



Методика оценки спектральной плотности момента сопротивления на рабочем органе торфяного фрезерующего агрегата

К.В.ФОМИН*Тверской государственный технический университет, Тверь, Россия*

Основным источником динамических нагрузок в элементах привода и конструкции торфяного фрезерующего агрегата является рабочий орган. Силы внешнего сопротивления, возникающие в процессе выполнения технологической операции, носят резко переменный, случайный характер. В статье предложена модель формирования момента сопротивления на фрезе при взаимодействии с торфом. Рассмотрен случай, когда имеется несколько плоскостей резания с одинаковым радиусом по концам режущих элементов. При разработке модели учитывалось, что условия работы ножей, определяемые видом резания (блокированное, полу-блокированное и т.п.), их ширина и тип в каждой плоскости резания могут различаться.

Факторы, определяющие характер нагружения, такие как периодичность взаимодействия режущих элементов с залежью и случайность условий работы агрегата, приводят к представлению нагрузок в виде последовательности импульсов со случайными параметрами. Получены выражения для определения спектральной плотности момента сопротивления на фрезе на стадии проектирования с учетом ее конструкции, режимов работы, физико-механических свойств торфа и их вероятностных характеристик.

Для иллюстрации применения разработанных подходов представлена методика определения спектральной плотности момента на рабочем органе машин глубокого фрезерования и в элементах их привода на основе линейной модели. Дан пример расчета, проведена проверка полученных выражений на основе экспериментальных данных.

Вероятностные характеристики нагрузок на фрезе служат исходной информацией для динамического анализа системы привода и конструкции агрегата, его прочностного анализа, выбора оптимальных параметров и режимов работы.

Ключевые слова: торфяные фрезерующие агрегаты; динамические нагрузки; момент сопротивления; модель; спектральная плотность

Как цитировать эту статью: Фомин К.В. Методика оценки спектральной плотности момента сопротивления на рабочем органе торфяного фрезерующего агрегата // Записки Горного института. 2020. Т. 241. С. 58-67. DOI: 10.31897/PMI.2020.1.58

Введение. В настоящее время в торфяной промышленности широкое применение нашли машины с рабочими органами фрезерного типа [5, 11]. Они обладают высокой производительностью, позволяют сократить число технологических операций, дают возможность обеспечить их комплексную механизацию.

Структурная неоднородность торфяной залежи, изменчивость физико-механических свойств, профиля поверхности полей добычи, наличие древесных включений предопределяют резко переменный, случайный характер момента сопротивления на фрезе [10]. Это приводит к значительным динамическим нагрузкам в элементах привода и конструкции агрегата [10], что является одной из причин недостаточной надежности эксплуатируемых машин [2].

Дальнейшее развитие и интенсификация производственных процессов в торфяной промышленности [1, 14], их сезонный характер требуют создания высокопроизводительных и надежных машин, что связано с решением целого ряда задач, одной из которых является разработка эффективных методов проектирования и расчета. Точность их определяется тем, насколько величина и характер силовых факторов, действующих в элементах конструкции, принимаемых при прочностном анализе, соответствуют действительным [12, 18].

Для динамического анализа торфяных фрезерующих агрегатов разработан ряд подходов к моделированию момента сопротивления на рабочем органе при выполнении технологической операции. Методы были систематизированы [10]: представление нагрузки в виде последовательности детерминированных импульсов (Г.Ф.Вековешников); как непрерывной случайной функции пути, скорости и времени (Н.М.Караваева); методы, объединяющие два предыдущих (М.В.Мурашов, О.А.Головнина) и учитывающие три составляющие – постоянную, детерминированную периодическую и случайную функцию времени. При этом был использован богатый опыт решения аналогичных задач в области горного машиностроения [3, 4].

