ISSN 2411-3336; e-ISSN 2541-9404

ЗАПИСКИ ГОРНОГО ИНСТИТУТА
Journal of Mining Institute
Сайт журнала: pmi.spmi.ru



Научная статья *Геотехнология и инженерная геология*

Разработка оборудования и совершенствование технологии инерционного сгущения закладочных гидросмесей на финальных этапах транспортирования

А.А.Волчихина, М.А.Васильева✉
Санкт-Петербургский горный университет императрицы Екатерины II, Санкт-Петербург, Россия

Как цитировать эту статью: Волчихина А.А., Васильева М.А. Разработка оборудования и совершенствование технологии инерционного сгущения закладочных гидросмесей на финальных этапах транспортирования // Записки Горного института. 2025. Т. 271. № 16360. С. 168-180. EDN MDHQZT

Аннотация
Представлены результаты исследования функционирования разработанного сгустительного оборудования в составе закладочного комплекса для формирования потока гидросмеси повышенной концентрации. Представлена принципиальная схема, поясняющая работу гидротранспортной системы закладочного комплекса, оснащенной сгустителем разработанной конструкции. Создана математическая модель, описывающая механизм инерционной седиментации твердого компонента гидросмеси в рабочей камере, оборудованной гидродинамическими профилями. Взаимодействие с профилем приводит к расслаиванию потока благодаря изменению траектории движения и падению скорости. Обоснован интервал рациональной скорости первичной гидросмеси, поступающей на вход рабочей камеры инерционного сгустителя. Синтез решений модели процесса сгущения, выполненный в программах COMSOL Multiphysics и Ansys Fluent, позволил устранить физические противоречия в работе оборудования и обосновать значения габаритных размеров его основных элементов, обеспечивающих реализацию механизма инерционной седиментации гидросмеси. Выявлено, что концентрация сгущенного потока на выходном патрубке рабочей камеры сгустителя определяется уровнем скорости первичной гидросмеси, характерной длиной участка взаимодействия с отклоняющим профилем, а также соотношением углов обтекания и атаки. Составлена номограмма динамики изменения концентрации гидросмеси в сечении выходного патрубка в зависимости от соотношений габаритных размеров отклоняющего профиля рабочей камеры. Результаты исследования позволили сформулировать рекомендации по подбору габаритов отклоняющего гидродинамического профиля сгустителя для формирования потока гидросмеси с концентрацией около 50 % по массе. Разработанное оборудование может быть применено в закладочном комплексе, позволит увеличить дальность подачи закладочной смеси вследствие того, что поток первичной гидросмеси с низкой концентрацией за счет небольших потерь напора может быть перемещен в трубопроводной системе на большее расстояние, чем поток с повышенным содержанием наполнителя. Применение сгустителя на финальном этапе транспортирования позволит повысить концентрацию непосредственно перед выработкой.

Ключевые слова
закладочные смеси; инерционное сгущение; высококонцентрированная гидросмесь; реологические свойства; сгуститель; горные выработки; параметрический синтез

Поступила: 15.12.2023 ***Принята: 13.06.2024*** ***Онлайн: 18.11.2024*** ***Опубликована: 25.02.2025***

Введение

Задачи горного производства и технологий, связанных с гидравлическим транспортом продуктов переработки минерального сырья, включают сокращение энергозатрат, уменьшение энергоемкости технологических процессов и использование безотходных технологий [1-3]. Достигается это путем применения систем добычи подземным способом с закладкой выработанного пространства и использованием отходов производства [4, 5]. Заполнение выработанного пространства призвано обеспечить геомеханическую стабильность выработок [6, 7].

На большинстве горных предприятий используются как сухие, так и гидравлические смеси для закладки с применением отходов обогащения. В последние 20-25 лет применение гидравлических смесей в закладочных работах достигло 85 %, в то время как сухая закладка используется лишь в 15 % случаев [8, 9]. Закладочные работы сухими смесями осуществляются механическим

Статья опубликована в открытом доступе по лицензии CC BY 4.0

Записки Горного института. 2025. Т. 271. С. 168-180
© А.А.Волчихина, М.А.Васильева, 2025

способом [10]. Материал транспортируется штрековыми ленточными конвейерами, далее в выработанное пространство доставляется самоходными вагонами [11]. Гидравлические смеси к выработанному пространству поступают по системе закладочных трубопроводов под естественным напором, определяемым соотношением длин вертикального и горизонтального участков [12]. Потери напора на преодоление местных сопротивлений и линейные потери напора в значительной степени ограничивают расстояние транспортирования гидросмесей. Для увеличения дальности подачи используются смеси с высоким содержанием несущей среды, применяются трубы с низкой удельной шероховатостью, снижающие контактное трение потока о рабочие поверхности [13, 14]. Дополнительно требуется вспомогательное оборудование, например, вибрационные активаторы, пульповые насосы [15, 16].

При приготовлении твердеющей закладки применяют только неорганические вяжущие вещества [17]. В горнорудной промышленности используют многие из известных вяжущих материалов: цементы, известь, гипс, ангидрит, молотые гранулированные шлаки, котельные золы, пирротинсодержащие хвосты обогатительных фабрик и др. [18-20]. Чаще применяют сложные вяжущие – различные цементы, главной составной частью которых являются силикаты и алюминаты кальция, образующиеся при высокотемпературной обработке сырьевых материалов, например на Верхнекамском месторождении, Таштагольском руднике, Таймырском руднике и пр. Одним из наиболее эффективных видов сырья для производства местных вяжущих веществ для твердеющей закладки являются доменные гранулированные шлаки. Они представляют собой силикатные и алюмосиликатные расплавы, получаемые при выплавке чугуна.

Согласно исследованию [11] искусственный массив, сформированный из гидравлической смеси на основе отходов обогащения, подвергается меньшим деформациям по сравнению с искусственным массивом, сформированным из сухого закладочного материала, что способствует минимизации просадки искусственного массива и последующих нарушений выработок [21, 22]. Одним из основных требований к гидравлической закладке является обеспечение прочности формируемого закладочного массива, достигаемой им в процессе затвердевания, одновременно с отделением несущей жидкости и снижением влажности [23-25].

Типовой паспорт управления кровлей содержит информацию об очередности проведения работ, а также данные о марках закладочных смесей, используемых для формирования нижнего слоя закладки на каждом из закладываемых участков. Подача смеси в закладываемую выработку часто осуществляется через закладочные скважины и бетоноводы. Вода, выделяющаяся из закладочной смеси, отводится насосами и резиновыми шлангами в водоперепускную скважину. Качественный монтаж бетоновода, изолирующая перемычка и постоянный контроль по трассе подачи закладочной смеси предотвращают попадание закладочной смеси в действующие горные выработки.

Методы

Реологические свойства твердеющих смесей должны обеспечивать устойчивое без расслоения транспортирование по трассе закладочного трубопровода, равномерное без расслоения растекание по камере и необходимую глубину проникновения в породу при использовании комбинированного способа закладки камер. Прочностные и компрессионные свойства возведенного искусственного массива должны соответствовать принятым нормативным показателям.

