ISSN 2411-3336; e-ISSN 2541-9404

ЗАПИСКИ ГОРНОГО ИНСТИТУТА
Journal of Mining Institute
Сайт журнала: pmi.spmi.ru



Научная статья *Геотехнология и инженерная геология*

Геометрические модели типовых сложноструктурных блоков уступов

Б.Р.Ракишев[1], А.И.Едильбаев[2], А.С.Сакабеков[1], А.А.Орынбай[3]✉, Н.А.Мекебай[1], Т.С.Ибырханов[1]
[1] *Казахский национальный исследовательский технический университет имени К.И.Сатпаева, Алматы, Республика Казахстан*
[2] *ТОО «Горное бюро», Алматы, Республика Казахстан*
[3] *Алматинский университет энергетики и связи имени Гумарбека Даукеева, Алматы, Республика Казахстан*

Как цитировать эту статью: Ракишев Б.Р., Едильбаев А.И., Сакабеков А.С., Орынбай А.А., Мекебай Н.А., Ибырханов Т.С. Геометрические модели типовых сложноструктурных блоков уступов // Записки Горного института. 2026. Т. 278. С. 16-29. EDN KMVNOM

Аннотация
Более полное извлечение полезных ископаемых из недр путем снижения их потерь актуализирует задачи совершенствования математических моделей объектов разработки. Цель данной работы – создание геометрических моделей типовых сложноструктурных блоков (ССБ), которые можно распространить на реальные ССБ. Они базируются на горно-геологических моделях виртуальных (типовых) сложноструктурных рудных блоков уступа, состоящих из разрозненных сплошных (первый тип) и рассредоточенных (второй тип) рудных тел. Ключевыми параметрами этих блоков являются координаты характерных точек разрозненных сплошных и рассредоточенных рудных тел, длины отрезков контактных линий рудных тел с вмещающими породами, площади рудных тел на разрезах ССБ. Они определяют горно-геологические характеристики этих объектов – рудонасыщенность, сложность геолого-морфологического строения блока. Эти характеристики аналитически взаимосвязаны с геометрическими параметрами разрозненных рудных тел и размерами слоя примешиваемой породы или теряемой руды, положены в основу методики расчета численных значений геометрических моделей ССБ и горно-геологических характеристик рудных тел и блока в целом. Создана компьютерная программа для автоматизированного определения геометрических характеристик ССБ по заданным начальным ключевым параметрам сложноструктурных блоков. Рассмотрен пример расчета этих характеристик для типовых сложноструктурных блоков, показана значимость результатов исследований при разработке ССБ. Предлагаемая методика расчета ключевых характеристик геометрических моделей ССБ является информационной основой для принятия решений по экономичной и экологичной разработке сложноструктурных блоков уступов. Результаты исследований можно использовать при эксплуатации реальных сложноструктурных месторождений для существенного уменьшения потерь и разубоживания полезных ископаемых.

Ключевые слова
сложноструктурные блоки; коэффициент рудонасыщенности; показатель сложности геологического строения блока; горно-геологические характеристики; геометрическое моделирование

Финансирование
Статья подготовлена в рамках проекта, финансируемого Министерством науки и высшего образования Республики Казахстан, 2023/АР19676591 «Разработка инновационных технологий полного извлечения разрозненных кондиционных руд из сложноструктурных блоков уступов».

Поступила: 25.11.2024 ***Принята: 09.10.2025*** ***Онлайн: 02.02.2026*** ***Опубликована: 12.05.2026***

Введение

При проектировании, планировании и разработке твердых полезных ископаемых широко применяются различные интегрированные геоинформационные системы. Они основаны на геологоразведочных данных конкретных месторождений. Пространственное размещение полезных ископаемых в рассматриваемом геологическом поле представляется в виде горно-геологических, математических моделей общего характера.

Проблема более полного извлечения полезных ископаемых из недр путем снижения их потерь еще больше актуализирует задачи совершенствования моделей объектов разработки. Использование

Статья опубликована в открытом доступе по лицензии CC BY 4.0

программных продуктов моделей, содержащих координаты знаковых точек рудных тел, их площадей, длины отрезков, разграничивающих их и вмещающие породы, содержание полезных компонентов в различных рудных телах, физико-механические и технологические свойства, позволит автоматизировать трудоемкий процесс геометризации сложноструктурных месторождений полезных ископаемых.

Сложноструктурные месторождения обычно представлены разнообразным сочетанием рудных тел и вмещающих пород (некондиционных руд) сложной конфигурации с различными размерами, физико-техническими и геологическими характеристиками. Контакты между кондиционными и некондиционными рудами визуально неразличимы и носят вероятностный характер [1-3]. Их доля на предприятиях цветной металлургии стран СНГ составляет 60-90 %, а эксплуатационные потери руды могут достигать 20-35 % [3-6].

Основными причинами высокого уровня потерь и разубоживания при открытой разработке сложноструктурных полезных ископаемых (ПИ) является недостаточная изученность геолого-морфологического строения сложноструктурных блоков (ССБ) уступов. Имеет место несоответствие применяемых технологий выемочно-погрузочных работ реальным горно-геологическим условиям залегания сложноструктурных полезных ископаемых в массиве и во взорванном состоянии, использование частных методов определения нормирования потерь и разубоживания, ориентированных на горно-геологические объекты с четкими геологическими границами – жилы, линзы и пластообразования залежи. Причем количественные и качественные потери полезных ископаемых в них обычно устанавливаются для приконтурных участков рудных блоков [6, 7].

В широко применяемых на горно-добывающих предприятиях программных продуктах Datamine, Surpac, Micromine и др. проблема управления потерями и разубоживанием рассматривается в масштабе месторождения в целом, а не разреза уступа, отдельной выемочной единицы (экскаваторной заходки). Для их адаптации к геологическим объектам меньшего масштаба (горизонта, уступа), сложных конфигурации и структуры необходимо создание соответствующих горно-геологических, математических моделей, служащих базой для разработки методик определения и нормирования эксплуатационных количественных и качественных потерь в реальных условиях разработки ПИ.

Первичной из этих моделей является горно-геологическая модель сложноструктурных рудных блоков (ССРБ) уступов. Она наглядно изображает рудные тела в различных сечениях уступа (поперечных, продольных, горизонтальных) и места образования потерь и разубоживания руд при выемке из реальных сложноструктурных рудных блоков. Такая модель впервые создана авторами для виртуальных сложноструктурных рудных блоков уступов [4, 5] и может служить базой для создания геометрических моделей типовых ССБ уступов.

Обзор литературных источников

Геометрическое моделирование предусматривает построение математических моделей, описывающих геометрические свойства изучаемого объекта. Оно базируется на аналитической и дифференциальной геометрии, вычислительной математике, вариационном исчислении, топологии и компьютерных технологиях.

С момента его появления более пяти десятилетий назад геометрическое твердотельное моделирование имеет решающее значение для инженерного проектирования и используется в пакетах инженерного программного обеспечения, таких как автоматизированное проектирование, автоматизированное производство, компьютерное проектирование и т.д. [8].

В статье [9] представлен новый подход к созданию обобщенных развертывающихся кубических тригонометрических поверхностей Безье с параметрами формы для решения фундаментальной проблемы локальной настройки формы поверхности.

В работе [10] используются обобщенные функции типа Бернштейна с различными параметрами формы. Разработаны параметрические и геометрические условия в обобщенном виде. Некоторые числовые примеры ограничений параметрической и геометрической непрерывностей обобщенных кривых типа Безье анализируются с графическим представлением.

Статья опубликована в открытом доступе по лицензии CC BY 4.0

В работе [11] предложен алгоритм расчета составной бикубической поверхности с фиксированным каркасом, образованным продольными (вдоль оси *x*) и поперечными (вдоль оси *y*) кубическими сплайнами. Уравнения каркасных линий принимаются в качестве основных граничных условий. Согласно предложенному алгоритму, задача включает два этапа: сначала находят уравнения каркасных линий, затем вычисляют коэффициенты для уравнений бикубических порций, образующих бикубическую поверхность. Такой подход позволяет уменьшить размер характеристической матрицы системы линейных уравнений относительно коэффициентов, входящих в уравнение поверхности.

