УДК 622.271.5

Г.А.КОЛТОН, *канд. физ.-мат. наук, доцент, hakolton@gmail.com*
И.А.КОРОЛЕВ, *канд. техн. наук, ассистент, korolyov_ia@spmi.ru*
И.П.ТИМОФЕЕВ, *д-р техн. наук, профессор, partim@mail.ru*
Национальный минерально-сырьевой университет «Горный», Санкт-Петербург

G.A.KOLTON, *Phd in phys.& math., associate professor, hakolton@gmail.com*
I.A.KOROLYOV, *Phd in eng. sc., assistant professor, korolyov_ia@spmi.ru*
I.P.TIMOFEEV, *Dr. in eng. sc., professor, partim@mail.ru*
National Mineral Resources University (Mining University), Saint Petersburg

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ДОННОГО УСТРОЙСТВА ПРИ ТРАНСПОРТИРОВАНИИ ГИБКИМ ТЯГОВЫМ ЭЛЕМЕНТОМ

Рассмотрено взаимодействие гибкого тягового элемента с донным добычным устройством с помощью решения системы уравнений, позволяющей определять характер движения и усилия между ними, а также описано положение гибкого тягового элемента при его движении в водной среде.

***Ключевые слова*:** железомарганцевые конкреции, гибкий тяговый элемент, тяговое усилие.

MATHEMATICAL MODELING OF MOVEMENT OF THE BOTTOM DEVICE DURING ITS TRANSPORTING BY FLEXIBLE TRACTION ELEMENT

The interaction of the flexible traction element with bottom mining device by the solution of the set of equations, which allows to determine the nature of the movement and the force between them, and also described the situation flexible traction element as it moves in the water.

***Key words*:** ferromanganese nodules, flexible traction element, traction.

Запасы цветных металлов континентальных месторождений в настоящее время стремительно истощаются. Разработка альтернативных месторождений полезных ископаемых является актуальной задачей [2]. Особый научный и экономический интерес представляют железомарганцевые конкреции (ЖМК), образующиеся на дне океанов и морей и представляющие стяжения гидроокислов железа и марганца с содержанием цветных металлов. Многие области развивающейся промышленности нуждаются как в железе, так и в марганце, который ввиду современного геополитического положения России приходится закупать за рубежом. Тем не менее, подводные запасы железомарганцевых конкреций огромны и представляют стратегический интерес для промышленного использования.

Технологии шельфовой добычи конкреций за последние два десятилетия претерпели ряд изменений и усовершенствований. РФ обладает шельфовыми месторождениями ЖМК в Балтийском, Баренцевом, Карском и Белом морях. Залежи конкреций Балтийского моря сегодня рассматриваются как потенциальный сырьевой источник для металлургической промышленности Северо-Запада (глубина залегания – до 50 м).

При ведении работ по добыче полезных ископаемых со дна Мирового океана используются технические средства, имеющие различные назначения, конструкции, принципы действия, достоинства и недостатки [3]. В большинстве добычных устройств, ведущих разработку механическим способом, присутствуют гибкие тяговые элементы, взаимодействие которых с донными устройствами исследуется на основании уравнения цепной линии:

$$Z = bch\left(\frac{x}{b}\right) = b\frac{e^{\frac{x}{b}} + e^{-\frac{x}{b}}}{2} - b\,, \qquad (1)$$

где Z и x – координаты цепной линии, м; b – параметр цепной линии, м.

Схема рассмотренного добычного комплекса состоит из ковшово-скреперного рабочего органа (донное устройство), перемещаемого по дну гибким тяговым элементом, оборудованного лебедками, установленными на плавсредстве [3]. Не рассматривается случай изменения длины тягового элемента, движение ковша-скрепера осуществляется за счет удаления плавсредства. При транспортировке донного устройства его масса с течением времени увеличивается, поскольку емкость ковша-скрепера заполняется донными отложениями, тяговый элемент меняет свое положение в пространстве.

