УДК 550.83

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ДОСТОВЕРНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ДАННЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ЗОНДИРОВАНИЙ

М.И.ШИМЕЛЕВИЧ, *канд. физ.-мат. наук, shimelevich-m@yandex.ru*
Е.А.ОБОРНЕВ, *канд. физ.-мат. наук, eugenyo@mail.ru*
И.Е.ОБОРНЕВ, *канд. физ.-мат. наук, o_ivano@mail.ru*
Е.А.РОДИОНОВ, *аспирант, evgeny_980@list.ru*
Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д.В.Скобельцына Московского государственного университета им. М В.Ломоносова (НИИЯФ МГУ), Москва, Россия

Исследованы априорные и апостериорные характеристики степени практической устойчивости (однозначности) решений нелинейных обратных задач геоэлектрики. В качестве критериев степени практической устойчивости использованы численные значения модулей непрерывности прямого и обратного операторов задачи и их модификаций. Приведены примеры расчета априорных и апостериорных характеристик практической устойчивости обратных задач для типовых моделей сред, используемых в геоэлектрике. Исследованы зависимости характеристик практической устойчивости задачи от детальности описания среды, а также от структуры, объема и уровня погрешности входных данных. Полученные численные оценки степени практической устойчивости приближенных решений обратных задач не зависят от применяемого алгоритма их решения. Это позволяет объективно оценить погрешность и достоверность результатов интерпретации геофизических данных.

***Ключевые слова*:** обратные задачи, геоэлектрики, нейронные сети, априорные оценки, апостериорные оценки.

В работах [1, 8, 9] показано, что для заданного модельного конечно-параметрического класса сред могут быть рассчитаны априорные и апостериорные оценки степени практической устойчивости решений обратной задачи геоэлектрики. Эти оценки зависят от уровня погрешности в данных и свойств прямого оператора и, в частности, от детальности параметризации среды. Это позволяет, с одной стороны, сформулировать определенные априорные требования к построению эффективно параметризованных сред, для которых обратная задача является практически устойчивой (корректной), с другой – объективно оценить погрешность и достоверность результатов практической интерпретации наблюденных геофизических данных. В работе приводятся примеры построения эффективно параметризованных сред на основе априорных характеристик устойчивости и апостериорные оценки приближенных решений, получаемых нейросетевым аппроксимационным методом.

Обратная задача электромагнитных зондирований в заданном модельном конечно-параметрическом классе сред G_F сводится к решению операторного уравнения I рода относительно вектора $s = (s_1,\ldots, s_N)$ параметров среды [2, 4]:

$$A_N s = e, \quad s \in S \subset R^N, \quad e \subset R^M, \tag{1}$$

где A_N – нелинейный оператор решения прямой задачи, отображающий векторы параметров среды $s = (s_1,\ldots, s_N)$ в векторы характеристик поля $e = (e_1,\ldots, e_M)$ и определенный на множестве $S \subset R^N$ допустимых значений параметров; $e = (e_1,\ldots, e_M)$ – вектор данных, определяемый значениями характеристик электромагнитного (ЭМ) поля в точках фактической сети измерений τ на поверхности Земли; R^N – арифметическое пространство размерности N.

В качестве S обычно задается ограниченное замкнутое подмножество R^N:

$$S:\ [s_n^{\min} \le s_n \le s_n^{\max}],\quad n=1,...,N. \tag{2}$$

При численном решении прямой задачи действие оператора A^N на вектор $s = (s_1,\ldots, s_N)$ представляет собой суперпозицию преобразований F, A_0 вида

$$A_N s = A_0 F s = A_0 \sigma_0 = e, \tag{3}$$

где F – оператор параметризации [11], определяющий в рассматриваемом классе сред G_F правило пересчета вектора модельных параметров среды $s = (s_1,\ldots, s_N)$ размерности N в вектор $\sigma_0 = (\sigma_1,\ldots, \sigma_{N_0}) = Fs$ размерности N_0 (сетки прямой задачи), который задает значения функции удельной электропроводности $\sigma(x_i, y_j, z_k)$ на сетке $x_i, y_j, z_k \in \Omega$ прямой задачи в исследуемой области Ω; A_0 – конечно-разностный оператор прямой краевой задачи.