В работе [12] представлены основные аспекты моделирования специальных объектов для горных предприятий, которые не встречаются в проектах гражданских и промышленных сооружений – поверхностей карьеров, подземных горных выработок различной конфигурации, объемных породных блоков и земляных масс. В статье демонстрируются способы использования активно развивающегося в сфере строительства сооружений информационного моделирования, которое подразумевает создание единой информационной модели объекта, отображающей весь жизненный цикл сооружения от проекта до эксплуатации и дальнейшей ликвидации месторождения. Это позволит избежать большинства ошибок на этапе проектирования, вести оперативный информационный контроль добычи и переработки во время подготовительных и очистных работ. На примере созданных моделей горно-добывающих предприятий демонстрируются возможности использования программного обеспечения для информационного моделирования и создания единого файла объекта от стадии проектирования до момента окончания добычных работ, а в дальнейшем – до учета рекультивации или использования объекта в новом функциональном качестве.

Особое значение для рудных месторождений имеет геометризация качественных и физических показателей и химических свойств горных пород и минералов, что является одной из важнейших задач горно-добывающих предприятий [13]. Графическо-аналитический метод позволяет установить распределение содержания компонентов и создать пространственную модель месторождения для определения взаимосвязей между ними [14]. Эти задачи могут быть решены на основе комплекса исследований, направленных на геометризацию, статистическую оценку месторождения, моделирование и мониторинг его формы, свойств и объемов [15].

Для оценки тоннажа и содержания запасов руды геологи и горные инженеры обычно используют геометрические и геостатистические методы [16]. Однако четких оценок различий между этими методами в литературе не сообщалось. Чтобы восполнить этот пробел в исследованиях, проводится сравнительное исследование качественных запасов известнякового месторождения Ойо-Ива (Нигерия) с использованием геометрических и геостатистических методов. Геометрический метод эффективен для оценки тоннажа, а геостатистический, по мнению авторов, является более подходящим, надежным и предпочтительным для оценки содержания [16].

В работе [17] приведен всесторонний обзор статей, в которых машинное обучение использовалось для оценки минеральных ресурсов. В обзоре рассматриваются популярные методы машинного обучения, их реализация и ограничения. Также были рассмотрены статьи, в которых проводился сравнительный анализ традиционных и машинных методов обучения. Модели машинного обучения могут учитывать несколько геологических параметров и эффективно аппроксимировать сложные нелинейные зависимости между ними, демонстрируя превосходную производительность по сравнению с традиционными методами.

Геостатистические методы обычно практичны на стадиях разработки и производства горно-добывающих проектов. Однако при разработке месторождений с неоднородным содержанием полезных ископаемых они не учитывают эту особенность [18]. Изменчивость и неравномерность содержания железной руды требуют углубленного научного изучения с созданием соответствующих геометрических моделей.

В работе [19] повторно исследуется месторождение железной руды Итакпе (Нигерия) с использованием методов геостатистики и искусственных нейронных сетей. Набор геолого-разведочных данных по месторождению используется для разработки модели обычного кригинга, дающей минимальную ошибку.

Авторы исследования [20] предлагают методики оценки качественных показателей полезных ископаемых на основе технологий блочного моделирования с использованием современных

Статья опубликована в открытом доступе по лицензии CC BY 4.0

горно-геологических информационных систем (ГГИС). Одним из этапов моделирования является построение каркасных моделей рудных тел, что по сути является геометрическим моделированием.

Показано усовершенствование методики геометризациии качественных показателей железорудных месторождений для построения такой горно-геометрической модели месторождения, которая давала бы возможность описать закономерности размещения важнейших качественных показателей в пространстве [21]. Усовершенствованные методики позволяют прогнозировать качественные показатели добычи ПИ для решения заданий перспективного и текущего планирования горных работ. Показано, что в качестве математического описания элементов прогнозируемого горного массива целесообразно принимать систему уравнений многомерного случайного геохимического поля.

Геометрическое моделирование является важным средством демонстрации и подтверждения качественных и количественных показателей рудонасыщенности отдельного участка или месторождения в целом в двухмерном и трехмерном пространствах. Построение геометрической модели сильно зависит от качества входных данных и достоверности геологической информации, их объема и частоты обновления. В статье [22] рассматривается динамическая обновляемость данных как одна из метрик оценки методов трехмерного геологического моделирования.

С помощью неявного моделирования в программном обеспечении Leapfrog Geo была создана литологическая 3D-модель, которая согласуется с формой и ориентацией (простирание и падение) горных пород, полученными при картировании поверхности [23]. Неявное моделирование является точным, гибким и эффективным по сравнению с явной методологией. Оно использовалось как полуавтоматический инструмент, поскольку нужно было уточнить параметры моделирования в соответствии с местными геологическими характеристиками.

Разработан алгоритм пространственных ограничений для построения модели синтетического (виртуального) рудного тела, основанного на неполных данных геологической разведки месторождений полезных ископаемых, в частности железорудного месторождения Мальмбергет (Швеция) [24]. Авторами предложено использование сгенерированной блочной модели месторождения для прогнозирования влияния добычи ПИ для выбора оптимальной стратегии ведения горных работ.

В статье [25] представлены комбинационные ограничения нескольких полей для неявного моделирования рудных тел, основанного на идее интерполяции полей неявных функций. Определены три основные комбинации (пересечение, объединение, разность) для представления комбинированной взаимосвязи между подполями. Экспериментальные результаты нескольких наборов данных демонстрируют, что ограничения на комбинацию нескольких полей применимы к целому ряду типичных ситуаций при неявном моделировании рудного тела. Неявное моделирование является перспективным методом, однако при недостатке данных по буровым скважинам с большими интервалами реконструкции без ручных ограничений, вероятно, приведут к разрывам. Надежность неявного моделирования с учетом недостаточных данных по буровым скважинам в значительной степени зависит от построения интерполяционных ограничений и геологических правил.

В исследовании [26] также приводится метод улучшения 3D-модели рудных тел на свинцово-цинковом месторождении Сянксибэй в северо-западном округе Хунань (Китай). Он основан на анализе больших данных, что позволяет нивелировать эффект неопределенности и недостатка данных геологоразведки по содержанию ПИ. В общем случае данные методы позволяют улучшить стратегию извлечения запасов ПИ и точнее спрогнозировать геометрию рудных тел.

В работе [27] показан пример использования сетки Делоне для построения геометрической модели рудных тел с более точной, в отличие от классической четырехугольной, формой. Сетка Делоне позволила добиться высокой точности при проведении расчетов и моделирования физических процессов, протекающих в рудных телах. Результаты доказывают важность учета формы геометрической модели рудных тел для дальнейших расчетов горных работ.

Использован алгоритм радиальной базисной функции Эрмита для прямой интерполяции граничных точек геологических данных скважины и ее нормального направления в целях построения неявной трехмерной модели рудного тела [28]. Данный метод обладает высокой степенью автоматизации, высоким геометрическим качеством модели и быстрой скоростью обновления в отличие от методов контурного построения рудных тел.

Статья опубликована в открытом доступе по лицензии CC BY 4.0

В работе [29] показаны отличительные особенности информационных технологий в горном деле. Приведены примеры цифровизации планирования и геомеханического обеспечения безопасности горных работ, проведения массовых взрывов и закладочных работ. Важнейший элемент цифровой технологии в горном деле – информационная система, основным назначением которой является формирование моделей объектов горной технологии и предоставление инструментов для использования моделей при решении задач инженерного обеспечения горных работ. В силу специфики горного производства (отсутствие одинаковых месторождений и природных условий ведения горных работ, постоянное изменение геометрии выработанного пространства, влияние экономических факторов на очередность отработки выемочных единиц и т.д.) для работы с соответствующими моделями используются, как правило, горно-геологические информационные системы. Авторы отмечают, что наличие цифровой модели горно-добывающего предприятия открывает широкие возможности автоматизации технологических процессов, повышения безопасности горных работ и перехода к малолюдным технологиям, что в итоге снизит затраты на добычу ПИ.

Одним из важнейших классов программного обеспечения, применяемых на горных предприятиях, являются горно-геологические информационные системы – информационные системы комплексной автоматизации решения геологических, маркшейдерских и технологических задач при работе с векторными, каркасными и блочными моделями объектов горной технологии. ГГИС позволяет получать надежные сведения о месторождении на каждой стадии разведки, проектирования и эксплуатации путем использования трехмерных геологических и геомеханических моделей, определения закономерностей распределения содержания полезных и вредных компонентов полезных ископаемых для всестороннего анализа сценариев последовательности разработки месторождения, выбора наиболее эффективных технологий и оборудования, оценки уровня риска проектных решений и их экономической эффективности [30].