Смеси с повышенным содержанием дисперсной фракции позволяют значительно снизить инфильтрацию воды, уменьшая обводнение выработок и риск их последующих нарушений. Для уменьшения напряжения сдвига при движении закладочной смеси содержание твердой фазы размером около 45 мкм должно быть не более 15 %. Гидравлические смеси дисперсных веществ представляют собой дилатантные вещества. Благодаря внутренней структуре и межмолекулярному взаимодействию, при котором происходит структуризация дисперсной фазы в удельном объеме, наблюдается степенная зависимость изменения напряжения сдвига от градиента скорости и движение потока подчиняется реологическому закону Оствальда – де Ваале [26]:

$$\tau = K\left(\frac{dv}{dy}\right)^n,$$

где K – коэффициент вязкости жидкости; n – показатель нелинейности, характеризующий меру отклонения поведения жидкости от ньютоновского.

Статья опубликована в открытом доступе по лицензии CC BY 4.0

Изменение показателя степенной зависимости сказывается на виде реологической кривой. При $n < 1$ жидкость «разжижается» при сдвиге, что соответствует Бингамовским телам и вязкопластическим жидкостям (телам Шведова), например парафинистым нефтям или нефтепродуктам при температурах, близких к температуре застывания; при $n > 1$, наоборот, наблюдается увеличение сопротивления вещества при сдвиге (суспензии хвостов обогащения, пасты) [5, 27]. Данное утверждение согласуется с наблюдаемым при увеличении содержания дисперсной фазы, приводящем к росту значения n, увеличению линейных потерь напора потока. Это является следствием того, что в структурированных веществах повышение концентрации и уменьшение крупности приводят к появлению дополнительного контактного трения между частицами потока [28]. Для совокупного учета напряжения, необходимого для инициации движения жидкости (преодоление предела текучести), допустимо использовать модифицированный степенной закон – модель Гершеля – Балкли [29, 30].

Взаимодействие твердых частиц в потоке гидросмеси зависит от их крупности, формы и концентрации в гидросмеси. Мелкие частицы образуют плотные смеси, а их воздействие на жидкую фазу определяется концентрацией в потоке. Более крупные частицы образуют смеси с высокой концентрацией в ядре потока [19]. При этом значительная дифференциация по крупности дисперсной среды приводит к нарушению гомогенности потока и изменению его реологических характеристик. Для обеспечения стабильности гранулометрического состава применяются мельницы тонкого измельчения, а также дезинтеграторы [31]. Положительный эффект от применения такого оборудования обусловлен тем, что измельчение твердых материалов высоконагруженным ударом происходит в местах спаянности, структурных дефектов и концентраторов напряжений во фракции дисперсного материала. Это позволяет обеспечить более однородную форму фракции, а также минимизировать ее вторичную деструкцию в процессе транспортирования.

При изменении скорости гидросмеси изменяется толщина придонного подвижного слоя с высокой концентрацией твердой фазы. Подвижный слой оказывает воздействие на поток гидросмеси аналогично стенкам трубы с высокой шероховатостью рабочей поверхности. Толщина, плотность и скорость движения этого слоя зависят от средней скорости потока гидросмеси и крупности твердой фазы. По мере снижения скорости потока концентрация твердых частиц, находящихся во взвешенном состоянии, уменьшается, в то время как толщина формируемого ими слоя возрастает, переходя в осадок [32].

Для повышения качества закладочной смеси наиболее распространено использование вяжущих компонентов, а также применение оборудования для сгущения.

Вяжущие реагенты и пластификаторы в закладочных смесях, такие как цемент, ангидрит или шлаки, ускоряют процесс гидратации, повышают скорость набора прочности и сокращают разжижение гидросмеси. Однако применение большого объема вяжущих компонентов может привести к налипанию на стенки трубопроводов и дальнейшему их закупориванию, а при активации вяжущего приводит к ускоренной коррозии рабочих поверхностей оборудования. Использование пластификаторов повышает текучесть и плотность закладочной смеси, снижая требуемое количество вяжущего компонента [31, 33]. Но все это приводит к дополнительному существенному росту затрат на приготовление закладочной смеси и операциям по закладке.

Предельная дальность самотечного транспортирования гидросмесей достигает около 1000 м. Для интенсификации этого процесса и дополнительного увеличения дальности подачи смеси применяется самотечно-пневматический и вибро-самотечный способы активации потока [34]. Подача смеси повышенной концентрации на расстояние более 400-500 м может привести к предельному снижению удельного напора, вызывая расслоение потока и последующую забутовку трубопровода.

Закладка выработанного пространства производится в три этапа разными объемами гидросмеси: формирование основания массива смесью повышенной концентрации; формирование основного тела массива смесью меньшей концентрации; подача смеси повышенной концентрации для заполнения выработки под кровлю с минимальным образованием пустот. Особенно важно проведение работ по закладке с упрочняющим слоем при отработке выработок в отступающем порядке.

Модернизация узла подготовки закладочной смеси. Соотношение вертикальной и горизонтальной составляющих участков закладочных трубопроводов определяет величину геодезического напора потока закладочной смеси, обуславливая предельную дальность транспортирования. При перемещении на горизонтальном участке трубопровода наблюдается падение напора, смесь имеет тенденцию к расслоению за счет снижения скорости потока ниже критических значений,

Статья опубликована в открытом доступе по лицензии CC BY 4.0

Записки Горного института. 2025. Т. 271. С. 168-180
© А.А.Волчихина, М.А.Васильева, 2025

приводя к неизбежному изменению реологических характеристик [32, 35]. При подготовке закладочной смеси содержание твердого компонента определяется дальностью расположения закладываемого участка на этапе смешивания компонентов. Обеспечиваемая уменьшением содержания дисперсной фазы подвижность гидросмеси становится причиной увеличения времени достижения нормативной прочности формируемым массивом. Дополнительно это приводит к необходимости работ по отводу избыточной жидкости и ее дальнейшей утилизации. Для минимизации перечисленных осложнений авторами предложена модернизация технологической цепочки оборудования закладочного комплекса за счет интегрирования разработанного инерционного сгустителя в трубопроводную систему (рис.1). Сгущение гидросмеси на финальных этапах закладочных работ позволит увеличить дальность подачи закладочных смесей низкой концентрации и снизить обводненность выработок за счет реализации системы оборотного водоснабжения [36]. Применение традиционных сгустителей ограничено их громоздкостью и невысокой скоростью работы, что потребует внесения существенных изменений в процесс ведения работ по закладке [37].

На финальном этапе, непосредственно перед поступлением в выработанное пространство, гидравлическая смесь с высоким содержанием несущей фазы поступает в инерционный сгуститель. Его конструкция представляет собой рабочую камеру 1, в которой установлены два гидродинамических профиля. Гидравлическая смесь через впускной патрубок 3 поступает в рабочую камеру, где происходит ее аккумулирование и осаждение. При поступлении в рабочую камеру твердые частицы гидравлической смеси сталкиваются с отклоняющим гидродинамическим профилем 2 и осаждаются на дно под действием инерционных и гравитационных сил. Оставшиеся во взвешенном состоянии твердые частицы в гидравлической смеси осаждаются после взаимодействия с цилиндрическим гидродинамическим профилем 4. В нижней части камеры образуется слой сгущенной смеси, который движется в сливной патрубок, откуда поступает в насосный агрегат для дальнейшей подачи в закладываемое пространство. Жидкая фаза направляется на слив или в оборотную систему водоснабжения горного предприятия.