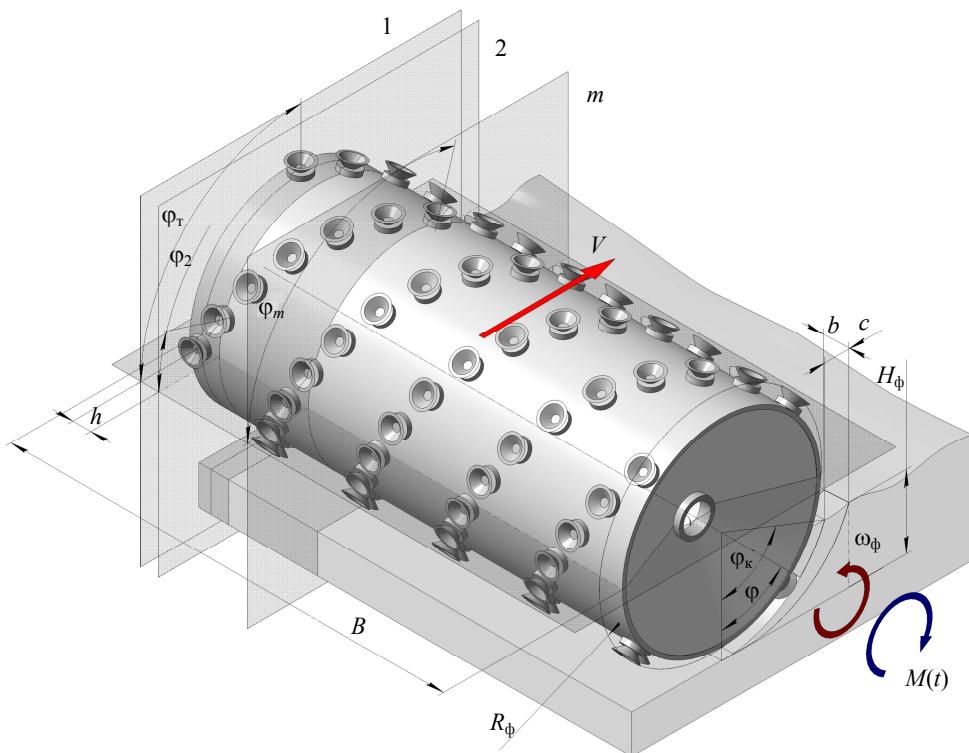


Рис.1. Взаимодействие рабочего органа с торфяной залежью

К недостаткам рассмотренных моделей следует отнести: искусственность разделения на составляющие без достаточного физического обоснования; сложность получения математического ожидания и спектральной плотности момента сопротивления на стадии проектирования.

В расчетной практике широкое применение получили методы статистического моделирования (Н.М.Караваева, Ф.А.Шестаченко, О.А.Головнина, В.Ф.Синицын) [10]. Несмотря на универсальность, они требуют значительных затрат машинного времени, необходимого для проведения анализа и выбора оптимальных параметров и режимов работы фрезерующего агрегата численными методами.

В ряде исследований [9, 15] нагрузки на рабочих органах представлены в виде последовательности импульсов со случайными параметрами. На основе предложенных моделей разработаны аналитические методы определения вероятностных характеристик и плотностей распределения моментов и сил на стадии проектирования [9, 10, 15], возникающих при взаимодействии с торфом и древесными включениями.

Полученные зависимости не учитывают того, что режущие элементы могут работать в различных условиях, зависящих от вида резания (блокированное, полублокированное и т.д.), иметь различную ширину и тип.

Модели и методика исследований. Рассмотрим фрезу (рис.1), имеющую M плоскостей резания с z ножами в плоскости. Радиус по концам режущих элементов R_ϕ . Условия работы, определяемые видом резания (блокированное, полублокированное), ширина ножей и их тип в каждой плоскости резания могут различаться. Угловая скорость вращения фрезы ω_ϕ , скорость перемещения агрегата V .

При анализе взаимодействия рабочего органа с торфом для упрощения будем считать, что его физико-механические свойства, глубина фрезерования, угловая скорость вращения фрезы и скорость перемещения агрегата изменяются достаточно плавно, так что в пределах подачи на нож (как правило, она составляет 2-30 мм) их можно считать постоянными величинами.

Учитывая периодичность контакта режущих элементов с залежью и случайный характер параметров, определяющих условия работы агрегата, момент сопротивления при выполнении технологической операции может быть представлен в виде последовательности импульсов со случайными параметрами (рис.2):

$$M(t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=-\infty}^{\infty} k_m M_{mn}(t - t_{mn}; P_{mn}), \quad (1)$$

где M – число плоскостей резания; n – номер импульса нагружения на m -й плоскости резания; k_m – коэффициент, зависящий от вида резания (блокированное, полублокированное и т.д.), ширины и типа режущих элементов в m -й плоскости резания; $M_{mn}(t; P_{mn})$ – функция, описывающая изменение крутящего момента сопротивления на одиночном режущем элементе в пределах угла контакта с залежью на m -й плоскости резания (без учета k_m); t_{mn} – момент возникновения n -го импульса нагрузки на m -й плоскости резания; P_{mn} – случайные параметры n -го импульса на m -й плоскости резания.

Параметры импульсов нагружения в общем виде случайны и определяются характером изменения физико-механических свойств торфа, глубины фрезерования, угловой скорости вращения рабочего органа, изменчивостью толщины стружки из-за неравномерности движения агрегата и многими другими факторами.

Вариация глубины фрезерования и соответственно угла контакта ножа с залежью φ_k зависит от изменения профиля поверхности карты и схемы подвески фрезы, а также от перемещений, вызванных воздействием сил резания и силами, связанными с ее неуравновешенностью. Эти факторы, наряду с колебаниями угловой скорости вращения ω_ϕ , приводят к случайному характеру изменения длительности импульсов $\tau = \varphi_k / \omega_\phi$, периода их повторности на одиночной плоскости резания $T = \varphi_t / \omega_\phi$ и сдвига по времени между импульсами нагрузок на m -й плоскости резания и начальной точкой отсчета $t_m = \varphi_m / \omega_\phi$, где φ_k – угол контакта ножа с залежью, φ_t – угол между соседними режущими элементами в одной плоскости резания, φ_m – угол сдвига между ножами m -й плоскости резания и началом отсчета.

Случайный характер нагрузок для анализа требует применения теории случайных функций [3, 6, 12]. Известно, что для полного описания таких процессов необходимо знать многомерные, в общем случае зависимые от времени, функции распределения [6, 13]. Для практических нужд, как правило, ограничиваются рассмотрением математического ожидания, дисперсии и спектральной плотности процесса, на основании которых, используя методы статистической динамики механических систем [3, 12, 18], можно рассчитать вероятностные характеристики силовых факторов, действующих в элементах привода и конструкции торфяного фрезерующего агрегата, и получить исходную информацию для его прочностного анализа и выбора оптимальных параметров и режимов работы.