Процесс внедрения цифровых технологий в горном деле носит эволюционный характер и начался с появления электронных вычислительных машин на крупных предприятиях, в проектных и научных организациях. На начальном этапе использование ЭВМ в горной технологии решало в основном задачи демонстрации. Развитие работ в этом направлении привело к дифференциации общей системы по отдельным областям: горно-геологические информационные системы; системы обеспечения геомеханической безопасности; диспетчеризации; решения отдельных задач горной технологии. Одним из направлений цифровой трансформации являются ГГИС, развитие которых шло от оценки запасов месторождения к моделированию объектов горной технологии, инструментов решения маркшейдерских задач, проектирования и планирования горных работ. Оценивая функционал известных на рынке ГГИС, можно констатировать, что достигнутый уровень их развития в целом соответствует требованиям «Цифрового рудника» – способа представления объектов и процессов горной технологии в виде цифровых моделей, описывающих свойства и поведение реальных объектов в едином цифровом пространстве предприятия. Следующим этапом цифровой трансформации является цифровой двойник, который можно охарактеризовать как «Цифровой рудник», имеющий коммуникационные связи в режиме реального времени между существующими единицами оборудования и их цифровыми моделями. Создание цифрового двойника предполагает воспроизведение в режиме реального времени функционирования природно-технической системы, отражающее ее фактическое или прогнозное состояние [31].

Современные тенденции развития средств информационной поддержки горной технологии диктуют необходимость комплексного решения технологических задач на базе единой программной платформы, обеспечивающей быструю адаптацию базового функционала к условиям горного предприятия и разработку нового. Ключевое значение при этом приобретает идеология построения и развития информационных систем. Предложенная в исследовании [32] методика моделирования подходит для решения текущих задач геологической службы горных предприятий. Разработаны такие программные средства и инструменты, как выделение рудных кондиционных и сортовых интервалов, многокритериальные выборки данных опробования для оценки запасов полезных компонентов в целом по месторождению и в выемочных единицах, а также интерактивный ввод геофизического опробования для подземных горных работ. Программа строит блочную и субблочную модели разных участков месторождения, однако не указано, как учитываются отдельные рудные тела в массиве.

Статья опубликована в открытом доступе по лицензии CC BY 4.0

Обзор литературных источников показывает, что вопросы глобального и локального математического (геометрического) моделирования месторождений полезных ископаемых и их составных элементов являются актуальными и важными. Проблемы более полного извлечения ПИ из недр требуют достоверной оценки геолого-морфологической структуры сложноструктурных месторождений в разрезе уступов, их отдельных блоков, подвергающихся отработке. Степень сложности строения таких ССРБ определяется числом рудных и породных прослоев, их мощностью и углом падения, а также количеством сортов рудной массы, требующих раздельной выемки.

В статье обосновывается создание геометрических моделей типовых ССБ уступов – элементов сложноструктурных месторождений полезных ископаемых.

Методы исследований

Типы сложноструктурных блоков уступов и их горно-геологические характеристики. Основу геометрических моделей типовых ССБ уступа составляют геометрические размеры разрозненных сплошных рудных тел с выявленным содержанием полезных компонентов, контактных линий с вмещающими породами (некондиционными рудами), толщины примешиваемых пород (некондиционных руд), горно-геологические характеристики. Цель геометрического моделирования сложноструктурных блоков уступов состоит в том, чтобы не только как можно точнее представить размеры, границы рудных тел, внутреннюю геометрию залежи, содержание и ценность полезных компонентов в них, но и аналитически описать связь горно-технологических характеристик ССБ уступа с указанными свойствами.

Теоретическое осмысление работ [2-5] показывает, что по характеру пространственного расположения рудных тел в блоке уступа и их геометрическим параметрам сложноструктурные блоки уступов в общем случае могут быть подразделены на два типа.

При новой, модернизированной типизации сложноструктурных блоков уступов под рудными телами понимаются объемы кондиционных запасов руд, установленные по результатам анализа проб взрывных скважин и других геофизических методов. Они не всегда совпадают с балансовыми запасами руд, поскольку выявляются в результате доразведки. Также подразумевается, что породные прослои содержат и некондиционные руды.

К первому типу ССБ уступов отнесены блоки, сложенные из разрозненных сплошных рудных тел различной формы и размеров, с определенными физико-механическими, технологическими свойствами, содержанием полезных и вредных компонентов. Они имеют прямолинейные контакты с вмещающими породными прослоями [4, 5] (рис.1).

Второй тип ССБ уступов представлен блоками, сложенными из рассредоточенных рудных тел в виде геометрических фигур различных форм и размеров, например многоугольников с определенными физико-механическими, технологическими свойствами и содержанием полезных и вредных компонентов. Они имеют прямолинейные контакты с вмещающими породами [4, 5] (рис.2).

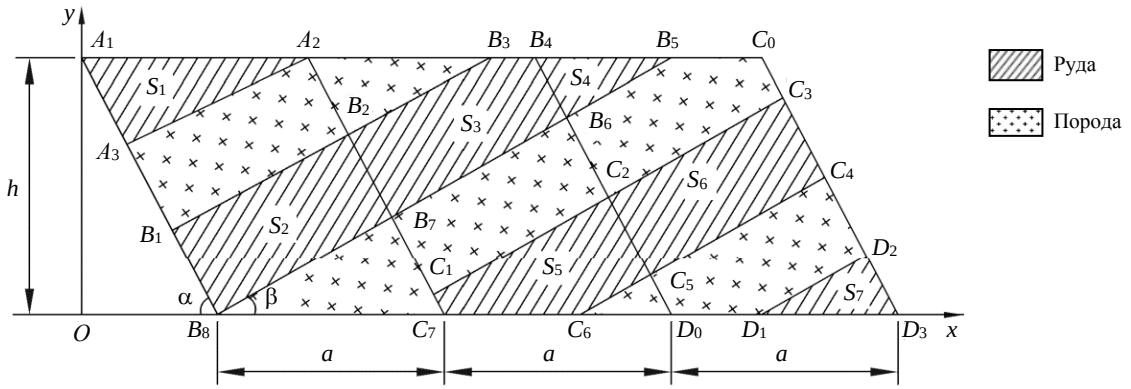


Рис.1. Сложноструктурные блоки уступов, сложенные из разрозненных сплошных рудных тел

h – высота блока; a – толщина слоя; $3a$ – ширина блока; S_i – площадь i-го рудного тела, $i = 1, 2, \ldots, 7$; $A_1, A_2, \ldots, D_3$ – характерные точки рудных тел; A_2A_3, B_1B_2, B_2B_3, …, D_1D_2 – длины линий контактов i-го рудного тела с вмещающими породами; α – угол откоса уступа; β – угол наклона рудного тела

Статья опубликована в открытом доступе по лицензии CC BY 4.0

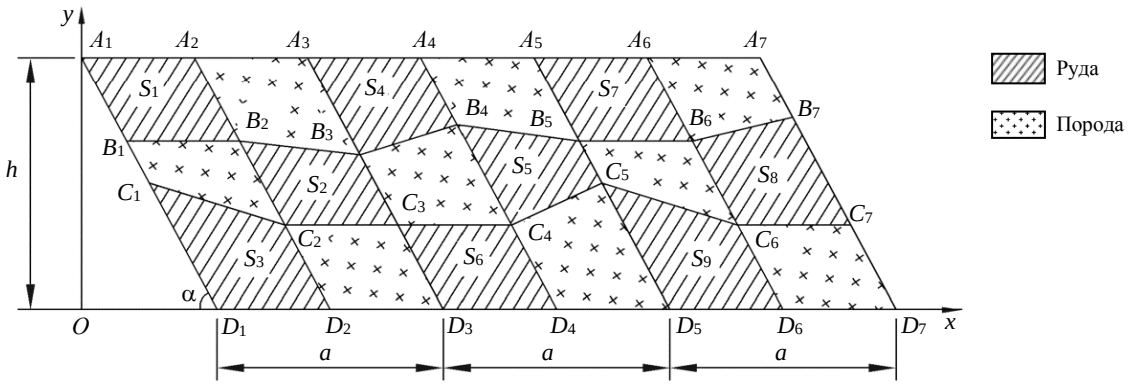


Рис.2. Сложноструктурные блоки, сложенные из рассредоточенных рудных тел
S_i – площадь i-го рудного тела, i = 1, 2, …, 9; A_1, A_2, …, D_7 – характерные точки рудных тел;
A_2B_2, B_1B_2, …, C_5C_6, C_5D_5, C_6D_6 – длины линий контактов i-го рудного тела с вмещающими породами

Приведенные на рис.1, 2 схемы ССБ позволяют классифицировать геометрические параметры геолого-морфологического строения блока на основании аналитического описания их технологических характеристик.