Использование инерционного принципа сгущения обусловлено необходимостью реализации непрерывной технологии подачи закладочного материала, а также компактностью размеров оборудования. Оборудование не требует подключения к системе электроснабжения и, используя исходную гидравлическую смесь, позволяет сгустить ее до концентрации около 50 %. Конструкция сгустителя предусматривает отведение осветленного потока несущей среды по отдельному каналу для последующего использования в нуждах производства. При отсутствии возможности реализовать

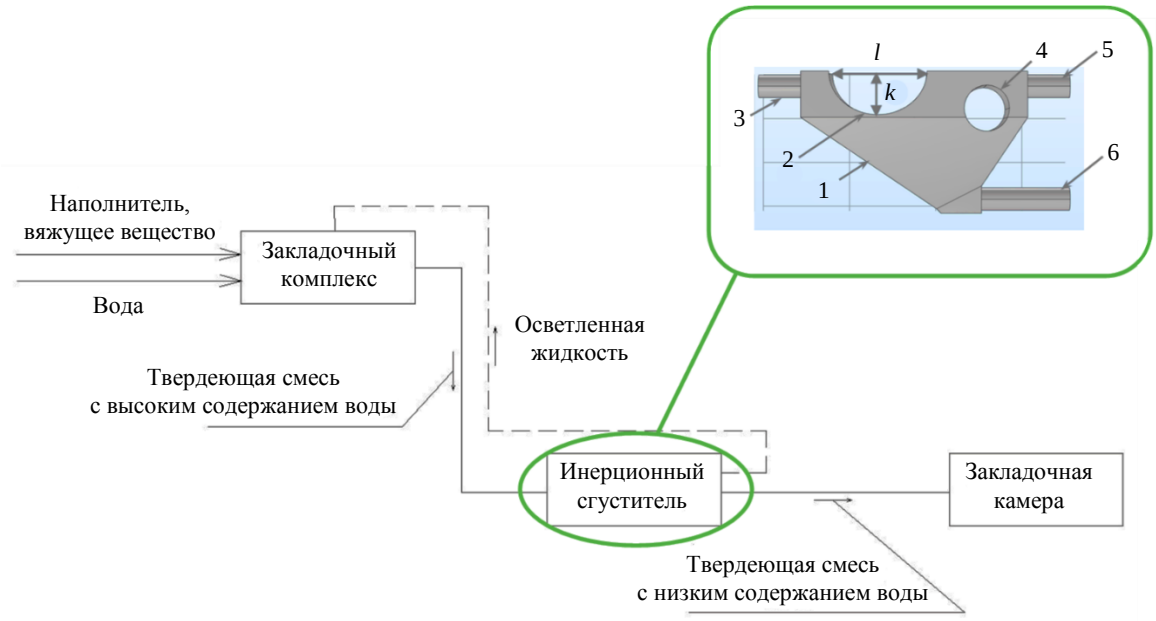


Рис.1. Технологическая схема гидротранспорта закладочных смесей со сгущением на финальном этапе работ
1 – рабочая камера; 2 – главный отклоняющий гидродинамический профиль; 3 – впускной патрубок;
4 – цилиндрический гидродинамический профиль; 5 – выпускной патрубок осветленной воды;
6 – выпускной патрубок сгущенной смеси; *l* – продольная длина профиля; *k* – поперечная длина профиля

Статья опубликована в открытом доступе по лицензии CC BY 4.0

систему оборотного водоснабжения отводимая осветленная вода может поступать в водоотливные канавки.

Для исследования и прогнозирования эффективности процесса осаждения и формирования потока сгущенной гидравлической смеси, а также оценки влияния рабочих параметров исходной гидравлической смеси, в программе COMSOL Multiphysics (лицензионный номер 6464550) разработана модель мультифизического анализа [38-40]. Выполненные исследования позволили выявить закономерность влияния конструктивных параметров отклоняющего профиля на концентрацию формируемого потока и обосновать рациональный интервал значений для выполнения параметрического синтеза.

При обтекании твердого тела наполненным потоком, вследствие значительной инерции, определяемой удельным весом единичного объема и величиной скорости, частицы этого потока продолжают движение по искривленным траекториям. Эффективность инерционного осаждения определяется долей частиц, извлеченных из потока. Исходные параметры, принятые в исследовании для формирования модели мультифизического анализа: материал рабочей камеры сгустителя – сталь Ст3; форма частиц – сферические; плотность твердых частиц – 2300 кг/м^3; плотность гидравлической смеси – 1300 кг/м^3; средний приведенный диаметр твердых частиц – 0,3 мм. Для задания крупности фракции было использовано среднее значение фракционного состава тонкодисперсных гидросмесей: песчаная составляющая 4-6 мм, хвосты обогащения 0,2 мм (В.Н.Покровская, 1972).

Количество частиц на входе в сгуститель задано равным 1000 шт/с. Оценка содержания частиц в разделяемых потоках выполнялась согласно принципу картирования Пуанкаре [41]. Решение задачи трассировки позволяет определить траектории конечного числа частиц, исключая возможность их вторичной эмиссии в расчетную область после взаимодействия с рабочей поверхностью отклоняющего гидродинамического профиля.

В основу расчета был положен метод Эйлера – Лагранжа. Модель дискретной фазы по этому методу строится путем решения усредненных по времени уравнений Навье – Стокса для жидкой фазы, рассматриваемой как постоянная среда (H.S.Fogler, 1992). Дисперсная фаза описана путем отслеживания траектории заданного количества частиц через расчетные поля течения [42-44]. Движение гидравлической смеси задано модулями: Turbulent flow k-w для общего движения гидросмеси и Particle Tracing for Fluid Flow для моделирования движения дискретной фазы в потоке. Для определения траектории движения твердых частиц при движении гидравлической смеси в турбулентном режиме задана поверхностная сетка, состоящая из 115,5 тыс. элементов (табл.1).

Таблица 1

Математическая модель процесса сгущения

Задаваемый параметр	Определяющие уравнения
Изменение массы смеси	$\frac{\partial \rho_h}{\partial t} + \nabla\left(\rho_h V_{hm}\right) = 0,$ где ρ_h – плотность гидросмеси, кг/м^3; t – время, с; ∇ – дифференциальный оператор; V_{hm} – усредненная по массе скорость потока гидросмеси, м/с.
Изменения объемной доли частиц	$\frac{\partial \alpha_p}{\partial t} + \nabla\left(\alpha_p V_{hp}\right) = 0,$ где α_p – объемная доля дисперсной фазы в потоке гидросмеси в диапазоне от 0 до 1; V_{hp} – усредненная в объеме скорость потока гидросмеси, м/с.
Скорость движения частицы относительно жидкости	$V_{p1} = \frac{\left(\rho_p - \rho_w\right) d_p^2}{18\mu\, f_d}\alpha_p - D_{tp}\left(\frac{\nabla\alpha_p}{\alpha_p} - \frac{\nabla\alpha_1}{\alpha_1}\right),$ где ρ_p, ρ_w – плотность твердых частиц и несущей среды, кг/м^3; μ – динамический коэффициент вязкости гидросмеси, Па·с; f_d – расстояние, пройденное частицей, м; α_1 – объемная доля несущей среды в потоке гидросмеси в диапазоне от 0 до 1; D_{tp} – коэффициент турбулентной диффузии твердых частиц гидравлической смеси.

