы на основе первого метода Ляпунова, то упрощенная модель, построенная на основе указанного принципа, окажется вполне корректной при решении оптимизационной задачи по критерию максимума производительности механической обработки при соответствующих ограничениях. Такими естественными ограничениями являются стойкость режущего инструмента, динамическая точность и характеристики качества поверхностного слоя.

В связи с изложенным, поиск аппроксимирующих систем осуществлялся на основе обоснованной меры близости с иерархическим усложнением структуры упрощенной модели. Формирование таких структур основано на балансе деформативности и современных представлений об автоколебательных свойствах технологической системы механической обработки.

Пусть матрица частотных характеристик $W(j\omega)$ уточненной сложной математической модели технологической системы задана множеством значений $\{W\}$ при различных частотах ω_i

$$W = \left\{ W_1, W_2, ..., W_p \right\}, \qquad (6)$$

где $W_i = W(j\omega_i)$ – матрица; $i = 1, 2, \ldots, p$; $j = \sqrt{-1}$.

Множество (6) представляет собой выборку из непрерывной функциональной матрицы $W(j\omega_i)$, причем предполагается, что выборка осуществляется без значительных потерь информации о поведении технологической системы. Множество (6) определялось экспериментальным путем, по методике, приведенной в работе [2].

Для рассматриваемой механической системы необходимо найти математическую модель, наиболее полно отражающую взаимосвязи между инструментом и заготовкой в процессе стружкообразования и представляемую системой линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, которая в определенном смысле будет являться эквивалентной обобщенной моделью технологической системы, но более низкого порядка [2]. Движение упрощенной модели технологической системы механической обработки можно представить системой дифференциальных уравнений m-го порядка (причем $m < n$, где n – порядок системы уравнений исходной модели) в виде

$$\dot{q} = Dq + GU \; ; \qquad (7)$$

$$y = Cq \; , \qquad (8)$$

где q – m-мерный вектор-функция обобщенных координат системы; y – k-мерная вектор-функция выходов системы; U – l-мерная вектор-функция возмущений; D – (mxm)-матрица коэффициентов упрощенной модели; G – (mxl) и C – (kxm)-заданные матрицы.

Применяя к системе уравнений (7) и (8) прямое одностороннее преобразование Лапласа при нулевых начальных условиях, получим передаточную матрицу упрощенной модели в виде

$$\widetilde{W}(p) = C(Ep - D)^{-1} B \; , \qquad (9)$$

где $\widetilde{W}(p)$ – $(k \times l)$-матрица; E – (mxm)-единичная матрица.

Полагая $p = j\omega_i$, получим матрицу частотных характеристик упрощенной модели над полем комплексных чисел, элементы которой определяются следующими зависимостями:

$$\widetilde{w}_{u,v}(j\omega_i) = m_{u,v}(\omega_i)\exp(j\varphi_{u,v}) \; ; \qquad (10)$$

$$u = 1,2,...,k \; ; v = 1,2,...,l \; ,$$

где $m_{u,v}(\omega_i) = \left|\widetilde{w}_{u,v}(j\omega_i)\right| ; \varphi_{u,v}(\omega_i) = \arg\widetilde{w}_{u,v}(j\omega_i)$.

Матрицы $M(\omega_i)$ с элементами $m_{u,v}(\omega_i)$ и $\Phi(\omega_i)$ с элементами $\varphi_{u,v}(\omega_i)$ называются соответственно матрицами амплитудно-частотных и фазовых характеристик (АЧХ и ФЧХ).

Две системы называются эквивалентными в некоторой области частот Ω, если матрицы их частотных характеристик близки для всех $\omega \in \Omega$.

Степень близости матриц частотных характеристик определяется метрикой $\rho(W,\widetilde{W})$, задающей расстояние между W и $\widetilde{W}$. При исследовании комплексных линейных пространств рассматриваемого вида в качестве метрики может быть принята:

• равномерная метрика ($u = 1,2,...,k$; $v = 1,2,...,l$)

$$\rho_1(W,\widetilde{W}) = \sum_{i=1}^{z} \max \left| w_{u,v}(j\omega_i) - \widetilde{w}_{u,v}(j\omega_i) \right|; \quad (11)$$

• квадратичная метрика

$$\rho_2(W,\widetilde{W}) = \sum_{i=1}^{z} \sqrt{\Phi_i [w_{u,v}(j\omega_i) - \widetilde{w}_{u,v}(j\omega_i)]}\,, \quad (12)$$

где $\Phi_i = Sp\left[w_{u,v}(j\omega_i) - \widetilde{w}_{u,v}(j\omega_i)\right]^T$ – след матрицы $\left[w_{u,v}(j\omega_i) - \widetilde{w}_{u,v}(j\omega_i)\right]^T$, транспонированной для $\left[w_{u,v}(j\omega_i) - \widetilde{w}_{u,v}(j\omega_i)\right]$; z – число частот, входящих в выборку.

В качестве меры близости матриц частотных характеристик используется скалярная функция

$$\rho(W,\widetilde{W}) = \sum_{i=1}^{z} P(\omega_i)[SpG(\omega_i)G^T(\omega_i) + SpH(\omega_i)H^T(\omega_i)], \quad (13)$$

где $P(\omega_i)$ – весовая функция; $G(\omega_i)$, $H(\omega_i)$ – $(k \times l)$-матрицы с элементами

$$g_{u,v}(\omega_i) = \sigma_{u,v}[m_{u,v}(\omega_i) - \widetilde{m}_{u,v}(\omega_i)]; \quad (14)$$

$$h_{u,v}(\omega_i) = \chi_{u,v}[\varphi_{u,v}(\omega_i) - \varphi_{u,v}(\omega_i)]. \quad (15)$$

Две системы называются эквивалентными, если выполняется условие

$$\rho(W,\widetilde{W}) \le \varepsilon, \quad (16)$$

где ε – малая наперед заданная величина.