Одной из важнейших характеристик случайного процесса, дающей распределение энергии по частотам, является спектральная плотность. Для ее определения воспользуемся понятием энергетического спектра случайного импульсного процесса [6]

$$F(\omega) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{2}{(2N+1)T} m_1 \left\{ \left| Z^{(k)}(j\omega) \right|^2 \right\}, \quad (2)$$

где N – число рассматриваемых импульсов; T – средний период повторности импульсов; $m_1 \{ \}$ – знак усреднения; $Z^k(j\omega)$ – спектр k -й реализации случайного процесса (в дальнейшем в выражениях индекс k опускаем).

Энергетический спектр связан со спектральной плотностью $S(\omega)$ соотношением [6]

$$F(\omega) = S(\omega) + 2\pi m^2 \delta(\omega),$$

где m – математическое ожидание случайного процесса; $\delta(\omega)$ – дельта-функция.

Дисперсия стационарной случайной функции равна [6]

$$D = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) d\omega - m^2.$$

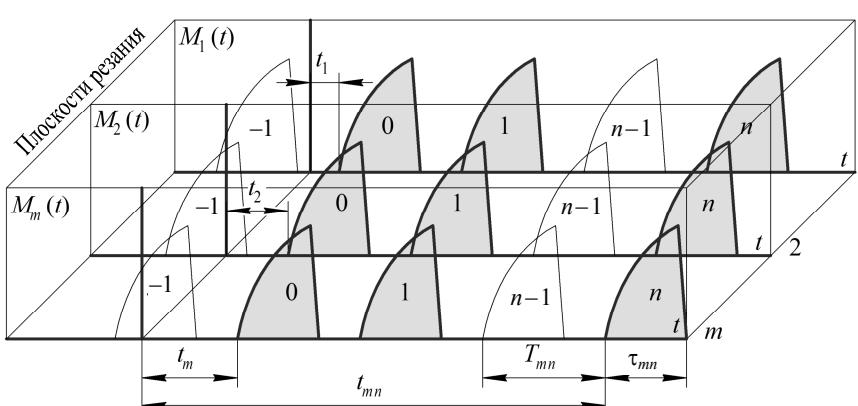


Рис.2. Модель формирования момента сопротивления на рабочем органе



При выводе выражения для энергетического спектра момента сопротивления на рабочем органе с учетом влияния случайного характера изменения угловой скорости воспользуемся методом рандомизации [13]. Считая величину угловой скорости фиксированной, определим энергетический спектр.

Используя свойства преобразования Фурье [6, 13], для спектра момента (1) получим:

$$Z_M(j\omega) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=-N}^N k_m S_{M_{mn}}(j\omega; \omega_\phi; P_{mn}) \exp\left(-j\frac{\omega}{\omega_\phi}\varphi_m\right) \exp\left(-j\frac{\omega}{\omega_\phi}n\varphi_T\right), \quad (3)$$

где $S_{M_{mn}}(j\omega; \omega_\phi; P_{mn})$ – спектр одиночного импульса нагружения на режущем элементе,

$$S_{M_{mn}}(j\omega; \omega_\phi; P_{mn}) = \int_0^{\varphi_K/\omega_\phi} M_{mn}(\omega_\phi t; P_{mn}) \exp(-j\omega t) dt.$$

Подставляя выражение (3) в (2) и ограничиваясь случаем, когда вероятностные характеристики параметров не зависят от временного положения импульсов (стационарный характер распределения условий работы агрегата), а только от их взаимного расположения, т.е. от разности номеров двух импульсов $p = n - i$, преобразуя и учитывая, что [6]

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{(2N+1)} \sum_{n=-N}^N \sum_{\substack{i=-N \\ n \neq i}}^N \exp\left(-j\frac{\omega}{\omega_\phi}(n-i)\varphi_T\right) = \frac{2\pi\omega_\phi}{\varphi_T} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - \frac{2\pi r \omega_\phi}{\varphi_T}\right) - 1,$$

получим выражение для энергетического спектра при постоянной угловой скорости фрезы

$$\begin{aligned} F_M(\omega) = & \frac{2}{T} \left[\frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \left[\frac{\partial^2 F_{M_1}(\omega; \omega_\phi; P)}{\partial P_q^2} \right]_m D_q \sum_{m=1}^M k_m^2 - \frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \left[\frac{\partial^2 F_{M_2}(\omega; \omega_\phi; P)}{\partial P_q^2} \right]_m D_q \sum_{m=1}^M k_m^2 + \right. \\ & + \sum_{q < s} \left[\frac{\partial^2 F_{M_2}(\omega; \omega_\phi; P)}{\partial P_q \partial P_s} \right]_m \sum_{m=1}^M \sum_{l=1}^M k_m k_l K_{qsml} \exp\left(-j\frac{\omega}{\omega_\phi}(\varphi_m - \varphi_l)\right) + \\ & + 2 \sum_{q < s} \left[\frac{\partial^2 F_{M_2}(\omega; \omega_\phi; P)}{\partial P_q \partial P_s} \right]_m \sum_{m=1}^M \sum_{l=1}^M \sum_{p=1}^{\infty} k_m k_l K_{qsmlp} \exp\left(-j\frac{\omega}{\omega_\phi}(\varphi_m - \varphi_l)\right) \cos\left(\frac{\omega}{\omega_\phi} p \varphi_T\right) + \\ & + \left(F_{M_1}(\omega; \omega_\phi; m_q) + \frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \left[\frac{\partial^2 F_{M_2}(\omega; \omega_\phi; P)}{\partial P_q^2} \right]_m D_q \right) \times \\ & \times \sum_{m=1}^M \sum_{l=1}^M k_m k_l \exp\left(-j\frac{\omega}{\omega_\phi}(\varphi_m - \varphi_l)\right) \frac{2\pi\omega_\phi}{\varphi_T} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - \frac{2\pi r \omega_\phi}{\varphi_T}\right), \end{aligned} \quad (4)$$