В качестве искомых горно-геологических характеристик рассмотрены наиболее распространенные и сравнительно легко измеряемые величины [4, 5] – коэффициент рудоносности и показатель сложности геолого-морфологического строения блока.

Коэффициент рудоносности ССБ вычисляется на данном разрезе по формуле [4, 5]

$$k_{\text{рн}} = \sum_{i=1}^{n} S_i / S_{\text{б}}; \qquad (1)$$

по всему блоку по зависимости

$$k_{\text{рн}}^{\text{ср}} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{m} \left(\sum_{i=1}^{n} S_i / S_{\text{б}} \right),$$

где S_i – площадь сечения i-го рудного тела на данном разрезе блока, м^2; $S_{\text{б}}$ – площадь рассматриваемого сечения сложноструктурного блока, м^2; n – число рудных тел; m – число разрезов по блоку; j – индекс текущего разреза блока.

Коэффициент сложности геолого-морфологического строения блока на рассматриваемом разрезе определяется по зависимости [4]

$$k_{\text{сл}} = \sum_{i=1}^{n} l_i t / \sum_{i=1}^{n} S_i, \qquad (2)$$

где l_i – длина контактных линий i-го рудного тела с вмещающими породами (некондиционными рудами) на данном разрезе, м; t – толщина слоя вмещающих пород (руд), попадающих при экскавации в рудную массу (отгружаемую породу), м.

Результаты

Размеры элементов геометрических моделей типовых сложноструктурных блоков. В целях более детального раскрытия сути предлагаемых моделей и методики определения геометрических параметров геологического строения сложноструктурных участков полезных ископаемых проанализированы их численные значения для рассматриваемых типов ССБ. В приведенных расчетах высота блока принята равной высоте уступа – 10 м, ширина наименьшего отрабатываемого блока равна 9 м, угол откоса уступа равен 65°.

Для создания геометрических моделей типовых сложноструктурных блоков прежде всего необходимо найти координаты характерных точек разрозненных сплошных и рассредоточенных рудных тел ССБ. На рис.1, 2 это вершины элементов рудных тел – точки A_i, B_i, C_i, D_i. Для аналитического определения их координат ось абсцисс декартовой системы координат проведена по подошве уступа, а ось ординат – через точку A_i, точка пересечения осей O есть начало координат.

Статья опубликована в открытом доступе по лицензии CC BY 4.0

Координаты характерных точек ССБ (см. рис.1, 2) определяются по формулам:

$$x_i = (1 - \psi_i)h \cdot \mathrm{ctg}\alpha + G_i a; \quad y_i = \psi_i h, \tag{3}$$

где ψ_i – отношение ординаты i-й точки к высоте уступа; h – высота уступа, м; G_i – составляющая абсциссы i-й точки в блоке в долях толщины слоя a, м.

Ординаты характерных точек сложноструктурных блоков устанавливаются непосредственным измерением на разрезе блока. Для их обобщенного представления введен показатель ψ. Численные значения ψ для заданных сечений различных типов ССБ приведены в табл.1.

Таблица 1

Численные значения ψ для характерных точек ССБ I и II типов

I	Точка	A_1	A_2	A_3	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8		
	ψ	1,0	1,0	0,66	0,33	0,69	1,0	1,0	1,0	0,77	0,38	0		
	Точка	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	D_1	D_2	D_3			
	ψ	0,08	0,47	0,83	0,53	0,14	0	0	0	0,22	0			
II	Точка	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7
	ψ	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0,66	0,66	0,61	0,72	0,66	0,66	0,75
	Точка	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7
	ψ	0,50	0,33	0,33	0,33	0,5	0,33	0,33	0	0	0	0	0	0	0

Численные значения G приведены в табл.2.

Таблица 2

Численные значения G для характерных точек ССБ I и II типов

I	Точка	A_1	A_2	A_3	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8		
	G	0	a	0	0	a	1,76a	2a	2,55a	2a	a	0		
	Точка	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	D_1	D_2	D_3			
	G	a	2a	3a	3a	2a	1,6a	a	2,4a	3a	3a			
II	Точка	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7
	G	0	0,5a	a	1,5a	2a	2,5a	3a	0	0,5a	a	1,5a	2a	2,5a	3a
	Точка	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7
	G	0	0,5a	a	1,5a	2a	2,5a	3a	0	0,5a	a	1,5a	2a	2,5a	3a

Автоматизированно рассчитанные значения параметров рудных тел приведены в табл.3-6. Численные значения координат характерных точек A_i, B_i, C_i, D_i, найденные по формулам (3), приведены в табл.3.

Таблица 3

Расчетные значения координат характерных точек ССБ I и II типов, м

I	Точка	A_1	A_2	A_3	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8		
	x_i, y_i	0; 10	9; 10	1,58; 6,6	3,12; 3,3	10,44; 6,9	15,84; 10	18; 10	22,95; 10	19,07; 7,7	11,88; 3,8	4,66; 0		
	Точка	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	D_1	D_2	D_3			
	x_i, y_i	13,28; 0,8	20,46; 4,7	27,79; 8,3	29,19; 5,3	22,01; 1,4	19,06; 0	13,66; 0	26,26; 0	30,63; 2,2	31,66; 0			
II	Точка	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7
	x_i, y_i	0; 10	4,5; 10	9; 10	13,5; 10	18; 10	22,5; 10	27; 10	1,58; 6,6	6,8; 6,6	10,81; 6,1	14,81; 7,2	19,58; 6,6	24,08; 6,6	28,17; 7,5
	Точка	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7
	x_i, y_i	2,33; 5	7,62; 3,3	12,12; 3,3	16,62; 3,3	20,33; 5	25,62; 3,3	30,12; 3,3	4,66; 0	9,16; 0	13,66; 0	18,16; 0	22,66; 0	27,16; 0	31,66; 0

Длины отрезков контактных линий i-го рудного тела с вмещающими породами (некондиционными рудами) ССБ определяются по формуле [33]

$$l_i = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}, \tag{4}$$

где x_1, y_1 – координаты начала, x_2, y_2 – координаты конца рассматриваемого отрезка, м.

Статья опубликована в открытом доступе по лицензии CC BY 4.0

Вычисленные по формуле (4) численные значения длин отрезков A_3A_2, B_1B_2, B_2B_3, …, D_1D_2 (см. рис.1); A_2A_2, B_1B_2, …, C_5C_6, C_5D_5, C_6D_6 (рис.2) приведены в табл.4.

Таблица 4

Расчетные значения отрезков контактных линий рудных тел ССБ I и II типов, м

I	Отрезок	A_3A_2	B_1B_2	B_2B_3	B_8B_7	B_7B_6	B_6B_5	C_1C_2	C_2C_3	C_6C_5	C_5C_4	D_1D_2							
	Длина	7,84	8,15	6,22	8,16	8,16	4,51	8,16	8,16	3,26	8,16	4,89							
II	Отрезок	A_2B_2	B_1B_2	B_2B_3	B_2C_2	B_3C_3	C_2C_3	C_1C_2	C_2D_2	A_3B_3	B_3B_4	A_4B_4	B_4B_5	B_4C_4	C_4C_5				
	Длина	3,75	4,49	4,76	3,64	3,09	4,5	5,56	3,64	4,30	4,13	3,09	4,82	4,31	4,07				
	Отрезок	B_5C_5	C_3C_4	C_4D_4	C_3D_3	A_5B_5	B_5B_6	A_6B_6	B_6B_7	B_6C_6	C_6C_7	C_5C_6	C_5D_5	C_6D_6					
	Длина	1,76	4,5	3,64	3,64	3,76	4,49	3,75	4,14	3,64	4,5	5,56	5,23	3,64					

Площади рудных тел, представленных на разрезах (см. рис.1, 2) в виде многоугольников, вычисляются по формуле площади Гаусса

$$S_i = \frac{1}{2}\left|\sum_{i=1}^{n-1} x_i y_{i+1} + x_n y_1 - \sum_{i=1}^{n-1} x_{i+1} y_i - x_1 y_n\right|, \qquad (5)$$

где n – число вершин многоугольника, $i = 1, 2, \ldots, n$; x_1, y_1 – координаты вершин многоугольника (характерных точек ССБ), м.