При описании процесса движения донного устройства под действием сил натяжения гибкого тягового элемента было использовано уравнение И.В.Мещерского для движения тела переменной массы [1].

В системе координат, связанной с верхней точкой цепи (рис.1), уравнения движения цепи имеют вид:

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = \frac{\partial \vec{T}}{\partial l} + \rho_0 \vec{g}\,, \qquad (2)$$

где ρ_0 – плотность материала цепи; $\vec{V}$ – скорость точки цепи в момент времени t; $\vec{T} = \{T_X, T_Y\}(l,t)$ – натяжение цепи; $\vec{g}$ – ускорение свободного падения.

В уравнении (2) перейдем к безразмерным величинам, получим:

$$l = L\,l'\,, \quad \vec{T} = \rho_0 Lg\vec{T'}\,, \quad t = \sqrt{L/g}\,t'\,, \quad \vec{V} = V_0\vec{V}\,,$$

где L – длина цепи.

Уравнение (2) примет вид (штрихи опущены):

$$\varepsilon\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = \frac{\partial \vec{T}}{\partial l} + \vec{e}\,, \qquad (3)$$

где $\vec{e} = \{0,1\}$ – орт оси координат, $\varepsilon = \dfrac{V_0}{\sqrt{Lg}}$.

В реальных условиях величина $\varepsilon << 1$, поэтому в уравнении (3) инерционным членом можно пренебречь. Таким образом, приходим к уравнению

$$\frac{\partial \vec{T}}{\partial l} + \vec{e} = 0\,. \qquad (4)$$

Интегрируя (4), находим:

$$T_x^1 = T_x(H,t) = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{1-H^2}}{\mathrm{sh}(c-\gamma)}\,,$$

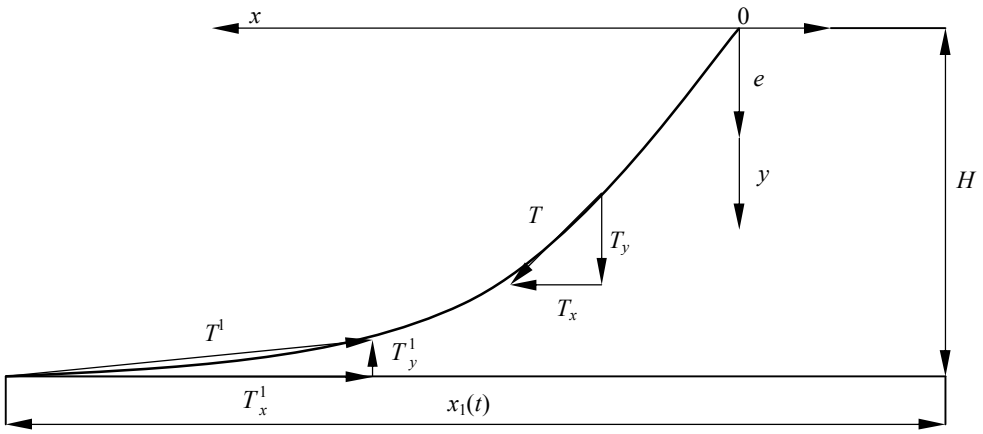


Рис.1. Силовые факторы взаимодействия гибкого тягового элемента и донного добычного устройства

$$T_y^1 = T_y(H,t) = -\frac{\sqrt{1-H^2}}{2}\,\frac{\mathrm{sh}(c-2\gamma)}{\mathrm{sh}(c-\gamma)}, \quad (5)$$

$$x^1 = x(H,t) = \sqrt{1-H^2}\,\frac{c-\gamma}{\mathrm{sh}(c-\gamma)},$$

где H – глубина погружения агрегата; $\gamma = \mathrm{arth}H = \frac{1}{2}\ln\frac{1+H}{1-H}$; $c = \mathrm{arsh}(\mathrm{tg}\alpha_0(t))$ (рис.1).