где введены следующие обозначения:

$$F_{M_1}(\omega; \omega_\phi; P) = |S_{M_{mn}}(j\omega; \omega_\phi; P)|^2;$$

$$F_{M_2}(\omega; \omega_\phi; P) = S_{M_{mn}}(j\omega; \omega_\phi; P_q) S_{M_{mn}}^*(j\omega; \omega_\phi; P_s),$$

$S_{M_{mn}}^*$ – комплексно-сопряженная величина.

При выводе выражения (4) использовано разложение функций, подлежащих усреднению, в ряд Тейлора в окрестности точки с координатами, соответствующими средним значениям параметров с ограничением членами до второго порядка включительно [1],



$$F(\omega; P) = F(\omega; m_q) + \sum_{q=1}^Q \left[\frac{\partial F(\omega; P)}{\partial P_q} \right]_m (P_q - m_q) + \frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \left[\frac{\partial^2 F(\omega; P)}{\partial P_q^2} \right]_m (P_q - m_q)^2 + \\ + \sum_{q < s} \left[\frac{\partial^2 F(\omega; P)}{\partial P_q \partial P_s} \right]_m (P_q - m_q)(P_s - m_s).$$

При этом средние значения $F(\omega; P)$ равны:

$$m_1\{F(\omega; P)\} = F(\omega; m_q) + \frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \left[\frac{\partial^2 F(\omega; P)}{\partial P_q^2} \right]_m D_q + \sum_{q < s} \left[\frac{\partial^2 F(\omega; P)}{\partial P_q \partial P_s} \right]_m K_{qs},$$

где P_q – параметры импульсной последовательности; m_q – математические ожидания параметров; D_q – дисперсия параметров; K_{qs} – коэффициенты корреляции и взаимной корреляции параметров; Q – число параметров; знак $q < s$ означает, что суммирование распространяется на все попарные сочетания слагаемых.

Энергетический спектр (спектральная плотность) имеет сложную структуру и состоит из двух частей: непрерывной и дискретной. Первая определяется величиной квадрата модуля спектра функции, описывающей форму импульса нагружения и видом корреляционных и взаимно корреляционных функций параметров. Она пропорциональна дисперсии параметров импульсов. Вторая (так называемая кинематическая составляющая) обусловлена периодичностью взаимодействия ножей с залежью и пропорциональна средним параметрам импульсного процесса. При одинаковых условиях формирования нагрузки для всех плоскостей резания ($k_m = 1$) получим выражение, представленное в [15] как частный случай.

Осуществляя усреднение выражения (4) по угловой скорости вращения рабочего органа, в случае ее статистической независимости от остальных случайных параметров импульсов для момента сопротивления имеем:

$$F_M(\omega) = \frac{2}{T} \left[\frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \Psi_{1M_q}(\omega) D_q \sum_{m=1}^M k_m^2 - \frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \Psi_{2M_q}(\omega) D_q \sum_{m=1}^M k_m^2 + \right. \\ \left. + \sum_{q < s} \sum_{m=1}^M \sum_{l=1}^M \Psi_{3M_{qsm}}(\omega) k_m k_l K_{qsm} + 2 \sum_{q < s} \sum_{m=1}^M \sum_{l=1}^M \sum_{p=1}^{\infty} \Psi_{4M_{qsmpl}}(\omega) K_{qsmpl} k_m k_l + \right. \\ \left. + \sum_{r=-\infty}^{\infty} \left(F_{M_1} \left(\frac{2\pi r}{\Phi_T}; m_q \right) + \frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \left[\frac{\partial^2 F_{M_2} (2\pi r/\Phi_T; P)}{\partial P_q^2} \right]_m D_q \right) \times \right. \\ \left. \times \sum_{m=1}^M \sum_{l=1}^M k_m k_l \exp \left(-j \frac{2\pi r}{\Phi_T} (\varphi_m - \varphi_l) \right) \frac{\omega \Phi_T}{2\pi r^2} W \left(\frac{\omega \Phi_T}{2\pi r} \right) \right], \quad (5)$$

где

$$\Psi_{1M_q}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\partial^2 F_{M_1}(\omega; \omega_{\Phi}; P)}{\partial P_q^2} \right]_m W(\omega_{\Phi}) d\omega_{\Phi};$$

$$\Psi_{2M_q}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\partial^2 F_{M_2}(\omega; \omega_{\Phi}; P)}{\partial P_q^2} \right]_m W(\omega_{\Phi}) d\omega_{\Phi};$$

$$\Psi_{3M_{qsm}}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\partial^2 F_{M_2}(\omega; \omega_{\Phi}; P)}{\partial P_q \partial P_s} \right]_m \exp \left(-j \frac{\omega}{\omega_{\Phi}} (\varphi_m - \varphi_s) \right) W(\omega_{\Phi}) d\omega_{\Phi};$$



$$\Psi_{4M_{qsmlp}}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\partial^2 F_{M_2}(\omega; \omega_\phi; P)}{\partial P_q \partial P_s} \right]_m \exp\left(-j \frac{\omega}{\omega_\phi} (\varphi_m - \varphi_l)\right) \cos\left(\frac{\omega}{\omega_\phi} p \varphi_t\right) W(\omega_\phi) d\omega_\phi;$$

$W(\omega_\phi)$ – плотность распределения угловой скорости вращения фрезы.