Количественно степень практической устойчивости решения обратной задачи (1) определяется свойствами прямого оператора A^N и свойствами данных.

Пусть для заданной приближенной правой части $\tilde{e}$ уравнения (1) найдено некоторое приближенное решение $s_{\delta 1} \in S$ задачи (1) с приемлемой для практики невязкой синтеза $\delta_{\sin t}$, сопоставимой с предполагаемым уровнем погрешности в данных $\delta_{\sin t} \approx \delta$:

$$\left\| A_N s_{\delta 1} - \tilde{e} \right\|_{R^M} \le \delta_{\sin t}, \tag{4}$$

где $\|\cdot\|_{R^M}$ – норма в пространстве данных R^M.

Известно, что помимо найденного приближенного решения $s_{\delta 1}$ уравнению (1) может удовлетворять некоторое множество δ-эквивалентных решений [10]. Расстояние наиболее удаленного эквивалентного решения от найденного решения $s_{\delta 1}$ определяется величиной [3, 7]

$$\beta_N(s_{\delta 1}, \tilde{e}, \delta_{\sin t}) = \sup_{s_\delta \in S} \| s_\delta - s_{\delta 1} \|_{R^N} \quad \text{при} \quad \| A_N s_\delta - \tilde{e} \|_{R^M} \le \delta. \tag{5}$$

Если $\beta_N(s_{\delta 1}, \tilde{e}, \delta_{\sin t}) \to 0$ при $\delta, \delta_{\sin t} \to 0$, то обратная задача является теоретически устойчивой. На практике невязка синтеза всегда отлична от нуля ($\delta_{\sin t} \ne 0$) и поэтому $\beta_N(s_{\delta 1}, \tilde{e}, \delta_{\sin t}) \ge 0$. Значение $\beta_N(s_{\delta 1}, \tilde{e}, \delta_{\sin t})$ является характеристикой *степени практической устойчивости* (*однозначности*) найденного приближенного решения $s_{\delta 1}$ обратной задачи (1) для фиксированных входных данных $\tilde{e}$ и невязки синтеза $\delta_{\sin t}$. Если значение $\beta_N(s_{\delta 1}, \tilde{e}, \delta_{\sin t})$ мало (например, относительно нормы найденного приближенного решения $\| s_{\delta 1} \|_{R^N}$), то решение можно считать практически устойчивым. Любое δ-эквивалентное решение s_δ не может отклоняться от найденного $s_{\delta 1}$ более чем на величину $\beta_N(s_{\delta 1}, \tilde{e}, \delta_{\sin t})$ [7, 10]:

$$\| s_\delta - s_{\delta 1} \|_{R^N} \le \beta_N(s_{\delta 1}, \tilde{e}, \delta_{\sin t}), \tag{6}$$

и, таким образом, $\beta_N(s_{\delta 1}, \tilde{e}, \delta_{\sin t})$ служит апостериорной оценкой погрешности полученного приближенного решения $s_{\delta 1}$ задачи для фиксированных данных $\tilde{e}$, так как определяет «разброс» возможных δ-эквивалентных решений s_δ относительно найденного $s_{\delta 1}$.

Характеристика степени практической устойчивости $\beta_N(s_{\delta 1}, \tilde{e}, \delta_{\sin t})$ зависит от конкретных используемых входных данных. Для практики представляет интерес получение априорных оценок степени практической однозначности приближенных решений по всему множеству S допустимых решений обратной задачи (1), не связанных с конкретными данными и находимыми решениями. Такие оценки могут быть получены на основе анализа множества решений прямых задач для оператора A^N до непосредственного решения обратной задачи.