Задачей математического моделирования являлось нахождение зависимостей между основными силовыми (T – сила натяжения гибкого тягового элемента, T_x^1 – горизонтальная составляющая силы натяжения гибкого элемента при транспортировании донного устройства, T_y^1 – вертикальная составляющая силы натяжения гибкого элемента при транспортировании донного устройства, W – сила лобового сопротивления, $R_{\text{РК}}$ – сила сопротивления резанию, $R_{\text{ТР}}$ – сила трения, N – сила реакции опоры, Q – выталкивающая сила, $M_{\text{А}}g$ – сила тяжести) и кинематическими (x – путь, V – скорость, a – ускорение) параметрами системы «донное устройство – гибкий тяговый элемент».

В рассмотрение была введена система координат, начало которой было совмещено с начальным положением донного устройства (рис.2).

Гибкий тяговый элемент оказывает существенное влияние на характер движения донного устройства и, как следствие, на кинематические и силовые факторы и эффективность его применения как с точки зрения производительности, так с точки зрения экологии.

Взаимодействие гибкого тягового элемента с донным устройством в процессе ведения добычных работ описано системой уравнений:

$$\begin{cases} M\dfrac{\partial V}{\partial t} = T^1 - k_V V^2 - R_{\text{РК}} - f(M_{\text{А}}g - Q); \\ \dfrac{\partial M_{\text{С}}}{dt} = k_{\text{М}} V; \\ \dfrac{\partial x^1}{\partial t} = \nu(1-V), \end{cases} \quad (6)$$

где V – скорость агрегата; $M = M_{\text{А}} + M_{\text{С}}(t)$; $M_{\text{А}}$ – масса агрегата; $M_{\text{С}}(t)$ – масса груза, перемещаемого в донное устройство в момент времени t; $T = T_x^1 + fT_y^1$, тяговое усилие в гибком элементе; f – коэффициент трения донного устройства о морское дно; $Q = \rho_{\text{В}}\left(\frac{M_{\text{А}}}{\rho_{\text{А}}} + \frac{M_{\text{С}}}{\rho_{\text{С}}}\right)$ – архимедова сила; $\rho_{\text{В}}$ – плотность среды; $\rho_{\text{А}}$ – плотность материала донного устройства; $\rho_{\text{С}}$ – плотность насыпного груза; $R_{\text{РК}}$ – сила сопротивления резанию донных отложений.

Выражение $k_V V^2$ объединяет в себе силу сопротивления среды, пропорциональную квадрату скорости донного устройства и реактивную силу, пропорциональную $V\frac{\partial M_{\text{С}}}{\partial t}$; $k_{\text{М}}$, k_V – безразмерные коэффициенты; $\nu = V_0^2/Lg$.

Система уравнений (6) записана в безразмерном виде, величины, имеющие размерность силы, отнесены к $\rho_0 Lg$, величины размерности массы – к $\rho_0 L$, скорость отнесена к V_0, время – к V_0/g.

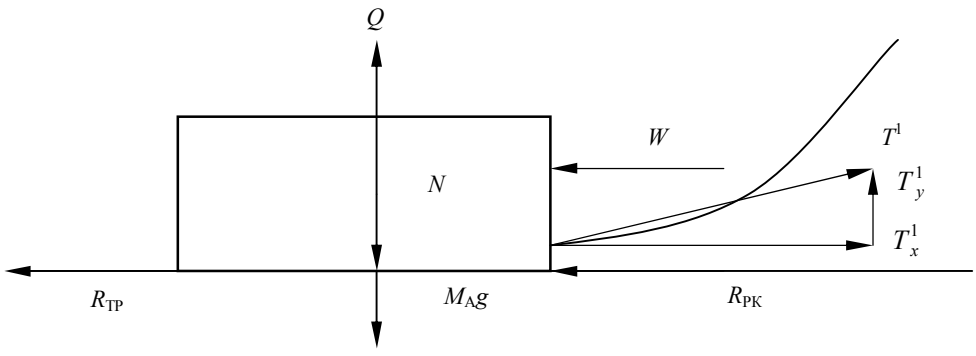


Рис.2. Силовые факторы, действующие на донное добычное устройство

В момент времени $t = 0$ начала движения донного устройства имеем

$$V = 0;\ M_C = 0;\ T = fA, \qquad (7)$$

где $A = M_A(1 - \frac{\rho_B}{\rho_A}) + \frac{1}{f} R_{РК}$.