В случае $k_m = 1$ для всех плоскостей резания выражение (5) принимает вид, полученный в работе [9].

При учете случайного характера изменения угловой скорости фрезы произошла трансформация энергетического спектра, в результате которой преобразовалась как его дискретная часть, так и непрерывная. Вместо дискретных линий в составе спектра появились пики, по форме соответствующие функции, описывающей плотность распределения изменения угловой скорости.

Результаты исследований. Рассмотрим пример реализации разработанной методики при расчете спектральной плотности момента сопротивления на рабочих органах машин глубокого фрезерования. Они применяются при подготовке залежи к эксплуатации и ремонте полей добычи, осуществляя фрезерование торфа вместе с древесной растительностью, пнями, корневищами, травяным и моховым покрытием [11]. Характеризуются высоким уровнем динамической нагруженности элементов конструкции.

Нагрузка на рабочем органе при выполнении технологической операции может быть представлена в виде суммы нагрузок, возникающих при взаимодействии с торфом и древесными включениями.

Методики определения вероятностных характеристик момента сопротивления при фрезеровании древесных включений даны в работах [10, 16].

При анализе взаимодействия рабочего органа с торфом следует учитывать конструктивную особенность машин этого типа. Наличие отбойной плиты, опирающейся на поверхность залежи [11], обеспечивает постоянство угла контакта режущего элемента с залежью. В этом случае для спектральной плотности момента сопротивления из выражения (5) получим:

$$S_M(\omega) = \frac{2}{T} \left[K_{1M}(\omega) \sum_{m=1}^M k_m^2 + \sum_{m=l=1}^{M M} k_m k_l K_{3M_{ml}}(\omega) + 2 \sum_{m=l=1}^M \sum_{p=1}^{\infty} k_m k_l K_{4M_{mlp}}(\omega) + \right. \\ \left. + m_A^2 \sum_{r=-\infty}^{\infty} \left| S_{M_0} \left(\frac{\omega \varphi_t}{2\pi r}; m_q \right) \right|^2 \sum_{m=1}^M \sum_{l=1}^M k_m k_l \exp \left[-j \frac{2\pi r}{\varphi_t} (\varphi_m - \varphi_l) \right] \frac{\omega \varphi_t}{2\pi r^2} W \left(\frac{\omega \varphi_t}{2\pi r} \right) \right], \quad r \neq 0, \quad (6)$$

где T – средний период повторности импульсов, образованных одной плоскостью резания,

$$T = \frac{\varphi_t}{\int_{-\infty}^{\infty} \omega_\phi W(\omega_\phi) d\omega_\phi}.$$

В выражении (6) введены обозначения:

$$K_{1M}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} |S_{M_0}(j\omega; \omega_\phi)|^2 D_A(\omega_\phi) W(\omega_\phi) d\omega_\phi; \\ K_{3M_{ml}}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} K_{Aml}(\omega_\phi) |S_{M_0}(j\omega; \omega_\phi)|^2 \exp\left(-j \frac{\omega}{\omega_\phi} (\varphi_m - \varphi_l)\right) W(\omega_\phi) d\omega_\phi; \\ K_{4M_{mlp}}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} K_{Amlp}(\omega_\phi) |S_{M_0}(j\omega; \omega_\phi)|^2 \exp\left(-j \frac{\omega}{\omega_\phi} (\varphi_m - \varphi_l)\right) \cos\left(\frac{\omega}{\omega_\phi} p \varphi_t\right) W(\omega_\phi) d\omega_\phi,$$

где $m_A, D_A(\omega_\phi)$ – соответственно, математическое ожидание и дисперсия амплитуд импульсов,



$$m_A = R_\phi b c \left(m_\tau \frac{C_\tau}{\delta^{0,4}} + m_\gamma \frac{m_{\omega_\phi}^2 R_\phi^2}{2 \cdot 10^3} \right); D_A(\omega_\phi) = R_\phi^2 b^2 c^2 \left[D_\tau \left(\frac{C_\tau}{\delta^{0,4}} \right)^2 + \frac{D_\gamma \omega_\phi^4 R_\phi^4}{4 \cdot 10^6} \right],$$

где R_ϕ – диаметр фрезы по концам режущих элементов; b – ширина срезаемого слоя; c – подача на один режущий элемент; C_τ – коэффициент, зависящий от типа режущего элемента [11]; δ – средняя толщина стружки [11]; m_τ, m_γ – соответственно, математические ожидания предельного напряжения сдвига τ и плотности торфа γ ; D_γ, D_τ – соответственно, дисперсия плотности и предельного напряжения сдвига;

$$K_{Am_l}(\omega_\phi) = R_\phi^2 b^2 c^2 \left[D_\tau K_{\tau\perp}[(m-l)h] \left(\frac{C_\tau}{\delta^{0,4}} \right)^2 + D_\gamma K_{\gamma\perp}[(m-l)h] \frac{\omega_\phi^4 R_\phi^4}{4 \cdot 10^6} \right],$$

$$K_{Am_{lp}}(\omega_\phi) = R_\phi^2 b^2 c^2 \left[D_\tau K_\tau[(m-l); p] \left(\frac{C_\tau}{\delta^{0,4}} \right)^2 + D_\gamma K_\gamma[(m-l); p] \frac{\omega_\phi^4 R_\phi^4}{4 \cdot 10^6} \right],$$

$K_\tau[(m-l); p], K_\gamma[(m-l); p]$ – соответственно, нормированные коэффициенты корреляции пространственного изменения предельного напряжения сдвига и плотности торфа.