Зададимся некоторым точным значением вектора параметров среды s и решим для него прямую задачу $e(s)= A_N(s)$. Рассмотрим изменение решения $\Delta e = e(s+\Delta s) - e(s)$ прямой задачи при произвольно заданном (не обязательно малом) изменении Δs вектора параметров среды:

$$A_N(s+\Delta s) - A_N(s) = \Delta e(s, \Delta s). \tag{7}$$

Максимально возможное изменение параметров среды $\|\Delta s\|$ при изменении поля $\|\Delta e\| \le \delta$ (рассмотренное для всех $s \in S$) определяет степень устойчивости (однозначности) решений обратной задачи на множестве S для любых теоретических данных $e(s)$:

$$\beta_N(\delta) = \sup_{s,s' \in S} \| s' - s \|_{R^N} \text{ при } \| A_N s' - A_N s \|_{R^M} \le \delta. \tag{8}$$

В теории некорректных задач величина $\beta_N(\delta)$ используется в качестве характеристики степени устойчивости решений обратных задач и называется модулем непрерывности обратного оператора задачи (1) (точнее говоря, является одной из его разновидностей) [5, 6]. Характеристика устойчивости (8) определяет теоретическое максимально возможное расстояние по норме между эквивалентными решениями в целом по всему множеству допустимых решений S при заданном уровне погрешности δ в исходных данных и, таким образом, степень практической однозначности (устойчивости) задачи в рассматриваемом классе сред в целом. Чем меньше $\beta_N(\delta)$, тем ниже степень эквивалентности решений обратной задачи и тем более устойчива обратная задача. Характеристика $1/\beta_N(\delta)$ определяет разрешающую способность применяемого геофизического метода в рассматриваемом классе сред. Чем меньше $\beta_N(\delta)$, тем ниже разрешающая способность метода.

Одной из практических задач интерпретации является оценка степени практической однозначности определения геолого-геофизических параметров отдельной типовой (целевой) структуры, связанной с определенным типом полезных ископаемых, на фоне неизвестной (или слабо изученной) вмещающей среды с использованием ограниченных объемов данных [8, 11, 12]. Для решения задач такого типа может быть использована оценка, являющаяся обобщением рассмотренной выше характеристики $\beta_N(\delta)$ [8].

Рассмотрим соотношение (7) для случая, когда изменение вектора параметров происходит только для некоторой группы выделенных *анализируемых параметров* $s^a = (s_1^a, .., s_{N_a}^a) \in S^a \subset S$:

$$A_N(s+\Delta s^a) - A_N(s) = \Delta e(s, \Delta s^a). \tag{9}$$

Величина $\beta_N^a(\delta)$, определяемая соотношением

$$\beta_N^a(\delta) = \sup_{s,s'^a} \| s'^a - s \|_{R^{N_a}} \quad \text{при} \quad \| A_N(s'^a) - A_N(s) \|_{R^M} \le \delta,$$

$$s'^a = s + \Delta s^a, \quad \Delta s^a \in S^a, \quad s \in S, \tag{10}$$

представляет собой априорную оценку степени практической устойчивости определения группы анализируемых параметров $s^a = (s_1^a, .., s_{N_a}^a)$ при любом заранее неизвестном строении s вмещающей (фоновой) среды и уровне погрешности δ данных, определенных на фактической сети измерений τ.

Расчет оценок величин $\beta_N(s_{\delta 1}, \tilde{e}, \delta)$, $\beta_N(\delta)$, $\beta_N^a(\delta)$ сводится к решению ряда соответствующих задач нелинейной условной оптимизации [1, 8, 9].

Свойства априорных и апостериорных характеристик степени устойчивости зависят от свойств оператора прямой задачи A^N и, таким образом, от свойств множества S (2) определения оператора A^N и свойств множества его значений $E = A_N S$, т.е. на практике от: а) типа и детальности N/N_0 параметризации среды, б) объема M, типа и структуры используемых входных данных $e = (e_1,\ldots, e_M)$, определенных на фактической сети наблюдений τ.

Знание априорных характеристик устойчивости позволяет оценить максимально возможную детальность решений (относительно детальности сетки прямой задачи N_0) при заданном предполагаемом уровне погрешности данных $\delta \approx \delta_{\sin t}$ и желаемом уровне практической устойчивости получаемых решений ε_0:

$$\max_N \frac{N}{N_0} \quad \text{при} \quad \beta_N(A_N, \delta, S, M, \tau) \le \varepsilon_0, \quad \delta \le \delta_0. \tag{11}$$

При выполнении условий (11), для приемлемых для практики значений ε_0, δ_0, обратная задача (1) в рассматриваемом классе эффективно параметризованных сред является практически устойчивой (корректной).