Статья опубликована в открытом доступе по лицензии CC BY 4.0

Записки Горного института. 2025. Т. 271. С. 168-180
© А.А.Волчихина, М.А.Васильева, 2025

Окончание табл.1

Задаваемый параметр	Определяющие уравнения
Коэффициент турбулентной диффузии твердых частиц гидравлической смеси	$$D_{tp} = KC_{\mu}\frac{k^2}{\varepsilon}\left(\frac{\gamma_k}{1+\gamma_k}\right)\frac{1}{\sqrt{1+C_{\beta k}\varepsilon^2}},$$ где K – множитель Лагранжа; C_{μ}, $C_{\beta k}$ – константа модели турбулентности k – ε; k – кинетическая энергия турбулентности, м^2/с^2; ε – скорость турбулентного рассеяния, м^2/с^3; γ_k – скорость сдвига, производная по времени от деформации, с$^{-1}$.
Траектория движения твердых частиц в гидравлической смеси	$$f = \frac{d\left(m_{pv}V_p\right)}{dt}Ft,$$ где m_{pv} – масса твердых частиц при заданной скорости, кг; V_p – средняя скорость твердых частиц; Ft – результирующая внешних сил, Н.
Количество твердых частиц за расчетный период	$$N = \int_{t_0}^{t}\frac{1}{\tau_i}dt;$$ $$\tau_i = \min\left(2\tau_L - \tau_L\log\left(1-\frac{I_e}{\tau_L\left\|V_w - V_p\right\|}\right)\right),$$ где τ_i – тензор вязких напряжений; τ_L – время отклика по Лагранжу; V_w – средняя скорость несущей среды, м/с; I_e – единичный тензор.
Сила сопротивления на единицу массы частицы	$$F_D = \frac{1}{\tau_p}m_p\left(V_w - V_p\right),$$ где τ_p – время осаждения частицы, с; m_p – масса частицы, кг.
Время осаждения частицы	$$\tau_p = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu},$$ где d_p – диаметр твердых частиц, м.
Подъемная сила	$$F_L = 6{,}46r_p^2L_v\sqrt{\mu\rho_m\frac{\left\|V_w - V_p\right\|}{\left\|L_v\right\|}};$$ $$L_v = \left(V_w - V_p\right)\left(\nabla\left(V_w - V_p\right)\right),$$ где r_p – радиус твердой частицы, м; L_v – коэффициент подъемной силы.

Для проведения исследования выбран метод численного эксперимента, позволяющий наиболее точно характеризовать распределение частиц в сечении и их мгновенное положение в изменяющихся полях скорости турбулентного потока [45, 46]. Разработанная мультифизическая модель процесса сгущения позволяет, помимо изменения реологических параметров гидросмеси в процессе движения в оборудовании, оценить изменение скорости несущей среды и дисперсной фазы в рабочей зоне сгустителя, при взаимодействии с поверхностью сгустителя, на основании построенных моделей изменения полей скорости. Это позволило учесть пульсации скорости и возникновение восходящих потоков в рабочей зоне на основе задаваемых параметров кинетической энергии потока. Исследование движения твердых частиц в потоке по методу Эйлера – Лагранжа выполнено при содержании объемной доли дисперсной фазы 10 %.

Для решения использовалась модель уплотненной дискретной фазы, которая преодолевает ограничение на приемлемую объемную долю твердых частиц, расширяя уравнения сохранения Лагранжа, при этом частицы могут достигать плотной упаковки. Определяющие уравнения были преобразованы в алгебраические выражения. Все рабочие поверхности подчинены граничным условиям «нескользких стен». При расчете турбулентного потока учитывалась сила гравитации, при расчете траектории движения частиц учитывались сила сопротивления и сила гравитации [33]. Проверка рекомендуемой скорости основана на оценке количества твердых частиц в выпускном патрубке осветленной воды и сгущенной смеси методом картирования сечений.

Статья опубликована в открытом доступе по лицензии CC BY 4.0

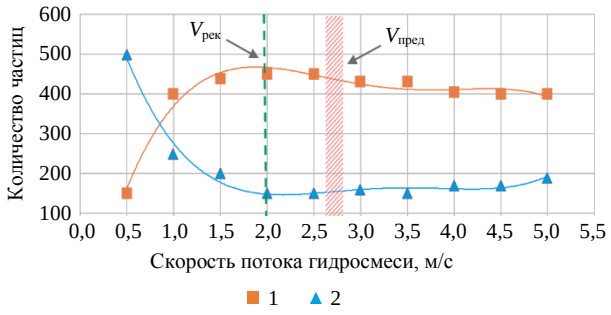


Рис.2. Содержание твердого компонента в патрубках сгущенной смеси (1) и осветленной воды (2) для начальных скоростей движения гидросмеси

Обсуждение результатов

Результаты выполненного исследования по оценке распределения количества частиц в сечениях выпускных патрубков при разных скоростях исходной смеси показали, что при скорости 2,0 м/с сечения выпускного патрубка сгущенной смеси в единицу достигают 45 % дисперсной фазы потока. В сечении выпускного патрубка для осветленного потока количество твердых частиц регистрировалось на уровне 15 % от первоначального. Дальнейшие исследования показали, что увеличение скорости исходной смеси, поступающей в рабочую зону, способствует снижению числа частиц дисперсной фазы в патрубке сгущенной смеси и незначительному росту их содержания в патрубке осветленной смеси (рис.2).

Выявленная рекомендуемая скорость подачи исходной гидравлической смеси в рабочую камеру сгустителя в пределах 2,0 м/с ниже максимально допустимой скорости движения гидравлической смеси, принятой на производстве, – 2,65-2,76 м/с (в зависимости от производительности поверхностного закладочного комплекса). Увеличение скорости поступления исходной гидросмеси незначительно снижает содержание дисперсной фазы в сгущенном потоке – не более 8 %, содержание же твердых частиц в потоке осветленной жидкости практически не изменяется. Граничное значение скорости подачи гидросмеси в инерционный сгуститель, по достижению которого его применение не является эффективным, – 0,9 м/с, так как наблюдается высокий вынос дисперсной фазы восходящим потоком осветленной жидкости и высок риск формирования придонного осадка.

Для подтверждения полученных результатов были проведены исследования распределения плотности потока и формируемых полей скорости потока в рабочей камере инерционного сгустителя.

Распределение скоростей потока при взаимодействии с гидродинамическими профилями при гидравлической скорости поступления показано на рис.3, *а*, распределение векторов полей скорости потока гидросмеси, выполненное в Ansys Fluent, на рис.3, *б*.