В некоторых случаях возможно разделение коэффициентов корреляции изменения τ и γ в направлении движения агрегата $K_{\tau//}(\tau), K_{\gamma//}(\tau)$ и перпендикулярном ему $K_{\tau\perp}(\tau), K_{\gamma\perp}(\tau)$:

$$K_\tau[(m-l); p] = K_{\tau\perp}[(m-l)h] K_{\tau//}(pc);$$

$$K_\gamma[(m-l); p] = K_{\gamma\perp}[(m-l)h] K_{\gamma//}(pc),$$

где h – расстояние между плоскостями резания.

Квадрат модуля спектра импульса единичной амплитуды на режущем элементе

$$\left| S_{M_0}(j\omega; \omega_\phi) \right|^2 = \frac{1}{4} \left\{ \left| U(\omega - \omega_\phi; \omega_\phi) \right|^2 + \left| U(\omega + \omega_\phi; \omega_\phi) \right|^2 - 2U(\omega - \omega_\phi; \omega_\phi) \times U(\omega + \omega_\phi; \omega_\phi) \cos \varphi_k \right\},$$

$$\text{где } U(j\omega; \omega_\phi) = \frac{2}{\omega} \sin \frac{\omega \varphi_k}{2\omega_\phi}.$$

Плотность распределения угловой скорости вращения рабочего органа может быть определена с помощью методики, предложенной в [10].

При использовании линейной динамической модели привода машины глубокого фрезерования для спектральной плотности момента в i -м элементе привода можно записать [10, 12]:

$$S_{Mi}(\omega) = (C_i + \beta_i \omega)^2 S_{\Sigma M}(\omega) \sum_{p=1}^P \frac{(a_{ip} - a_{i+1;p})^2 a_{\mu p}^2}{M_p^2} \frac{1}{(\omega_p^2 - \omega^2)^2 + 4n_p^2 \omega^2}, \quad (7)$$

где C_i – жесткость i -го элемента; β_i – коэффициент неупругого сопротивления i -го элемента; $S_{\Sigma M}(\omega)$ – спектральная плотность суммарного момента сопротивления на фрезе; P – число собственных частот системы привода; $a_{ip}, a_{i+1;p}$ – формы собственных колебаний масс привода, между которыми расположен i -й элемент; $a_{\mu p}$ – p -я форма собственных колебаний массы привода, к которой приложена нагрузка; ω_p – p -я собственная частота системы;

$$M_p = \sum_{n=1}^N a_{np}^2 I_n; \quad n_p = \frac{1}{M_p} \sum_{n=1}^{N-1} \beta_n a_{np} a_{n+1;p},$$

N – число масс динамической модели привода; I_n – момент инерции n -й массы.



В качестве примера расчета рассмотрим машину для глубокого фрезерования МП-20 [17]. Она является прицепной к трактору 6-го тягового класса (4-й класс тяги в стандарте ISO) и состоит из рамы с отбойной плитой, передних и задних опорных катков, фрезы, гидравлической системы и трансмиссии.

Рабочий орган представляет собой цилиндрический барабан, к поверхности которого в специальных гнездах крепятся режущие элементы. Фреза режет торф и древесину при вращении снизу вверх. Глубина фрезерования составляет 0,25–0,4 м. Диаметр фрезы равен 1,2 м, ширина 2,24 м. В плоскости резания расположен один режущий элемент. Общее их число равно 18. Из них Г-образной формы – 16, сегментных ножей – 2, которые расположены на крайних 1-й и 18-й плоскостях резания. Ширина Г-образного ножа равна 0,14 м, сегментного – 0,1 м. На рис.3 показана схема расстановки режущих элементов на фрезе.

МП-20 работает при увеличенной подаче на один режущий элемент, что позволяет проводить сепарацию древесных включений и увеличить производительность в 1,3–1,5 раза [17]. В свою очередь такие режимы работы приводят к повышенным динамическим нагрузкам.

Динамическая расчетная схема привода рабочего органа показана на рис.4.

Исходные данные для расчета нагрузок в элементах привода представлены в табл.1, полученные на их основе значения собственных частот и форм колебаний в табл.2 [10].