Апостериорные характеристики устойчивости $\beta_N(s_{\delta 1}, \tilde{e}, \delta)$ позволяют объективно оценить погрешность найденного решения обратной задачи на основе имеющихся измеренных данных $\tilde{e}$ и полученной фактической невязки синтеза $\delta_{\sin t}$ (задача верификации).

Схема решения задачи инверсии в заданном модельном классе сред с использованием характеристик практической устойчивости включает следующие этапы:

1. Решение задачи эффективной (регуляризованной) параметризации среды на основе расчетных априорных характеристик устойчивости и решения задачи (11).

2. Нахождение приближенного решения $s_{\delta 1} \in S$ любым методом, обеспечивающим приемлемую невязку синтеза $\delta_{\sin t} \approx \delta_0$: $\left\| A_N s_{\delta 1} - e_\delta \right\|_{R^M} \le \delta_{\sin t}$.

3. Построение апостериорной характеристики $\beta_N(s_{\delta 1}, \tilde{e}, \delta_{\sin t})$ степени однозначности (устойчивости) найденного приближенного решения $s_{\delta 1}$ обратной задачи (1) для фиксированных наблюденных данных e_0 и полученной фактической невязки синтеза $\delta_{\sin t}$.

Рассмотрим схему решения обратной задачи на модельном примере. На рис.1 представлена схема исходного модельного 2D-класса G_0 геоэлектрических сред для задачи интерпретации данных детальной съемки методом магнитотеллурического зондирования (МТЗ). Геометрические размеры модели составляют по глубине до 1,4 км и по протяженности до 50 км. Исходная детальность параметризации соответствует детальности конечно-разностной аппроксимации прямой задачи с числом узлов $N_0 = 62 \times 7 = 434$. Параметрами среды $s = (s_1,\ldots, s_{N_0})$ исходной модели являются значения удельного сопротивления ячеек сетки прямой задачи ρ_{ij} ($i = 1,\ldots,62$, $j = 1,\ldots,7$), которые изменяются в диапазоне от 1 до 10^4 Ом·м. В качестве характеристик поля использовались компоненты тензора импеданса $Z_{yx}(\omega_k, y_i)$, $Z_{xy}(\omega_k, y_i)$, заданные на поверхности Земли ($z = 0$) в узлах сетки прямой задачи y_i($i = 1,\ldots,31$) на сетке частот ω_k ($k = 1,\ldots,13$) в диапазоне от 20000 до 100 Гц.

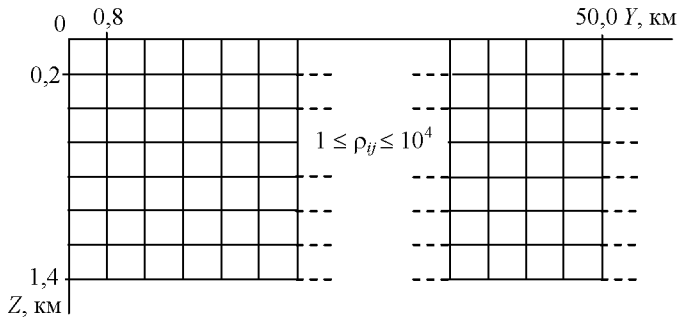


Рис.1. Двухмерная модель геоэлектрических сред для задачи интерпретации данных детальной съемки МТЗ

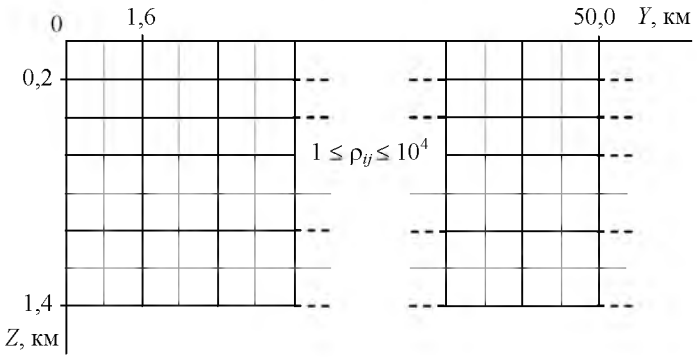


Рис.2. Схема эффективно параметризованного класса сред (фрагмент модели среды без учета краевых областей) для задачи детальной съемки МТЗ с максимально возможной детальностью параметризации $N_1/N_0 \approx 0{,}36$ при заданных $\delta = 5\,\%$ и $\varepsilon_0 = 5\,\%$

На основе исходного класса G_0 был построен новый эффективно параметризованный класс сред G_1 для предполагаемого уровня погрешности данных $\varepsilon_0 = 5\,\%$ и желаемой степени практической устойчивости решений обратной задачи $\varepsilon_0 = 5\,\%$.