Численные значения площадей рудных тел, найденные по формуле (5), приведены в табл.5.

Таблица 5

Расчетные значения площадей рудных тел ССБ I и II типов, м^2

I	Площадь	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	
	Значение	15,3	28,78	27,65	5,69	22,26	28,38	5,94	
II	Площадь	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9
	Значение	15,28	13,72	18,34	15,07	12,36	14,85	15,28	16,88	18,67

Разработка сложноструктурных рудных блоков без эксплуатационных потерь. Разработанная методика определения численных значений элементов моделей, создание самих геометрических моделей типовых ССБ являются надежными инструментами управления уровнем количественных и качественных потерь при эксплуатации сложноструктурных месторождений.

При селективной выемке полезных ископаемых из разрозненных сплошных (см. рис.1) и рассредоточенных рудных тел (рис.2) их площади претерпевают изменения, связанные с перебором или недобором некоторого объема контактного слоя пород (некондиционных руд) и руды. Толщина слоя t, площадь слоя на данном сечении $\Delta S_i = l_i t$. При расположении t за контактной линией имеет место разубоживание, при расположении внутри контактной линии – потери.

Необходимо предусматривать технологические возможности полного (без потерь) извлечения полезных ископаемых из сложноструктурных рудных блоков. Контуры кондиционных руд S_i обычно устанавливаются на основе технико-экономического анализа с использованием допустимого минимального значения профильного полезного компонента (ПК) в руде $\delta_к$. Руды с содержанием ПК ниже $\delta_к$ считаются некондиционными и включаются в состав вмещающих горных пород. Известно, что снижение содержания ПК в некондиционных рудах $\delta_н$ с удалением от контура рудного тела происходит плавно по зависимости типа $\delta_н = \lambda\delta_к$, где λ – коэффициент пропорциональности. По данным исследования [5] на расстояниях от контура рудного тела, равных 0,25; 0,4; 0,5 м, λ составляет 0,75; 0,6; 0,4 соответственно.

В случае примешивания (перебора) некоторой части некондиционных руд содержание ПК в отгружаемой руде с допустимой погрешностью определяется по формуле [5]

$$\delta_{io} = \frac{S_i + \lambda\Delta S_{iн}}{S_i + \Delta S_{iн}}\delta_{iк},$$

Статья опубликована в открытом доступе по лицензии CC BY 4.0

где $\Delta S_{iн}$ – площадь i-го примешиваемого слоя некондиционных руд, м^2; λ – коэффициент, выражающий изменение содержания ПК в данном слое некондиционных руд.

При значении δ_{io}, близком к $\delta_{iк}$ (относительное отклонение не более 5 %), примешиваемый объем слоя некондиционных руд допустимой толщины устанавливается конкретными условиями расположения рудных тел в ССБ. В частности, для месторождения медных руд, рассмотренного в работе [5], величина допустимого слоя составила 0,4 м, достигалось полное извлечение кондиционных руд из сложноструктурных блоков уступов, относительное отклонение δ_{io} не превышало 2,5 %. Это подтверждает, что примешивание слоя некондиционных руд определенных размеров практически не влияет на требуемое качество отгружаемой рудной массы.

Таким образом, при новом подходе к разработке сложноструктурных блоков предполагаемая разубоживающая часть некондиционных руд переходит в категорию извлекаемых запасов. Вследствие этого увеличиваются объем извлекаемой руды и расширенное извлечение полезных компонентов в концентрат. Такое приращение полезных компонентов может достичь 10-15 % от общего объема добычи. Использование разработанных геометрических моделей сложноструктурных блоков уступов месторождений создает предпосылки для существенного повышения полноты извлечения полезных ископаемых из недр Земли.

Автоматизированное определение геометрических размеров элементов и горно-геологических характеристик ССБ. Для его реализации с использованием данных табл.3-5 по формулам (1) и (2) найдены искомые горно-геологические характеристики сложноструктурных блоков – коэффициент рудоносности и показатель сложности геологического строения блока. Они вычислены также для каждого рудного тела ССБ. Для конкретизации рассмотрены три варианта отработки типовых сложноструктурных блоков. В первом варианте ширины отрабатываемых блоков $A_1C_0D_3B_8$ (см. рис.1), $A_1A_7D_7D_1$ (рис.2) равны 3a; во втором варианте ширины блоков $A_1B_4D_0B_8$ (см. рис.1), $A_1A_5D_5D_1$ (рис.2) равны 2a; в третьем варианте ширины блоков $A_1A_2C_7B_8$ (см. рис.1), $A_1A_3D_3D_1$ (рис.2) равны a. Численные значения площадей рудных тел, длин их контактных линий с вмещающими породами (некондиционными рудами), коэффициентов рудоносности, сложности геолого-морфологического строения блока, в рассматриваемых случаях найденные в автоматизированном режиме, сведены в табл.6.

Таблица 6

Расчетные значения геометрических размеров элементов и горно-геологических показателей ССБ I и II типов в трех вариантах их отработки

Вариант	I	II
1	S_1 = 15,3 м^2; $l_1 = A_3A_2$ = 8,16 м $S_2 + S_3 + S_4$ = 61,69 м^2 $l_2 + l_3 = (B_1B_2 + B_8B_7) + (B_2B_3 + B_7B_6 + B_6B_5)$ = 35,22 м $S_5 + S_6$ = 48,51 м^2 $l_4 + l_5 = (C_1C_2 + C_6C_5) + (C_2C_3 + C_5C_4)$ = 28,64 м S_7 = 5,94 м^2; $l_6 = D_1D_2$ = 4,89 м Для отдельных рудных тел: $k_{1сл}$ = 0,133; $k_{2сл}$ = 0,143; $k_{3сл}$ = 0,148; $k_{4сл}$ = 0,206 Для блока в целом: $k_{рн}$ = 0,49; $k_{сл}$ = 0,15	S_1 = 15,3 м^2; $l_1 = A_2B_2 + B_1B_2$ = 8,25 м S_2 = 13,73 м^2; $l_2 = B_2B_3 + B_3C_3 + C_2C_3 + B_2C_2$ = 15,99 м S_3 = 18,67 м^2; $l_3 = C_1C_2 + C_2D_2$ = 9,2 м S_4 = 15,07 м^2; $l_4 = A_3B_3 + B_3B_4 + A_4B_4$ = 11,53 м S_5 = 12,37 м^2; $l_5 = B_4C_4 + C_4C_5 + B_5C_5 + B_4B_5$ = 14,96 м S_6 = 14,85 м^2; $l_6 = C_3D_3 + C_3C_4 + C_4D_4$ = 11,78 м S_7 = 15,3 м^2; $l_7 = A_5B_5 + B_5B_6 + A_6B_6$ = 12 м S_8 = 16,87 м^2; $l_8 = B_6B_7 + B_6C_6 + C_6C_7$ = 12,32 м S_9 = 18,67 м^2; $l_9 = C_5D_5 + C_5C_6 + C_6D_6$ = 14,71 м Для отдельных рудных тел: $k_{1сл}$ = 0,135; $k_{2сл}$ = 0,291; $k_{3сл}$ = 0,123; $k_{4сл}$ = 0,191, $k_{5сл}$ = 0,302; $k_{6сл}$ = 0,198; $k_{7сл}$ = 0,196; $k_{8сл}$ = 0,183; $k_{9сл}$ = 0,197 Для блока в целом: $k_{рн}$ = 0,52; $k_{сл}$ = 0,2
2	S_1 = 15,3 м^2; $l_1 = A_3A_2$ = 8,16 м $S_2 + S_3$ = 57,64 м^2 $l_2 + l_3 = (B_1B_2 + B_8B_7) + (B_2B_3 + B_7B_6)$ = 30,71 м S_5 = 22,23 м^2; $l_4 = C_1C_2 + C_6C_5$ = 12,32 м	S_1 = 15,3 м^2; $l_1 = A_2B_2 + B_1B_2$ = 8,25 м S_2 = 13,73 м^2; $l_2 = B_2B_3 + B_3C_3 + C_2C_3 + B_2C_2$ = 15,99 м S_3 = 18,67 м^2; $l_3 = C_1C_2 + C_2D_2$ = 9,2 м S_4 = 15,07 м^2; $l_4 = A_3B_3 + B_3B_4 + A_4B_4$ = 11,53 м S_5 = 12,37 м^2; $l_5 = B_4C_4 + C_4C_5 + B_5C_5 + B_4B_5$ = 14,96 м S_6 = 14,85 м^2; $l_6 = C_3D_3 + C_3C_4 + C_4D_4$ = 11,78 м