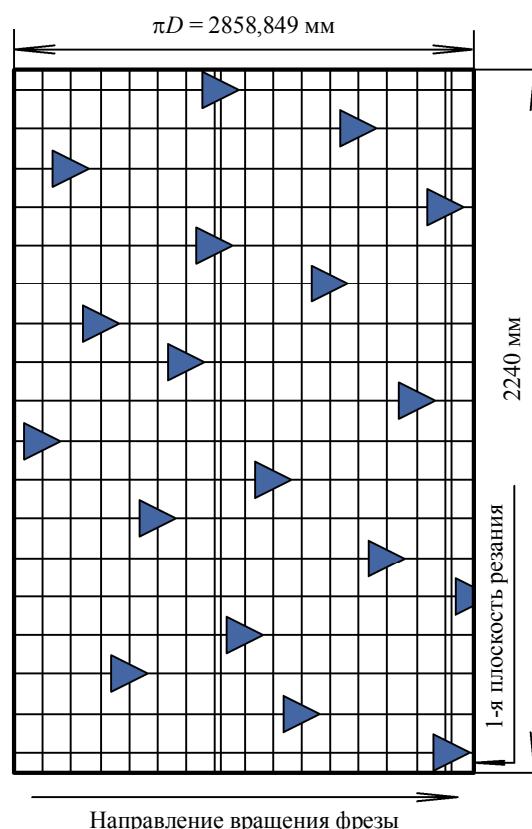


Рис.3. Схема расстановки режущих элементов на фрезе

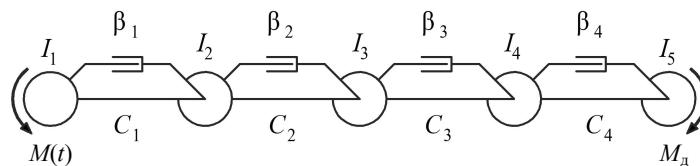


Рис.4. Расчетная динамическая схема привода рабочего органа МП-20

Таблица 1

**Параметры динамической системы привода МП-20
(приведенные к валу рабочего органа, первая масса – рабочий орган)**

Параметры	Номер элемента				
	1	2	3	4	5
Моменты инерции, $\text{kg}\cdot\text{м}^2$	206,76	2,22	2,15	24,74	411,3
Жесткость, $\text{Нм}/\text{град}$	$7,639 \cdot 10^5$	$0,593 \cdot 10^7$	$8,97 \cdot 10^5$	$3,225 \cdot 10^5$	–

Таблица 2

Собственные частоты и формы колебаний привода МП-20

Частота, с^{-1}	Номер массы				
	1	2	3	4	5
36,25	1	0,6565	0,6119	0,3460	-0,5135
171,25	1	-6,907	-7,85	-12,95	0,2374
654,84	1	$-0,115 \cdot 10^3$	$-0,1115 \cdot 10^3$	$0,1206 \cdot 10^2$	-0,9291

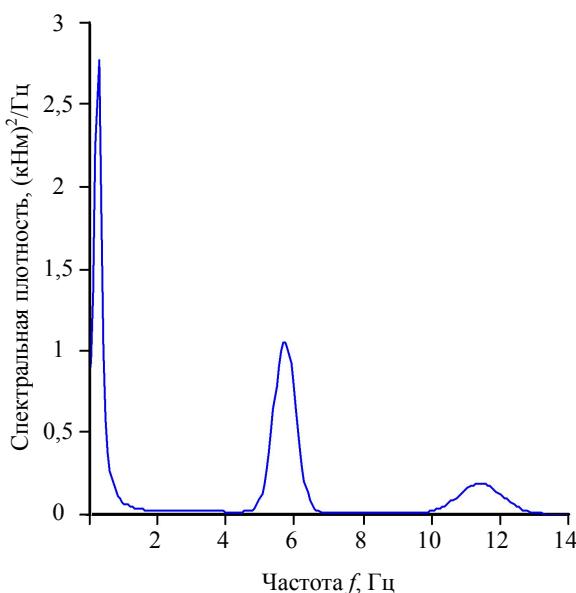


Рис.5. Спектральная плотность момента сопротивления на рабочем органе МП-20 при взаимодействии с торфом

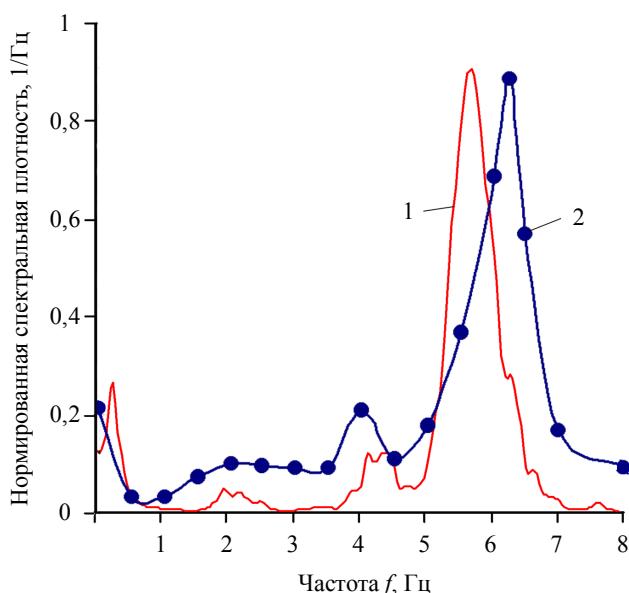


Рис.6. Нормированные спектральные плотности момента нагружения на карданном валу
1 – расчет; 2 – эксперимент [8]

Спектральная плотность момента сопротивления на рабочем органе при взаимодействии с торфом, рассчитанная с использованием выражения (6), показана на рис.5. Вероятностные характеристики момента при взаимодействии с древесными включениями определялись с помощью методики [16].