Число параметров $s = (s_1, \ldots, s_N)$ в новом классе G_1 уменьшилось и стало равным $N_1 = 31 \times 5 = 155$. Таким образом, относительная детальность параметризации составила $N_1 / N_0 = 155/434 \approx 0{,}36$. Параметрами класса G_1 являются значения удельного сопротивления блоков (рис.2), полученных в результате объединения ячеек сетки прямой задачи $\rho_{ij}(i = 1,\ldots,31,\ j = 1,\ldots,5)$. В трех верхних ярусах макропараметры укрупнялись за счет объединения пар микроячейки параметризации N_0 только по горизонтали, а для четвертого и пятого яруса микроячеки объединялись в пары по горизонтали и вертикали. Остальные характеристики класса G_1 и G_0 совпадают.

В таблице приведены значения характеристик устойчивости $\beta_{N_1}^{G_1}(\delta = 0.05)$ рассчитанные на основе (11) для модельного класса G_1, средние значения по всем периодам и для всех компонент тензора импеданса: модулей $|Z_{yx}|, |Z_{xy}|$ и фаз $\arg(Z_{xy}), \arg(Z_{yx})$ для двух поляризаций YX (TM), XY (TE) ЭМ поля. Итоговое значение (осредненное по всем компонентам и периодам) $\beta_N(\delta = 0{,}05) = 4{,}53\,\%$ не превышает заданного значения $\varepsilon_0 = 5\,\%$.

Значения устойчивости решения обратной задачи, %

Критерии степени устойчивости решения обратной задачи по всем периодам	Модуль импеданса		Фаза импеданса		Среднее значение по всем компонентам тензора импеданса
	YX (TH)	XY (TE)	YX (TH)	XY (TE)	
Среднее значение $\beta_{N_1}^{G_1}(\delta = 0{,}05)$ для класса G_1 по выборке $P = 1200$	0,64	1,42	6,01	10,06	4,53
Средние относительные невязки синтеза для модели M1 по норме L_2	3,18	3,04	0,39	1,95	2,14
Средние значения апостериорной характеристики $\beta_{N_1}^{M_1}(s_{\delta 1}, e, \delta_{\sin t})$ найденного приближенного решения $s_{\delta 1}$ для модели M1	0,90	1,36	1,17	1,24	1,17

На втором этапе строился обратный оператор для класса G_1 – «решатель-solver» обратной задачи $s^* = A_{G_1}^{-1} e \approx \Psi_{G_1}^{app} e$. В данной работе использовался нейросетевой аппроксимационный метод построения обратного оператора – аппроксиматора – на основе множества эталонных примеров решений прямых задач в классе G_1 [11]. Множество модельных эта-

лонных примеров для класса G_1 делилось на две выборки: для обучения ($P^{Trn} = 125000$) и для тестирования ($P^{Tst} = 76600$) аппроксиматора. В качестве нейросетевой (НС) конструкции был выбран трехслойный персептрон с передаточной сигмоидальной функцией активации для входного и выходного слоев. Решение задачи (1) с помощью трехслойной нейросетевой конструкции можно приближенно записать в виде: $s^* = \Psi_{G_1}^{app} e = \mathbf{V} g(\mathbf{W} e)$, где g – заданная нелинейная передаточная функция, например $g(x) = 1/(1+e^{-x})$. Элементы матриц весовых коэффициентов **V**, **W** (размерности $M \times L$, $L \times N$) являются свободными параметрами нейросети и определяются при ее обучении на эталонных примерах. Процесс обучения сводится к решению задачи минимизации на тренировочном наборе с условием «останова», получаемым по тестирующей выборке. После построения аппроксиматора $\Psi_{G_1}^{app}$ обратная задача сводится к простому вычислению суперпозиции нелинейных функций от вещественного аргумента. Поэтому время инверсии для конкретных данных определяется первыми секундами плюс затратами на расчет ошибки синтеза. Основное преимущество НС-аппроксиматора состоит в том, что он может быть использован для любого количества инверсий на моделях класса G_1 с «неограниченной» протяженностью более 50 км. На рис.3 представлен результат инверсии синтезированных данных для модели М1, из класса G_1. Модель представляет собой группу перекрывающих и экранирующих друг друга локальных тел с удельными сопротивлениями 50 и 600 Ом·м, залегающих в полупространстве с удельным сопротивлением равным 200 Ом·м.