Статья опубликована в открытом доступе по лицензии CC BY 4.0

Окончание табл.6

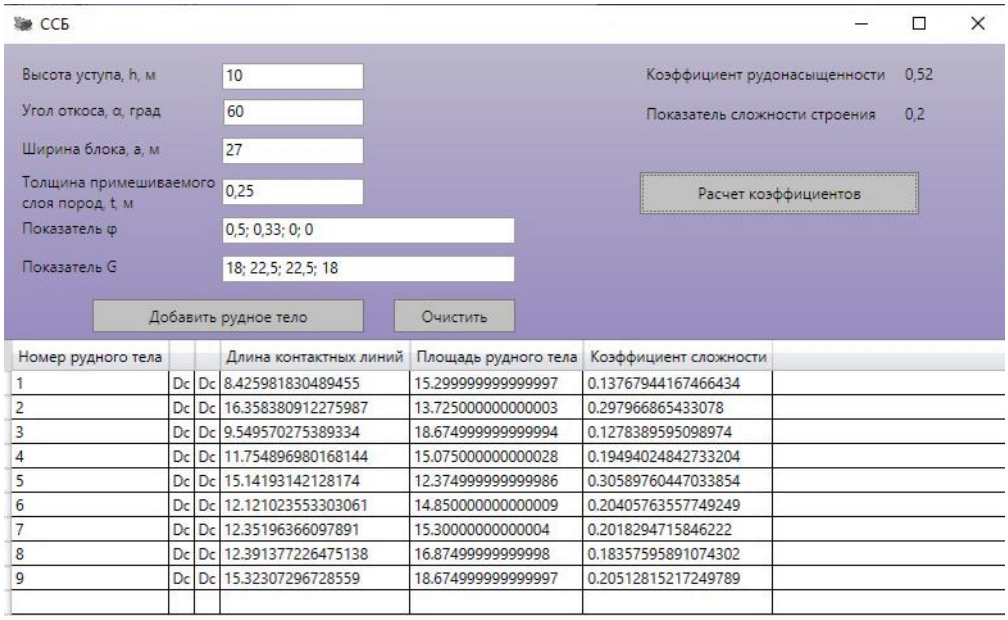
Вариант	I	II
	Для отдельных рудных тел: $k_{1сл}$ = 0,133; $k_{2сл}$ = 0,133; $k_{3сл}$ = 0,138 Для блока в целом: $k_{рн}$ = 0,53; $k_{сл}$ = 0,13	Для отдельных рудных тел: $k_{1сл}$ = 0,135; $k_{2сл}$ = 0,291; $k_{3сл}$ = 0,123, $k_{4сл}$ = 0,191; $k_{5сл}$ = 0,267; $k_{6сл}$ = 0,198, Для блока в целом: $k_{рн}$ = 0,5; $k_{сл}$ = 0,19
3	S_1 = 15,3 м^2; $l_1 = A_3A_2$ = 8,16 м S_2 = 28,8 м^2; $l_2 = B_1B_2 + B_8B_7$ = 16,32 м Для отдельных рудных тел: $k_{1сл}$ = 0,133; $k_{2сл}$ = 0,141 Для блока в целом: $k_{рн}$ = 0,49; $k_{сл}$ = 0,14	S_1 = 15,3 м^2; $l_1 = A_2B_2 + B_1B_2$ = 8,25 м S_2 = 13,73 м^2; $l_2 = B_2B_3 + B_3C_3 + C_2C_3 + B_2C_2$ = 15,99 м S_3 = 18,67 м^2; $l_3 = C_1C_2 + C_2D_2$ = 9,2 м Для отдельных рудных тел: $k_{1сл}$ = 0,134; $k_{2сл}$ = 0,235; $k_{3сл}$ = 0,123 Для блока в целом: $k_{рн}$ = 0,53; $k_{сл}$ = 0,16

Для автоматизированного определения размеров геометрических элементов и горно-геологических показателей ССБ была разработана программа на платформе .NET 8 в программной среде Visual Studio на языке C# (рис.3). В программу вводятся исходные параметры блока – высота уступа *h*, угол откоса α, ширина блока *a*, толщина примешиваемого слоя пород или руд *t* (рис.3).

Для учета геометрических размеров отдельного рудного тела вводятся показатели ψ и *G* в соответствующие ячейки нажатием кнопки «Добавить рудное тело» (рис.3). При внесении показателей программа в автоматическом режиме рассчитывает координаты характерных точек рудных тел по формуле (3), длину отрезков контактных линий по уравнению (4), площадь сечения рудного тела по выражению (5) и коэффициент сложности геолого-морфологического строения каждого рудного тела и блока в целом по формуле (2).

При вычислении длин контактных линий рудных тел с вмещающими породами (некондиционными рудами) принималось во внимание то, что общая длина контактных линий *l* равна сумме длин рудного тела, контактирующих с вмещающими породами (некондиционными рудами) ССБ (рис.4).

После внесения геометрических данных всех рудных тел в программу нажатием кнопки «Расчет коэффициентов» определяются коэффициент рудоносности и показатель сложности геолого-морфологического строения всего блока (см. рис.3).



Номер рудного тела			Длина контактных линий	Площадь рудного тела	Коэффициент сложности
1	Dc	Dc	8.425981830489455	15.299999999999997	0.13767944167466434
2	Dc	Dc	16.358380912275987	13.725000000000003	0.297966865433078
3	Dc	Dc	9.549570275389334	18.674999999999994	0.1278389595098974
4	Dc	Dc	11.754896980168144	15.075000000000028	0.19494024842733204
5	Dc	Dc	15.14193142128174	12.374999999999986	0.30589760447033854
6	Dc	Dc	12.121023553303061	14.850000000000009	0.20405763557749249
7	Dc	Dc	12.35196366097891	15.30000000000004	0.2018294715846222
8	Dc	Dc	12.391377226475138	16.87499999999998	0.18357595891074302
9	Dc	Dc	15.32307296728559	18.674999999999997	0.20512815217249789

Рис.3. Пример расчета геометрических и горно-геологических характеристик ССБ II типа (первый вариант)

Статья опубликована в открытом доступе по лицензии CC BY 4.0

Как видно из табл.6, коэффициенты рудоносности ССБ первого типа для рассмотренных вариантов составляют соответственно 0,49; 0,53; 0,49; второго типа – 0,52; 0,5; 0,53. Коэффициенты сложности геолого-морфологического строения ССБ первого типа – 0,15; 0,13; 0,14; второго типа – 0,2; 0,19; 0,16. Таким образом, в соответствии с классификацией приведенной в [4] ССБ обоих типов являются умеренно рудоносными ($k_{рн}$ = 0,6-0,4) и сложноструктурными ($k_{сл}$ = 0,1-0,2). Подобный анализ может быть проведен для реальных сложноструктурных блоков месторождений полезных ископаемых для выбора наиболее эффективных технологий разработки.