Выполнение условия (16) обеспечивает близость АЧХ и ФЧХ обобщенной и упрощенной моделей.

Упрощенная модель с матрицей коэффициентов D^* размеров (mxl) и соответствующей матрицей частотных характеристик $\widetilde{W}^*$ называется оптимальной моделью m-го порядка, если выполняется условие

$$\rho(W,\widetilde{W}^*) = \min \rho\left(W,\widetilde{W}\right). \quad (17)$$

На основании определений (11) и (15) предполагается, что упрощенная модель системы с матрицей коэффициентов D^* является оптимальной эквивалентной моделью m-го порядка, если выполняется условие

$$\rho(W,\widetilde{W}^*) \le \varepsilon. \quad (18)$$

Аналитическое решение задачи отыскания оптимальной эквивалентной модели в общем случае не представляется возможным. Поэтому ее построение целесообразно выполнять численными методами поиска. Подбор упруго диссипативных и инерционных характеристик упрощенных моделей осуществляется на основе методов поиска экстремумов в векторных пространствах. Построение эквивалентной упрощенной модели по данной методике позволило определить не только упругие и инерционные параметры упрощенной модели, но и получить значения диссипативных параметров для анализа динамической системы (рис.2).

Анализ динамических параметров позволил рассматривать заготовку как подсистему малой жесткости, а инструмент – подсистему средней жесткости (по классифика-

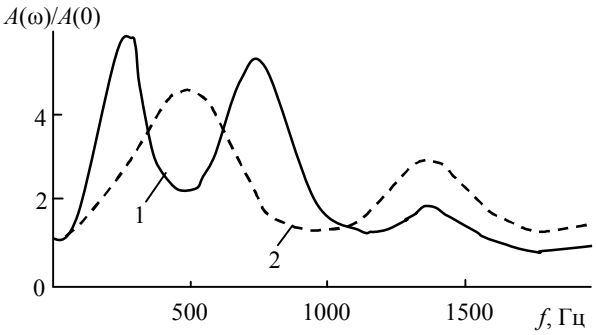


Рис.2. Амплитудно-частотные характеристики подсистем заготовки (кривая 1) и инструмента (кривая 2); $A(0)$ – статическая деформация

ции, принятой в работе [4]). Динамические показатели рассматриваемой технологической системы находятся в ограниченном частотном диапазоне 0-1500 Гц. В связи с этим нет необходимости в рассмотрении более высоких частот, оказавших влияние на качество обрабатываемой поверхности и на стойкость режущего инструмента.

Исходя из определенных мер близости обобщенной и упрощенной моделей, а также оценки амплитудно-частотных характеристик подсистем – заготовки и инструмента, для анализа процесса стружкообразования и его влияния на поведение технологической системы механической обработки предлагается использовать четырехконтурную модель малой размерности с диссипативными характеристиками, учитывающими конструктивное демпфирование и реологические процессы рассматриваемой глобальной модели, которой соответствуют две подсистемы с четырьмя обобщенными координатами: 1 – подсистема заготовки З с координатами u, w; 2 – подсистема инструмента И с координатами x, y.

Таким образом, предложена методика построения динамической модели технологической системы как замкнутой потенциально автоколебательной системы при учете с максимально доступной полнотой инерционных и упругодиссипативных свойств технологической системы.

Выводы

1. Предложена методика построения динамической модели технологической системы как замкнутой потенциально автоколебательной системы с максимально доступной полнотой инерционных и упругодиссипативных свойств технологической системы.

2. Переход к упрощенной динамической модели, эквивалентной относительно спектральных характеристик исходной (уточненной – многомерной), с использованием обоснованного критерия близости в заданном частотном диапазоне позволяет реализовывать построение в пространстве параметров границ областей устойчивости.

Работа выполнена в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 годы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кудинов В.А.* Динамика станков. М., 1967. 359 с.

2. *Максаров В.В.* Теория и практика моделирования и управления в области прогнозирования динамических свойств технологических систем / В.В.Максаров, Ю.Ольт // Металлообработка. 2012. № 2. С.7-13.

3. *Соколовский А.П.* Вибрации при работе на металлорежущих станках / В кн.: Исследование колебаний при резании металлов. М., 1958. С.3-23.

4. *Maksarov V.V.*, *Olt J.*, *Madissoo M.* Dynamic Stabilization of Technological Systems for Processing Edge Cutting Through Local Metstability // USB Proceedings. IEEE International Symposium on Assembly and Manufacturing, 25th-27th May 2012 Tampere Hall Tampere, Finland.

REFERENCES

1. *Kudinov V.A.* Dynamics of machines. Moscow, 1967. 359 p.

2. *Maksarov V.V.*, *Olt J.* Theory and practice of management and modeling in the field of forecasting the dynamic properties of the technological systems // Metal. 2012. N 2. P.7-13.

3. *Sokolovski A.P.* Vibration when working on metal-cutting machines / Investigation of the cutting of metals. Moscow, 1958. P.3-23.

4. *Maksarov V.V.*, *Olt J.*, *Madissoo M.* Dynamic Stabilization of Technological Systems for Processing Edge Cutting Through Local Metstability // USB Proceedings. IEEE International Symposium on Assembly and Manufacturing, 25th-27th May 2012 Tampere Hall Tampere, Finland.