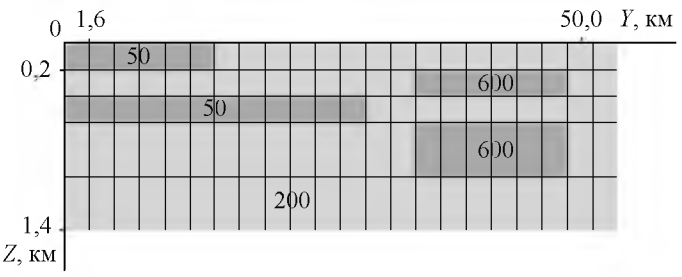


Рис.3. Схематическая модель М1

С помощью построенного для класса G_1 НС-аппроксиматора $\Psi_{G_1}^{app}$ была проведена инверсия синтезированных данных для модели М1 и получено приближенное решение обратной задачи $s_{\delta 1}$. Абсолютные ошибки инверсии $|s_{tru} - s_{\delta 1}|$, осредненные по примерам тестирующей выборки и по всем параметрам каждого яруса, а также по всей модели в целом, следующие:

Номер яруса	1	2	3	4	5
Ошибка решения, %	0,01	0,04	0,57	2,69	5,45
Среднее	1,75 %				

В таблице представлены относительные невязки синтеза (по норме L_2) по компонентам поля, осредненные по частотам, и среднее значение невязки по всем компонентам тензора импеданса.

На третьем этапе рассчитывались апостериорные характеристики $\beta_N(s_{\delta 1}, \tilde{e}, \delta_{\sin t})$ степени однозначности (устойчивости) найденного приближенного решения $s_{\delta 1}$ для фиксированных модельных данных $\tilde{e}$ и полученной фактической невязки синтеза $\delta_{\sin t}$. В таблице представлены апостериорные характеристики по компонентам тензора, осредненные по периодам, и среднее значение невязки по всем компонентам.

Апостериорные оценки степени устойчивости, представленные в таблице, в среднем меньше соответствующих априорных характеристик практической устойчивости, что свидетельствует об эффективности используемого НС-метода инверсии.

Полученные в работе результаты позволяют сделать следующие выводы:

1. На основе оценок *априорных характеристик устойчивости* $\beta_N(\delta)$, $\beta_N^a(\delta)$ могут быть сформулированы определенные требования к создаваемым моделям параметризации среды (и ее детальности), при которых обратная задача является практически устойчивой. Эти требования формулируются с учетом типа и объема используемых входных данных, уровня их погрешности и предполагаемой структуры фактической сети наблюдений.

2. Апостериорные оценки степени практической устойчивости (однозначности) $\beta_N(s_{\delta 1}, \tilde{e}, \delta)$ получаемых приближенных решений обратных задач позволяют объективно оценить погрешность и достоверность результатов практической интерпретации полевых данных (задача *верификации* результатов интерпретации геофизических данных).

В работе использовались ресурсы суперкомпьютерных кластеров МВС-100К МСЦ РАН, «Ломоносов» и «Чебышев» НИВЦ МГУ. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №14-11-00579, И.Е.Оборнев, НИИЯФ МГУ) и Российского фонда фундаментальных исследований (проект 13-05-01135, Е.А.Оборнев, М.И.Шимелевич).