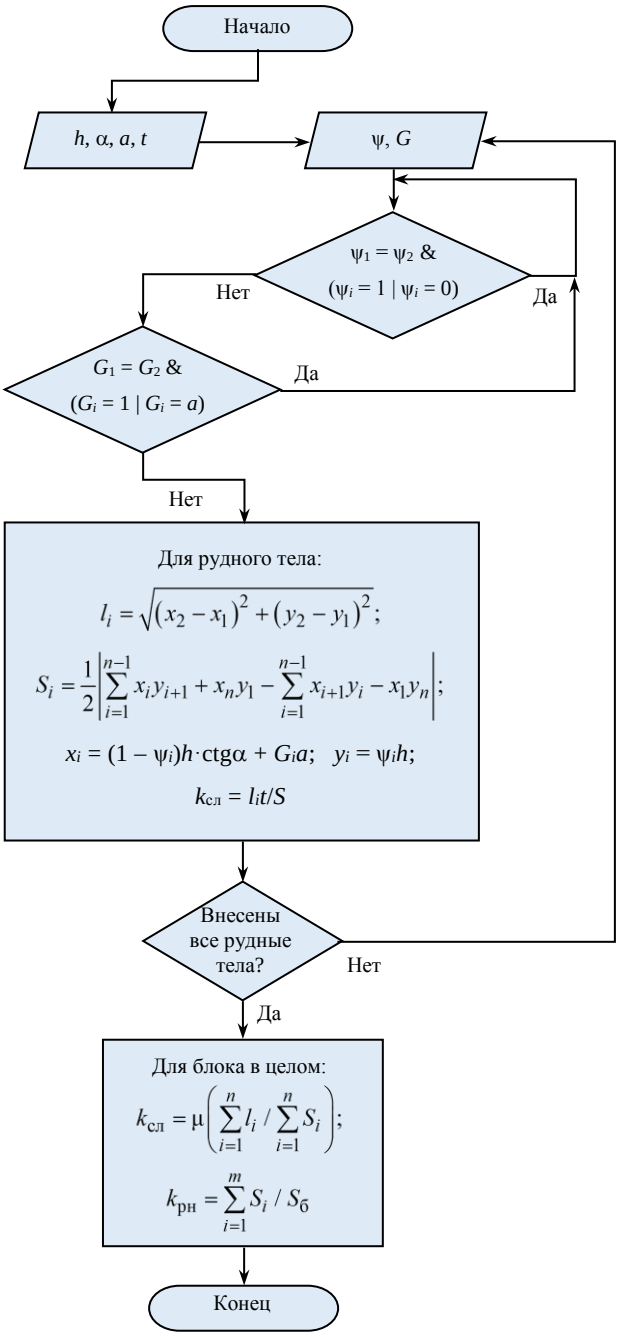


Рис.4. Блок-схема программы для расчета размеров геометрических элементов ССБ

μ – некоторый коэффициент пропорциональности, м, в частном случае μ = *t*

Обсуждение

Обосновано, что ключевыми элементами геометрических моделей сложноструктурных блоков уступов являются разрозненные сплошные и рассредоточенные рудные тела различных формы и размеров с различными физико-механическими, технологическими свойствами, содержанием полезных и вредных компонентов в различных долях. Декартовы координаты характерных точек вершин этих тел, длины отрезков контактных линий рудных тел с вмещающими породами (некондиционными рудами), площади рудных тел на разрезах ССБ представляют собой ключевые характеристики геометрических моделей сложноструктурных блоков. Совокупность этих характеристик в сочетании с размером примешиваемого слоя некондиционных руд (или отгружаемого слоя кондиционных руд в отвал) предопределяет обобщенный технологический параметр ССБ – показатель сложности геолого-морфологического строения блока. По этому параметру осуществляется типизация сложноструктурных блоков уступов.

Таким образом, совокупность графического изображения геологических разрезов типовых сложноструктурных блоков уступов, координат характерных точек разрозненных сплошных и рассредоточенных рудных тел, длин контактных линий рудных тел с вмещающими породами, площадей рудных тел и вмещающих пород, предопределяющие горно-геологические характеристики сложноструктурных рудных блоков уступа, представляет собой геометрические модели ССБ. Они являются информационной базой для создания геометрических моделей реальных сложноструктурных месторождений полезных ископаемых, позволяющих принять наилучшие решения по экономичной и экологичной разработке сложноструктурных блоков уступов.

Результаты исследований могут найти применение, например на карьерах Актогайского, Бозшакольского месторождений меди (Казахстан) и др., для обеспечения устойчивого функционирования предприятий горно-металлургического комплекса в положении системного ухудшения горно-геологических условий разработки полезных ископаемых.

Статья опубликована в открытом доступе по лицензии CC BY 4.0

Заключение

Предложена новая модернизованная типизация сложноструктурных блоков уступа, усовершенствованы горно-геологические модели ССБ. Созданы геометрические модели типовых сложноструктурных блоков уступов, обоснованы элементы этих моделей.

Разработана методика определения численных значений элементов геометрических моделей: декартовых координат характерных точек разрозненных и рассредоточенных тел ССБ, длин отрезков контактных линий рудного тела с вмещающими породами (некондиционными рудами), площадей рудных тел, рациональной толщины примешиваемого слоя некондиционных руд, горно-геологических характеристик блока. Создана автоматизированная система определения этих величин.

Совокупность графического изображения разрезов типовых сложноструктурных блоков и их горно-геометрических характеристик представляет собой геометрическую модель сложноструктурных блоков уступов.

Разработанные геометрические модели типовых сложноструктурных блоков служат базой для создания геометрических моделей реальных ССБ и разработки моделей ССБ во взорванном состоянии. Они позволяют:

• Прогнозировать и нормировать потери и разубоживание руд при разработке ССБ.

• Разработать методику нормирования потерь и разубоживания руд для реальных сложноструктурных блоков.

• Выбрать рациональные параметры технологий выемки разрозненных рудных тел в конкретных горно-геологических условиях.

• Расширить масштабы использования малоотходных технологий при эксплуатации сложноструктурных месторождений полезных ископаемых.

• Повысить эффективность использования георесурсов недр Земли.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ракишев Б.Р.* Отработка медных руд Бозшакольского и Актогайского месторождений Казахстана // Горный журнал. 2019. № 1. С. 89-92. DOI: 10.17580/gzh.2019.01.18

2. *Чебан А.Ю., Секисов Г.В.* Сложноструктурные рудные блоки и их систематизация // Вестник Забайкальского государственного университета. 2020. Т. 26. № 6. С. 43-53. DOI: 10.21209/2227-9245-2020-26-6-43-53

3. *Кушнарев П.И.* Скрытые потери и разубоживание // Золото и технологии. 2017. № 3 (37). С. 82-86.

4. *Ракішев Б.Р.* Гірничо-геологічні моделі віртуальних складноструктурних рудних блоків уступу // Науковий вісник Національного гірничого університету. 2023. № 4. С. 11-17 (in English). DOI: 10.33271/nvngu/2023-4/011

5. *Ракишев Б.Р.* Полное извлечение кондиционных руд из сложноструктурных блоков за счет частичного примешивания некондиционных руд // Записки Горного института. 2024. Т. 270. С. 919-930.

6. *Кантемиров В.Д., Титов Р.С., Тимохин А.В., Яковлев А.М.* Совершенствование методов учета повышенных потерь и разубоживания полезного ископаемого при добыче // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2020. № 3-1. С. 453-464. DOI: 10.25018/0236-1493-2020-31-0-453-464

7. *Ракишев Б.Р.* Технологические ресурсы повышения качества и полноты использования минерального сырья // Известия Национальной академии наук Республики Казахстан. Серия геологии и технических наук. 2017. Т. 2. № 422. С. 116-124 (in English).