Картина распределения скоростей частиц в расчетной области дополняет представление о принципе функционирования сгустителя. Выполненное исследование распределения полей скорости и плотности потока гидравлической смеси в рабочей камере инерционного сгустителя позволило выявить, что в камере присутствуют несколько зон, в которых происходят процессы, определяющие эффективность осаждения. Зона А – участок первичного взаимодействия смеси с поверхностью главного отклоняющего гидродинамического профиля. На участке, ограниченном зоной В, в потоке формируется область атаки обтекающего профиля. Это способствует тому, что смесь значительно отклоняется от первоначальной траектории и существенно теряет скорость – более чем в два раза. На рис.3, *б* представлены направления движения участков потока и разделение потока на формирующий осадок – зона С и восходящий поток – зона F, в котором скорость снижается до 0,25 от перво-

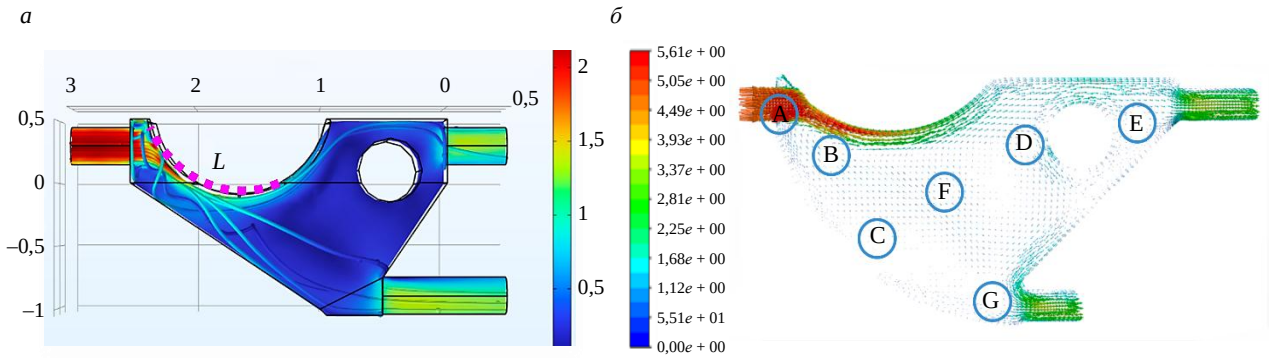


Рис.3. Распределение полей параметров динамического процесса сгущения в рабочей зоне сгустителя:
а – скорости твердых частиц; *б* – векторов скорости потока;
L – длина участка взаимодействия

Статья опубликована в открытом доступе по лицензии CC BY 4.0

Записки Горного института. 2025. Т. 271. С. 168-180
© А.А.Волчихина, М.А.Васильева, 2025

начальной. Дисперсная фаза, увлекаемая восходящим потоком, сталкивается с цилиндрическим отклоняющим профилем, который, рассекая ее, запускает процесс вторичного осаждения. Огибающие его поверхность частицы, опускаясь вдоль наклонной стенки рабочей камеры, формируют итоговый объем сгущенного потока – зону G, направляемый в патрубок для сгущенной смеси для проведения работ по закладке. Зона E обозначает участок выноса оставшихся во взвешенном состоянии частиц дисперсной фазы в патрубок для осветленного потока.

Инерционное осаждение реализуется в случае, когда кинетическая энергия частицы велика настолько, что частица не может следовать искривленным линиям тока и, сталкиваясь с препятствием, осаждается в выделенном объеме [47-49]. Инерционный принцип сгущения в рассмотренной конструкции реализуется благодаря силовому взаимодействию дисперсной фазы с отклоняющими гидродинамическими профилями. Целесообразным является определение соотношений его основных конструкционных параметров, что позволит при последующем параметрическом синтезе оборудования обеспечить достижение заданного уровня концентрации твердого компонента в выпускном патрубке сгущенной смеси.

Для обоснования геометрических параметров отклоняющего гидродинамического профиля были исследованы образцы рабочих камер инерционного сгустителя с различным соотношением его продольной и поперечной осей. Габариты инерционного сгустителя в зависимости от потребной концентрации потока могут меняться. Для оценки влияния этого на эффективность функционирования было выполнено исследование распределения дисперсной фазы в рабочей камере и в сечениях выпускных патрубков. Совокупности рациональных сочетаний параметров, обеспечивающих формирование сгущенного потока с максимально возможным содержанием дисперсной фазы, представлены в табл.2.

Полученные результаты позволили сформировать серию номограмм распределения дисперсной фазы в потоке для определения рационального соотношения соответствующих параметров (рис.4).

Таблица 2

Распределение дисперсной фазы потока в потоке

b, мм	Содержание твердой фазы, %				
	a, мм				
	1000	1150	1250	1350	1450
400	52/32/16*	64/23/13	58/23/19	41/34/25	43/30/27
500	69/16/15	59/19/22	66/11/23	50/19/31	51/12/37
600	58/13/29	59/9/32	54/11/35	47/13/40	36/12/52
700	57/13/30	54/11/35	50/12/38	43/13/44	37/11/54

* Сгущенная смесь / осветленный поток / осадок.

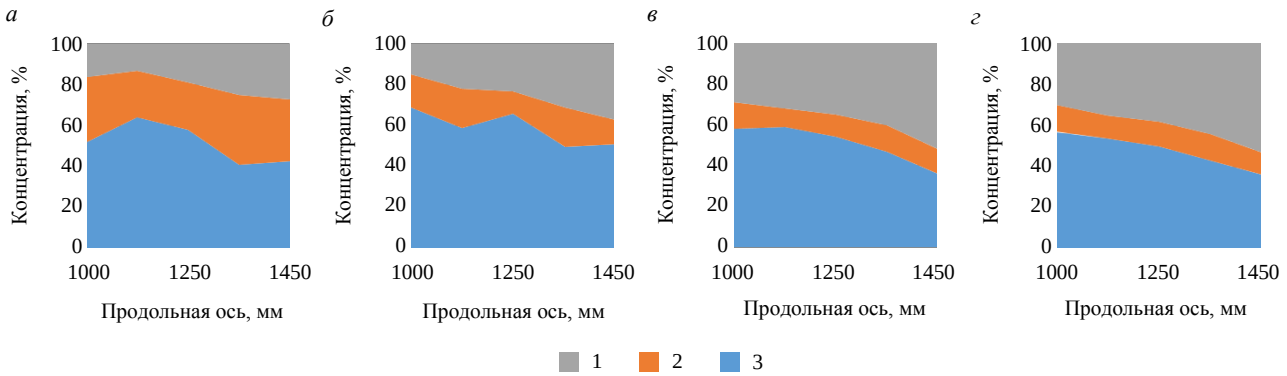


Рис.4. Номограммы распределения дисперсной фазы в инерционном сгустителе при различных значениях величины поперечной оси отклоняющего профиля: *а* – 400 мм; *б* – 500 мм; *в* – 600 мм; *г* – 700 мм

1 – осадок; 2 – осветленный поток; 3 – сгущенный поток

Статья опубликована в открытом доступе по лицензии CC BY 4.0

Соотношение длин продольной и поперечной осей отклоняющего профиля $N = a/b$ представляет собой инварианту геометрического подобия. Эта величина, не завися от размеров натурного и модельного объекта, может соответствовать изменению концентрации формируемого потока в широком диапазоне значений.