ЛИТЕРАТУРА

1. Априорные оценки степени практической неоднозначности решений обратных задач геоэлектрики / М.И.Шимелевич, Е.А.Оборнев, И.Е.Оборнев, Е.А.Родионов // Материалы 39-й сессии Международ. научн. семинара им. Д.Г.Успенского. Воронеж: Изд-во Воронеж гос. ун-та. 2012. С.283-286.

2. *Бердичевский М.Н.* Об обратных задачах в геоэлектрике / М.Н.Бердичевский, В.И.Дмитриев. Глава 8 в книге: *Светов Б.С.* Основы геоэлектрики. М.: Изд-во ЛКИ, 2008. 656 с.

3. *Гончарский А.В.* О равномерном приближении монотонного решения некорректных задач / А.В.Гончарский, А.Г.Ягола // Докл. Акад. наук СССР. 1969. Т.184, № 4. С.771-773.

4. *Жданов М.С.* Теория обратных задач и регуляризации в геофизике. М.: Научный мир, 2007. 712 с.

5. *Иванов В.К.* О некорректно поставленных задачах // Математический сборник. 1963. Т.61(103), № 2. С.211-223.

6. *Лаврентьев М.М.* Некорректные задачи математической физики и анализа / М.М.Лаврентьев, В.Г.Романов, С.П.Шишатский. М.: Наука, 1980. 286 с.

7. *Новик О.Б.* Математические вопросы сокращения числовой геофизической информации при поисках нефти и газа / Московск. геологоразв. ин-т. Деп в ВИЭМС 02.11.87 № 485-МГ.

8. Численные методы оценки степени практической устойчивости обратных задач геоэлектрики / М.И.Шимелевич, Е.А.Оборнев, И.Е.Оборнев, Е.А.Родионов // Физика Земли. 2013. № 3. С.58-64.

9. Численные методы оценки степени устойчивости обратных задач геоэлектрики в конечно-параметрических классах сред / М.И.Шимелевич, Е.А.Оборнев, И.Е.Оборнев, Е.А.Родионов // Материалы Пятой всероссийской школы-семинара имени М.Н.Бердичевского и Л.Л.Ваньяна по электромагнитным зондированиям Земли – ЭМЗ-2011. СПб: Изд-во СПбГУ, 2011. Т.2. С.139-141.

10. Численные методы решения некорректных задач / А.Н.Тихонов, А.В.Гончарский, В.В.Степанов, А.Г.Ягола. М.: Наука. 1990. 232 с.

11. *Шимелевич М.И.* Аппроксимационный метод решения обратной задачи МТЗ с использованием нейронных сетей / М.И.Шимелевич, Е.А.Оборнев // Физика Земли. 2009. № 12. С.22-38.

12. *Шимелевич М.И.* Нейросетевой метод магнитотеллурического мониторинга геоэлектрических параметров среды на основе неполных данных / М.И.Шимелевич, Е.А.Оборнев // Вестник КРАУНЦ, Науки о Земле. 2008. № 1. Вып.11. С.62-67.

REFERENCES

1. *Shimelevich M.I., Obornev E.A., Obornev I.E., Rodionov E.A.* Apriornye ocenki stepeni prakticheskoj neodnoznachnosti reshenij obratnyh zadach geojelektriki (*Priori assessment of the practical solutions of inverse problems of ambiguity geoelectrics*). Materialy 39-i sessii Mejdunarodnogo nauchnogo seminara im. D.G.Uspenskogo. Voronezh: Izd-vo Voronezh. gos. un-ta, 2012, p. 283-286.

2. *Berdichevsky M.N., Dmitriev V.I.* Ob obratnyh zadachah v geojelektrike (*On inverse problems in geoelectrics*). Chapter 8 of the book: *Svetov B.S.* Osnovy geoelektriki. Moscow: Izd-vo LKI, 2008, p. 656.

3. *Goncharskiy A.V., Yagola A.G.* O ravnomernom priblizhenii monotonnyh reshenij nekorrektnyh zadach (*Uniform approximation of monotonic solutions to incorrect problems*). Dokl. AN SSSR. 1969. 184, N 4, p. 771-773.

4. *Zhdanov M.S.* Teorija obratnyh zadach i reguljarizacii v geofizike (*The theory of inverse problems and regularization in geophysics*). Moscow: Nauchnyi mir. 2007, p. 712.