8. *Letov N., Velivela P.T., Siyuan Sun, Yaoyao Fiona Zhao.* Challenges and Opportunities in Geometric Modeling of Complex Bio-Inspired Three-Dimensional Objects Designed for Additive Manufacturing // Journal of Mechanical Design. 2021. Vol. 143. Iss. 12. № 121705. DOI: 10.1115/1.4051720

9. *Ammad M., Misro M.Y., Abbas M., Majeed A.* Generalized Developable Cubic Trigonometric Bézier Surfaces // Mathematics. 2021. Vol. 9. Iss. 3. № 283. DOI: 10.3390/math9030283

10. *Ameer M., Abbas M., Miura K.T. et al.* Curve and Surface Geometric Modeling via Generalized Bézier-like Model // Mathematics. 2022. Vol. 10. Iss. 7. № 1045. DOI: 10.3390/math10071045

11. *Короткий В.А., Усманова Е.А.* Бикубическая поверхность на фиксированном каркасе: расчет и визуализация // Научная визуализация. 2023. Т. 15. № 2. С. 45-65. DOI: 10.26583/sv.15.2.05

12. *Вербило П.Э., Иовлев Г.А., Петров Н.Е., Павленко Г.Д.* Применение технологий информационного моделирования для маркшейдерского обеспечения ведения горных работ // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2022. № 6-2. С. 60-79. DOI: 10.25018/0236_1493_2022_62_0_60

13. *Stupnik M., Kalinichenko O., Kalinichenko V. et al.* Choice and substantiation of stable crown shapes in deep-level iron ore mining // Mining of Mineral Deposits. 2018. Vol. 12. Iss. 4. P. 56-62. DOI: 10.15407/mining12.04.056

14. *Kim H.-S., Chung C.-K., Kim J.-J.* Three-dimensional geostatistical integration of borehole and geophysical datasets in developing geological unit boundaries for geotechnical investigations // Quarterly Journal of Engineering Geology and Hydrogeology. 2018. Vol. 51. № 1. P. 79-95. DOI: 10.1144/qjegh2016-012

Статья опубликована в открытом доступе по лицензии CC BY 4.0

15. *Hekmatnejad A., Emery X., Alipour-Shahsavari M.* Comparing linear and non-linear kriging for grade prediction and ore/waste classification in mineral deposits // International Journal of Mining, Reclamation and Environment. 2019. Vol. 33. Iss. 4. P. 247-264. DOI: 10.1080/17480930.2017.1386430

16. *Afeni T.B., Akeju V.O., Aladejare A.E.* A comparative study of geometric and geostatistical methods for qualitative reserve estimation of limestone deposit // Geoscience Frontiers. 2021. Vol. 12. Iss. 1. P. 243-253. DOI: 10.1016/j.gsf.2020.02.019

17. *Dumakor-Dupey N.K., Arya S.* Machine Learning – A Review of Applications in Mineral Resource Estimation // Energies. 2021. Vol. 14. Iss. 14. № 4079. DOI: 10.3390/en14144079

18. *Zerzour O., Gadri L., Hadji R. et al.* Geostatistics-Based Method for Irregular Mineral Resource Estimation, in Ouenza Iron Mine, Northeastern Algeria // Geotechnical and Geological Engineering. 2021. Vol. 39. Iss. 5. P. 3337-3346. DOI: 10.1007/s10706-021-01695-1

19. *Afeni T.B., Lawal A.I., Adeyemi R.A.* Re-examination of Itakpe iron ore deposit for reserve estimation using geostatistics and artificial neural network techniques // Arabian Journal of Geosciences. 2020. Vol. 13. Iss. 14. № 657. DOI: 10.1007/s12517-020-05644-9

20. *Кантемиров В.Д., Яковлев А.М., Титов Р.С.* Применение геоинформационных технологий блочного моделирования для совершенствования методов оценки качественных показателей полезных ископаемых // Известия высших учебных заведений. Горный журнал. 2021. № 1. С. 63-73. DOI: 10.21440/0536-1028-2021-1-63-73

21. *Федоренко П.И., Переметчик А.В., Подойницына Т.А.* Прогнозирование и многофакторная геометризация качественных показателей железорудных месторождений на основе эвристических методов // Вісник Криворізького національного університету. 2017. Вип. 45. С. 70-77.

22. *Nan Li, Xianglong Song, Cangbai Li et al.* 3D Geological Modeling for Mineral System Approach to GIS-Based Prospectivity Analysis: Case Study of an MVT Pb–Zn Deposit // Natural Resources Research. 2019. Vol. 28. Iss. 3. P. 995-1019. DOI: 10.1007/s11053-018-9429-9

23. *Braga F.C.S., Rosiere C.A., Santos J.O.S. et al.* Depicting the 3D geometry of ore bodies using implicit lithological modeling: An example from the Horto-Baratinha iron deposit, Guanhães block, MG // REM – International Engineering Journal. 2019. Vol. 72. Iss. 3. P. 435-443. DOI: 10.1590/0370-44672018720167

24. *Lishchuk V., Lund C., Lamberg P., Miroshnikova E.* Simulation of a Mining Value Chain with a Synthetic Ore Body Model: Iron Ore Example // Minerals. 2018. Vol. 8. Iss. 11. № 536. DOI: 10.3390/min8110536

25. *De-Yun Zhong, Li-Guan Wang, Jin-Miao Wang.* Combination Constraints of Multiple Fields for Implicit Modeling of Ore Bodies // Applied Sciences. 2021. Vol. 11. Iss. 3. № 1321. DOI: 10.3390/app11031321

26. *Nan Li, Cangbai Li, Wenkai Chu et al.* Uncertainty Visualisation of a 3D Geological Geometry Model and Its Application in GIS-Based Mineral Resource Assessment: A Case Study in Huayuan District, Northwestern Hunan Province, China // Journal of Earth Science. 2021. Vol. 32. Iss. 2. P. 358-369. DOI: 10.1007/s12583-021-1434-y

27. *Zhuo Jia, Sixin Liu, Siyuan Cheng et al.* Modeling of Complex Geological Body and Computation of Geomagnetic Anomaly // Mathematical Problems in Engineering. 2020. Vol. 2020. № 9839606. DOI: 10.1155/2020/9839606

28. *Jinmiao Wang, Hui Zhao, Lin Bi, Liguan Wang.* Implicit 3D Modeling of Ore Body from Geological Boreholes Data Using Hermite Radial Basis Functions // Minerals. 2018. Vol. 8. Iss. 10. № 443. DOI: 10.3390/min8100443

29. *Лукичев С.В., Наговицын О.В.* Цифровое моделирование при решении задач открытой и подземной горной технологии // Горный журнал. 2019. № 6. С. 51-55. DOI: 10.17580/gzh.2019.06.06

30. *Наговицын О.В.* Развитие горно-геологической информационной системы в современных реалиях российской горнодобывающей отрасли // Горная промышленность. 2023. № 5S. С. 35-40. DOI: 10.30686/1609-9192-2023-5S-35-40

31. *Лукичев С.В.* Цифровое прошлое, настоящее и будущее горнодобывающих предприятий // Горная промышленность. 2021. № 4. С. 73-79. DOI: 10.30686/1609-9192-2021-4-73-79

32. *Басаргин А.А., Писарев В.С.* Особенности моделирования объектов геологической среды при разработке месторождений твердых полезных ископаемых с применением ГГИС Micromine // XVII Международный научный конгресс «Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2021»: Материалы Международной научной конференции «Геодезия, геоинформатика, картография, маркшейдерия», 19-21 мая 2021, Новосибирск, Россия. Новосибирск: Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 2021. Т. 1. С. 100-110. DOI: 10.33764/2618-981X-2021-1-100-110

33. *Axler S.* Linear Algebra Done Right. Springer, 2024. 407 p. DOI: 10.1007/978-3-031-41026-0

Авторы: **Баян Ракишевич Ракишев,** *д-р техн. наук, академик НАН РК, профессор* (*Казахский национальный исследовательский технический университет имени К.И.Сатпаева, Алматы, Республика Казахстан*), *https://orcid.org/0000-0001-5445-070X*, **Абдраман Ибрагимович Едильбаев,** *д-р техн. наук, генеральный директор* (*ТОО «Горное бюро», Алматы, Республика Казахстан*), *https://orcid.org/0000-0001-8498-7049*, **Аужан Сакабекович Сакабеков,** *д-р физ.-мат. наук, профессор* (*Казахский национальный исследовательский технический университет имени К.И.Сатпаева, Алматы, Республика Казахстан*), *https://orcid.org/0000-0002-3141-7373*, **Асфандияр Айтказыулы Орынбай,** *PhD, доцент* (*Алматинский университет энергетики и связи имени Гумарбека Даукеева, Алматы, Республика Казахстан*), *a.orynbay@aues.kz*, *https://orcid.org/0000-0002-3720-7625*, **Назира Аблузкызы Мекебай,** *старший преподаватель* (*Казахский национальный исследовательский технический университет имени К.И.Сатпаева, Алматы, Республика Казахстан*), *https://orcid.org/0000-0002-3124-2630*, **Темирлан Сакенович Ибырханов,** *аспирант* (*Казахский национальный исследовательский технический университет имени К.И.Сатпаева, Алматы, Республика Казахстан*), *https://orcid.org/0009-0001-6344-8270*.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Статья опубликована в открытом доступе по лицензии CC BY 4.0