Соотношение характерных параметров отклоняющего гидродинамического профиля задает форму отклоняющего профиля и определяет участок взаимодействия профиля с поступающим в рабочую камеру потоком. В зависимости от угла атаки потока инерционное отражение частиц происходит также с разными углами, определяет изменение направления потока и сопровождается изменением скорости дисперсной фазы (рис.5).

Критерием подобия для инерционного осаждения является критерий Стокса [32]:

$$\mathrm{St} = 4r^2 \rho VC / 18\mu^2 L,$$

где V – скорость потока в выбранной координате неустановившегося потока, м/с; r – радиус кривизны обтекаемой поверхности, м; ρ – плотность дисперсной фазы, кг/м^3; μ – динамическая вязкость несущей среды, кг/м·с; L – характерный линейный размер участка взаимодействия обтекаемого тела, м (см. рис.3, *а*).

Расчет характерного линейного размера участка взаимодействия обтекаемого тела и потока выполнен согласно второй формуле Рамануджана для определения длины периметра эллипса [50]:

$$L \approx \pi(a+b)\left[1 + \frac{3(Z)^2}{10 + \sqrt{4 - 3(Z)^2}}\right],$$

где a – величина продольного габарита профиля, м; b – величина поперечного габарита профиля, м; $Z = (a-b)/(a+b)$ – соотношение большой и малой полуосей.

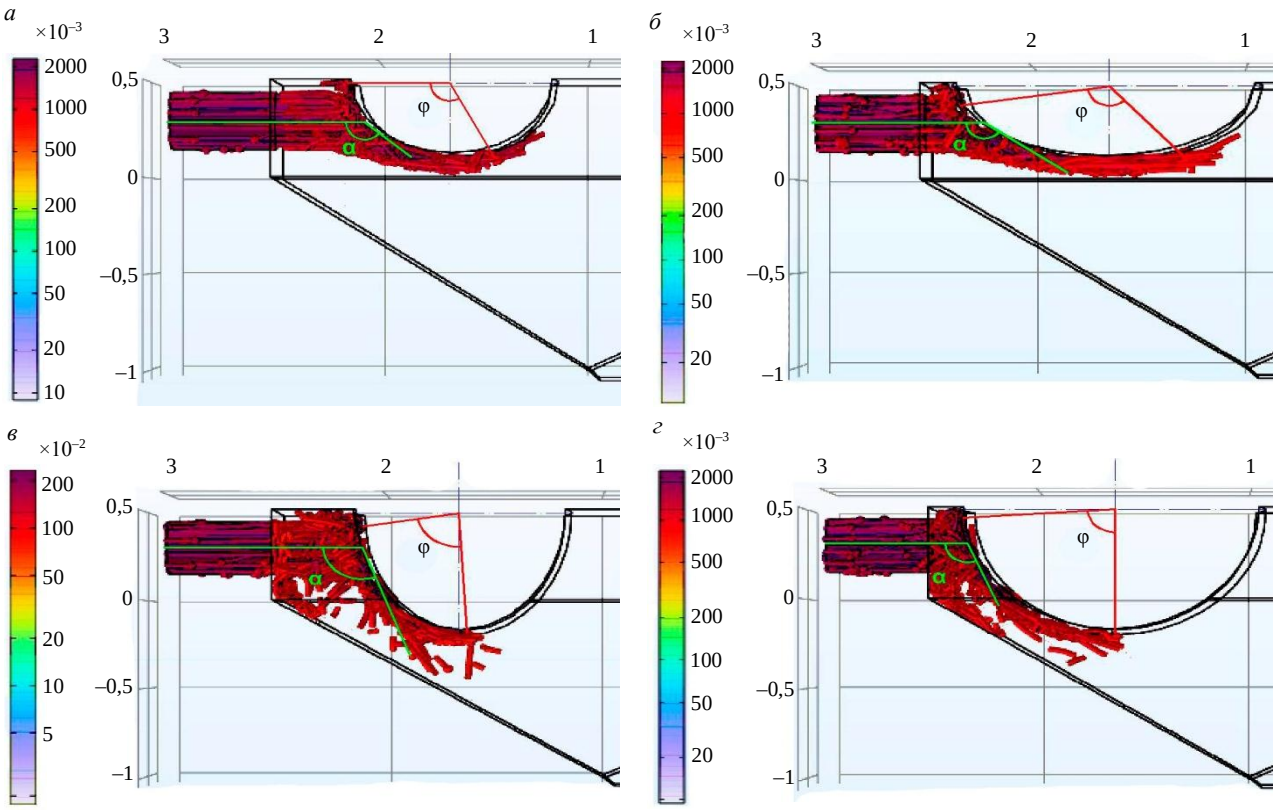


Рис.5. Формирование участков взаимодействия с потоком
при различных соотношениях поперечной и продольной осей отклоняющего профиля:
а – 400/1000 мм; *б* – 400/1450 мм; *в* – 700/1000 мм; *г* – 400/1450 мм

Статья опубликована в открытом доступе по лицензии CC BY 4.0

Записки Горного института. 2025. Т. 271. С. 168-180
© А.А.Волчихина, М.А.Васильева, 2025

В результате исследования распределения контактной плотности потока получены картины распределения соответствующих участков взаимодействия, формирующие зоны обтекания взвесенесущим потоком поверхности гидродинамического профиля (рис.5). Формирование траектории движения потока определяется углом атаки потока α и углом обтекания профиля φ, величина которых зависит от соотношения длин продольного и поперечного габарита профиля.

Влияние геометрии профиля на параметры потока и последующее инерционное осаждение, характеризуещее протяженность зоны контакта, может быть оценено соответствующим углом атаки потока α. Результаты оценки их изменения в зависимости от параметров профиля представлены на рис.6. Как следует из рис.5, длина участка взаимодействия потока с профилем характеризуется углом обтекания φ. Динамика увеличения угла φ соответствует изменению характерной длины участка взаимодействия *L*. Увеличение продольного габарита профиля незначительно сказывается на изменение угла φ, сопровождается ростом *L* за счет увеличения общей протяженности профиля. Рост поперечного габарита профиля приводит к относительному снижению данного угла за счет изменения общей формы. При этом тенденция к увеличению длины участка взаимодействия *L* сохраняется. Углы атаки и обтекания потока с увеличением поперечного габарита профиля значительно снижаются.

Анализ параметров распределения взвесенесущих потоков и образуемых траекторий движения частиц показал, что увеличение соотношения длин продольного и поперечного габарита отклоняющего профиля сопровождается увеличением характерной длины участка взаимодействия с потоком *L* (рис.7, *а*). Результаты комплексного анализа, включающего оценку влияния независимого изменения характерных габаритных параметров отклоняющего профиля на концентрацию формируемого сгущенного потока на выходе из рабочей камеры, также включали определение соответствия длин формируемых зон обтекания. Составлена номограмма, отображающая выбранную область изменения концентрации потока и позволяющая соотнести с соответствующими ей габаритами отклоняющего профиля (рис.7, *б*). Пунктирными линиями отмечены соответствующие протекающему в рамках выбранной геометрии профиля процессу формирования участков взаимодействия с потоком, характеризующих зоны обтекания.