Нормированная спектральная плотность момента на карданном валу агрегата (4-й упругий элемент динамической расчетной схемы), полученная с использованием выражений (7), представлена на рис.6. Среднее значение момента равно 0,597 кНм, среднеквадратическое отклонение составляет 0,142 кНм.

Экспериментальное определение нагрузок осуществлялось методами тензометрирования [8] на низинной залежи пнистостью 2 % при скорости передвижения 0,144 м/с. Глубина фрезерования составляла 0,35 м.

Во время испытаний фиксировались значения момента нагружения на карданном валу, обработы рабочего органа и скорость передвижения агрегата. Угловая скорость фрезы равна 18 с^{-1} . Нормированная спектральная плотность момента, полученного в результате эксперимента, показана на рис.6. Среднее значение составляло 0,655 кНм, среднеквадратическое отклонение 0,126 кНм.

Сравнение результатов расчета с данными тензометрирования говорит о том, что предложенные зависимости в целом правильно отображают характер нагрузки в приводе.

Выводы

1. Представлены вероятностные модели формирования момента сопротивления на рабочих органах торфяных фрезерующих агрегатов при взаимодействии с торфом. Рассмотрен случай, когда имеется несколько плоскостей резания с одинаковым радиусом по концам режущих элементов. При этом учитывается, что ножи могут иметь различную ширину, тип и условия работы, определяемые видом резания (блокированное, полублокированное и т.д.). Нагрузка может быть представлена в виде последовательности импульсов со случайными параметрами.

2. Получены выражения, позволяющие на стадии проектирования рассчитывать спектральную плотность момента на рабочем органе с учетом режимов работы, его конструкции, физико-механических свойств торфа и их вероятностных характеристик. Они служат исходной информацией для анализа динамических нагрузок в элементах привода и конструкции торфяных фрезерующих агрегатов, расчета их надежности и технико-экономических показателей работы.



ЛИТЕРАТУРА

1. Вентцель Е.С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения / Е.С.Вентцель, Л.А.Овчаров. М.: Высшая школа, 2000. 383 с.
2. Горлов И.В. Влияние пнистости залежи на безотказность торфяных машин / И.В.Горлов, М.Г.Рахутин // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2017. № 12. С. 139-145.
3. Докукин А.В. Статистическая динамика горных машин / А.В.Докукин, Ю.Д.Красников, З.Я.Хургин. М.: Машиностроение, 1978. 238 с.
4. Красников Ю.Д. Моделирование разрушения углей режущими инструментами. М.: Наука, 1981. 181 с.
5. Копенкин В.Д. Развитие фрезерующих машин в торфяном производстве (анализ, перспективы) / В.Д.Копенкин, Л.В.Копенкина, Л.Н.Самсонов // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2003. № 10. С. 204-207.
6. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Радио и связь, 1989. 656 с.
7. Панов В.В. Тенденции развития торфяной отрасли России / В.В.Панов, О.С.Мисников // Горный журнал. 2015. № 7. С. 108-112.
8. Самсонов Л.Н. Анализ нагрузок в элементах привода фрезерующего агрегата МП-20 / Л.Н.Самсонов, А.К.Кочедыков, К.В.Фомин // Технология и комплексная механизация торфяного производства: Сб. науч. тр. / Тверской государственный технический университет. Тверь, 2000. Вып. 11. С. 120-123.
9. Самсонов Л.Н. Определение вероятностных характеристик момента нагружения на рабочем органе торфяного фрезерующего агрегата / Л.Н.Самсонов, К.В.Фомин // Известия высших учебных заведений. Горный журнал. 2003. № 3. С. 106-112.
10. Самсонов Л.Н. Элементы статистической динамики торфяных фрезерующих агрегатов / Л.Н.Самсонов, К.В.Фомин / Тверской государственный технический университет. Тверь, 2005. 168 с.
11. Самсонов Л.Н. Фрезерование торфяной залежи. М.: Недра, 1985. 211 с.
12. Светлицкий В.А. Статистическая механика и теория надежности. М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2002. 504 с.
13. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982. 625 с.
14. Торфяная промышленность России: итого прошлого – взгляд в будущее / Б.Ф.Зюзин, О.С.Мисников, В.В.Панов, Л.В.Копенкина // Горный журнал. 2013. № 5. С. 73-76.
15. Фомин К.В. Моделирование и анализ момента нагружения на рабочем органе торфяного фрезерующего агрегата // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2000. Т. 2. С. 222-226.
16. Фомин К.В. Моделирование и анализ момента нагружения на рабочем органе машины для глубокого фрезерования при взаимодействии с древесными включениями / К.В.Фомин, К.С.Крылов, В.Е.Харламов // Труды ИНСТОРФА. 2017. № 15 (68). С. 38-44.
17. Фрезерная машина для подготовки и ремонта производственных площадей МП-20 / А.К.Кочедыков, Ю.С.Комаров, Е.А.Константинов, И.А.Федунов, В.М.Попович // Торфяная промышленность. 1989. № 8. С. 7-8.
18. Loren d. Lutes. Random vibrations: analysis of structural and Mechanical systems / Loren d. Lutes, Shahram Sarkani; Butterworth – Heinemann. 2004. 650 p.

Автор К.В.Фомин, д-р техн. наук, профессор, fomin_tver@mail.ru (Тверской государственный технический университет, Тверь, Россия).

Статья поступила в редакцию 19.06.2019.

Статья принята к публикации 03.10.2019.