Используя выражение (7), находим недостающее начальное условие для системы (6):

$$x_1(0) = \frac{\sqrt{1 - H^2}(\delta + \varepsilon)}{\mathrm{sh}(\delta + \varepsilon)}, \qquad (8)$$

где $\delta = \mathrm{arth}\frac{H}{2A+1}$, $\varepsilon = \mathrm{arsh}\frac{\sqrt{1-H^2}}{f\sqrt{(2A+1)^2 - H^2}}$.

Для исключения нестабильности работы в процессе добычи донного устройства необходимо так выбрать величины скорости V_0 и глубины H, чтобы в любой момент времени выполнялось условие $T_Y^1 + Q < M_A g$, или с учетом (8)

$$\mathrm{tg}\alpha_0(t) \geq \mathrm{arth}\left(\frac{H}{1 + 2(M_A g - Q)}\right) + \gamma. \qquad (9)$$

Проведенное математическое моделирование позволило получить зависимости для значений, выполняющих неравенство (9) в течение всего процесса движения донного устройства, и выполнить численное интегрирование системы (6) с начальными условиями (7),(8).

При моделировании были выделены следующие этапы:

1. При заданных параметрах глубины погружения и удаления донного устройства от плавсредства выбирался рабочий диапазон скоростей движения донного устройства. Скорость плавсредства при этом оставалась постоянной.

2. Скорость плавсредства выбиралась при заданных геометрических параметрах донного устройства, а также физико-механических параметрах материала отложений в рабочем диапазоне глубин и удалений. Были определены значения горизонтальной и вертикальной составляющих силы натяжения в гибком тяговом элементе, изменение скорости донного устройства и процесс наполнения бункера донного добычного устройства с течением времени.

Приведенные уравнения позволили получить зависимости изменения скорости движения донного устройства при заполнении его бункера донными отложениями и найти характер изменения тягового усилия в гибком элементе. Реализация математического моделирования была выполнена средствами программных пакетов Microsoft Developer Studio и OriginPro.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ветюков М.М.* Фрикционные автоколебания в системе с переменной массой / М.М.Ветюков, М.Ю.Платовских, И.П.Тимофеев // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2010. № 4. С.18-22.

2. *Добрецов В.Б.* Мировой океан и континентальные водоемы: минеральные ресурсы, освоение, экология / В.Б.Добрецов, В.А.Рогалев, Д.С.Опрышко. Международная академия наук экологии, безопасности человека и природы. СПб, 2007. 796 с.

3. Патент 2466275 Российская Федерация. Комплекс для добычи и обогащения твердых полезных ископаемых / Ю.Д.Тарасов, И.П.Тимофеев, А.В.Большунов, В.Н.Морус, И.А.Королев. Опубл. 2012. Бюл. № 31.

REFERENCES

1. *Vetukov M.M.*, *Platovskih M.Y.*, *Tomofeev I.P.* Frictional oscillations in a system with variable mass. // Problems of mechanical engineering and machine reliability. 2010. № 4. P.18-22.

2. *Dobretsov V.B.*, *Rogalev V.A.*, *Opryshko D.S.* Oceans and inland waters: mineral resources, development, and ecology / International Academy of Ecology, Human Safety and Nature. Saint Persburg, 2007. 796 p.

3. Patent 2466275 of the Russian Federation. Complex for the extraction and enrichment of solid minerals. / Y.D.Tarasov, I.P.Timofeev, A.V.Bolshunov, V.N.Morus, I.A.Korolyov. Publ. 2012. Bul. N 31.