5. *Ivanov V.K.* O nekorrektno postavlennyh zadachah (*On improperly posed problems*). Matematicheskiy sbornik. 1963. T. 61(103) № 2. p. 211-223.

6. *Lavrentyev M.M, Romanov V.G., Shishatskiy S.P.* Nekorrektnye zadachi matematicheskoj fiziki i analiza (*Improperly posed problems of mathematical physics and analysis*). Moscow: Nauka, 1980, p. 286.

7. *Novik O.B.* Matematicheskie voprosy sokrashhenija chislovoj geofizicheskoj informacii pri poiskah nefti i gaza (*Mathematical problems in the reduction of the number of geophysical data necessary for oil and gas exploration*). Moscow. geologorazved. ins-t. Dep v VIEMS 02.11.87 N 485-MG.

8. *Shimelevich M.I., Obornev E.A., Obornev I.E., Rodionov E.A.* Numerical methods for estimating the degree of practical stability of inverse problems in geoelectrics. Izvestiya. Physics of the Solid Earth. 2013. Vol.49. N 3, p. 356-362.

9. *Shimelevich M.I., Obornev E.A., Obornev I.E., Rodionov E.A.* Chislennye metody ocenki stepeni ustojchivosti obratnyh zadach geojelektriki v konechno-parametricheskih klassah sred (*Numerical methods for assessing the stability of inverse problems of geoelectrics in finite-parameter class of environment*). Materialy Pyatoi vserossiiskoi shkoly-seminara imeni M.N.Berdichevskogo i L.L.Vanyana po elektromagnitnym zondirovaniyam Zemli – EMZ-2011. St Peterburg: Izd-vo SPbGU. 2011. Vol.2, p. 139-141.

10. *Tihonov A.N., Goncharskiy A.V., Stepanov V.V., Yagola A.G.* Chislennye metody reshenija nekorrektnyh zadach (*Numerical methods for solving improperly posed problems*). Moscow: Nauka, 1990, p. 232.

11. *Shimelevich M.I., Obornev E.A.* An approximation method for solving the inverse MTS problem with the use of neural networks. Izvestiya. Physics of the Solid Earth. 2009. Vol.45, N 12, p. 1055-1071.

12. *Shimelevich M.I, Obornev E.A.* Nejrosetevoj metod magnitotellurichеskogo monitoringa geojelektricheskih parametrov sredy na osnove nepolnyh dannyh (*Neuronet metod of magnetotelluric monitoring of geoelectrical parameters on the base of incomplete data*). Vestnik KRAUNC, Nauki o Zemle. 2008. N 1, iss.11, p.62-67.

NUMERICAL METHODS OF VALIDITY ESTIMATION OF ELECTROMAGNETIC SOUNDING DATA INTERPRETATION RESULTS

M.I.SHIMELEVICH, *PhD in Physics and Mathematics, shimelevich-m@yandex.ru*
E.A.OBORNEV, *PhD in Physics and Mathematics, eugenyo@mail.ru*
I.E.OBORNEV, *PhD in Physics and Mathematics, o_ivano@mail.ru*
E.A.RODIONOV, *Postgraduate student, evgeny_980@list.ru*
Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics Lomonosov Moscow State University (MSU SINP), Moscow, Russia

The article deals with *a priori* and *a posteriori* characteristics of a degree of practical stability (practical uniqueness) of solutions to nonlinear inverse problems in geoelectrics. Numerical values of moduli of continuity of direct and inverse operators and their modifications are used as criteria of a degree of practical stability. Examples of calculation of *a priori* and *a posteriori* characteristics of a degree of practical stability of inverse problems for standard models which are used in geoelectrics are given. A dependence of characteristics of a degree of practical stability on accuracy of a description and on input data structure, volume and level of error is examined. The obtained numerical estimations of a degree of practical stability of approximate solutions to inverse problems do not depend on the algorithm applied for their solving. This allows estimating accuracy and reliability of the geophysical data interpretation results objectively.

***Key words*:** inverse problems, geoelectrics, neural networks, *a priori* estimates, *a posteriori* estimates.