Согласно полученной номограмме, увеличение продольного габарита профиля сопровождается снижением концентрации сгущенного потока гидросмеси. Увеличение поперечного габарита профиля в заданных пределах не приводит к снижению концентрации формируемого потока,

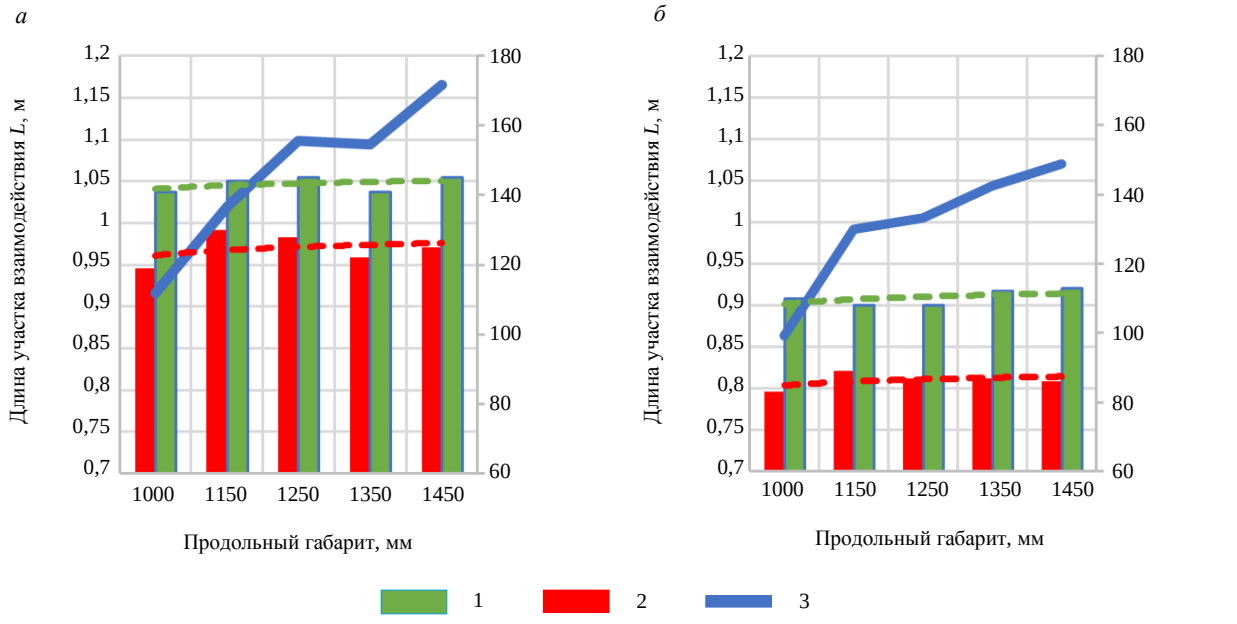


Рис.6. Изменение характерной длины участка взаимодействия *L* от характерных углов взаимодействия с отклоняющим профилем: *а* – продольный габарит 1000 мм, поперечный габарит 400 мм; *б* – продольный габарит 1450 мм, поперечный габарит 700 мм

1 – угол обтекания, град; 2 – угол атаки, град; 3 – *L*, м

Статья опубликована в открытом доступе по лицензии CC BY 4.0

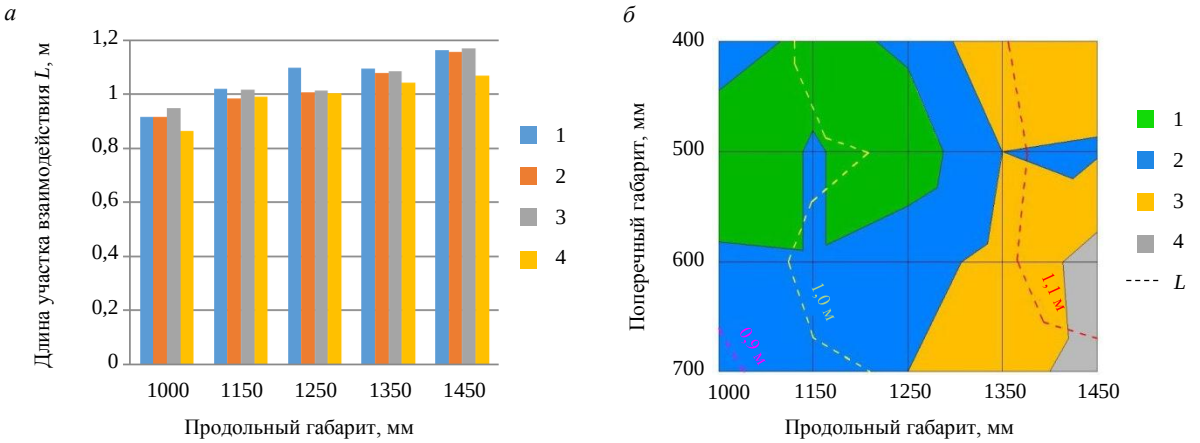


Рис.7. Динамика изменения характерных параметров сгущения в зависимости от соотношений характерных габаритных параметров отклоняющего профиля:
а – изменение характерной длины участка взаимодействия (1 – поперечный габарит 400 мм; 2 – 500 мм; 3 – 600 мм; 4 – 700 мм);
б – номограмма изменения концентрации сгущенного потока (1 – 60-70 %; 2 – 50-60 %; 3 – 40-50 %; 4 – 30-40 %)

а в ряде случаев позволяет обеспечить условия для достижения содержания дисперсной фазы в пределах 70 % по массе. Увеличение протяженности зоны обтекания приводит к снижению концентрации за счет снижения инерционного воздействия на поток, определяемого углом атаки потока, сопровождаемого изменением траектории дисперсных частиц.

Заключение

В результате выполненных исследований сделан ряд выводов, имеющих научно-практическое значение:

1. Подача закладочных смесей на дальнее расстояние существенно ограничена снижением удельного гидродинамического напора, определяемого соотношением вертикальной и горизонтальной составляющей закладочного трубопровода, а также комплексным сопротивлением русла, что вынуждает использовать в технологическом процессе текучие смеси с низким содержанием твердой фазы.

2. Гидравлические смеси для закладочных работ, содержащие неорганические вяжущие, представляют собой дилатантные вещества, которые благодаря внутреннему взаимодействию частиц дисперсной фазы, структурируются в объеме. Это соответствует наблюдаемой степенной зависимости изменения напряжения сдвига от градиента скорости при движении потока, известной как реологический закон Оствальда – де Ваале, и отвечающей обобщенной в модели Гершеля – Балкли.

3. Определяющими факторами при применении сгустительного оборудования является производительность закладочного трубопровода, степень сгущения и гранулометрический состав смеси. Тип сгустителя должен соответствовать особенностям закладочного комплекса. Использование инерционного принципа сгущения обусловлено необходимостью реализации непрерывной технологии подачи закладочного материала, а также компактностью размеров оборудования.

4. Сгущение гидросмеси, применяемое при проведении закладочных работ, рекомендуется осуществлять на финальной стадии транспортирования закладочного материала. Это позволяет использовать в технологическом процессе исходную гидросмесь с низким содержанием дисперсной фазы и реализовать обратный отвод воды.

5. Математическая модель для определения траекторий движения дисперсной фазы по методу Эйлера – Лагранжа, построенная посредством решения усредненных по времени уравнений Навье – Стокса для жидкой фазы, рассматриваемой как постоянная среда, позволила проанализировать эффективность процесса осаждения частиц и формирования сгущенного потока, а также оценить влияние параметров исходной гидравлической смеси. Траектории ограниченного количества частиц через расчетные поля течения рассмотрены как дискретная динамическая система и для их анализа применены сечения Пуанкаре.

6. Содержание дисперсной фазы в сгущенном потоке зависит от траекторий движения частиц, определяемой величиной характерной длины участка взаимодействия L, варьируемой при изменении

Статья опубликована в открытом доступе по лицензии CC BY 4.0

Записки Горного института. 2025. Т. 271. С. 168-180
© А.А.Волчихина, М.А.Васильева, 2025

соотношением продольного и поперечного габаритов отклоняющего гидродинамического профиля рабочей камеры инерционного сгустителя, углами атаки и обтекания потока.

7. Увеличение поперечного габарита отклоняющего профиля сопровождается снижением угла атаки потока, значительно изменяя траектории движения потока дисперсных частиц, способствует эффективной реализации механизма инерционного сгущения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Зубов В.П., Анисимов К.А.* Ресурсосберегающая технология подземной отработки запасов алмазосодержащих кимберлитовых рудных тел ниже дна карьера под защитной подушкой // Горный журнал. 2023. № 4. С. 26-37. DOI: 10.17580/gzh.2023.04.05
2. *Каплунов Д.Р., Рыльникова М.В., Радченко Д.Н.* Перспективы развития технологии закладки выработанного пространства при подземной разработке рудных месторождений // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2011. № 12. С. 5-10.
3. *Беликов А.А., Беляков Н.А.* Методика прогноза напряженно-деформированного состояния междукамерных целиков, закрепленных податливой тросовой крепью // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2023. № 4. С. 20-34 (in English). DOI: 10.25018/0236_1493_2023_4_0_20
4. *Соколов И.В., Антипин Ю.Г., Никитин И.В.* Принципы формирования и критерий оценки геотехнологической стратегии освоения переходных зон рудных месторождений подземным способом // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2017. № 9. С. 151-160. DOI: 10.25018/0236-1493-2017-9-0-151-160
5. *Атрощенко В.А., Александров В.И.* Повышение эффективности транспортных трубопроводов закладочного комплекса применением полиуретанового покрытия // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2022. № 10-1. С. 25-38 (in English). DOI: 10.25018/0236_1493_2022_101_0_25
6. *Mengyi Liu, Haijun Lu, Qingkai Deng et al.* Shear strength, water permeability and microstructure of modified municipal sludge based on industrial solid waste containing calcium used as landfill cover materials // Waste Management. 2022. Vol. 145. P. 20-28. DOI: 10.1016/j.wasman.2022.04.031
7. *Raffaldi M.J., Seymour J.B., Richardson J. et al.* Cemented Paste Backfill Geomechanics at a Narrow-Vein Underhand Cut-and-Fill Mine // Rock Mechanics and Rock Engineering. 2019. Vol. 52. Iss. 12. P. 4925-4940. DOI: 10.1007/s00603-019-01850-4
8. *Монтянова А.Н., Трофимов А.В., Румянцев А.Е. и др.* Опыт и эффективность применения пластифицированных закладочных смесей // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И.Носова. 2019. Т. 17. № 1. С. 18-25. DOI: 10.18503/1995-2732-2019-17-1-18-25
9. *Ковальский Е.Р., Громцев К.В., Петров Д.Н.* Моделирование процесса деформирования междукамерных целиков в условиях закладки очистных камер // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2020. № 9. С. 87-101. DOI: 10.25018/0236-1493-2020-9-0-87-101
10. *Shuai Li, Zeming Zhao, Haoxuan Yu, Xinmin Wang.* The Recent Progress China Has Made in the Backfill Mining Method, Part II: The Composition and Typical Examples of Backfill Systems // Minerals. Vol. 11. Iss. 12. № 1362. DOI: 10.3390/min11121362
11. *Ковальский Е.Р., Громцев К.В.* Разработка технологии закладки выработанного пространства при выемке // Записки Горного института. 2022. Т. 254. С. 202-209. DOI: 10.31897/PMI.2022.36
12. *Анисимов К.А., Никифоров А.В.* Современные технологии отработки алмазоносных месторождений // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. 2023. Т. 334. № 1. С. 196-208. DOI: 10.18799/24131830/2023/1/3837
13. *Kuskildin R.B., Vatlina A.M.* Method of accelerated industrial testing of hydroabrasive wear of polymer coatings of steel pipes // Journal of Physics: Conference Series. 2021. Vol. 1728. № 012029. DOI: 10.1088/1742-6596/1728/1/012029
14. *Голик В.И., Разоренов Ю.И., Дзеранов Б.В.* Комбинированная доставка твердеющих смесей на удаленные участки месторождений // Вестник Кузбасского государственного технического университета. 2017. № 4. С. 14-19. DOI: 10.26730/1999-4125-2017-4-14-19
15. *Ляшенко В.И., Голик В.И., Дмитрак Ю.В., Франчук В.П.* Обоснование параметров вибросамотечного транспорта твердеющих закладочных смесей в шахты // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И.Носова. 2021. Т. 19. № 1. С. 4-16. DOI: 10.18503/1995-2732-2021-19-1-4-16
16. *Протосеня А.Г., Кутепов Ю.Ю.* Прогноз устойчивости гидроотвалов на подрабатываемых подземными горными работами территориях // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2019. № 3. С. 97-112. DOI: 10.25018/0236-1493-2019-03-0-97-112
17. *Svakhina Y.A., Titova M.E., Pyagay I.N.* Products of Apatite-Nepheline Ore Processing in the Synthesis of Low-Modulus Zeolites // Indonesian Journal of Science & Technology. 2023. Vol. 8. № 1. P. 49-64. DOI: 10.17509/ijost.v8i1.51979
18. *Волков Е.П., Вохмин С.А., Анушенков А.Н., Голованов А.И.* Разработка рецептур и механизма активации закладочных смесей для подземной разработки полезных ископаемых с использованием хвостов обогащения // Журнал Сибирского федерального университета. Серия: Техника и технологии. 2014. Т. 7. № 3. С. 295-303.
19. *Стовманенко А.Ю., Анушенков А.Н.* Повышение эффективности системы трубопроводного транспорта литых закладочных смесей при их механической активации в условиях подземной разработки месторождений полезных ископаемых // Известия Уральского государственного горного университета. 2016. Вып. 1 (41). С. 94-102.
20. *Голик В.И., Комащенко В.И., Шкуратский Д.Н.* Оптимизация состава твердеющих смесей по геомеханическим условиям при подземной разработке рудных месторождений // Известия Тульского государственного университета. Науки о Земле. 2016. № 3. С. 164-176.
21. *Hengfeng Liu, Jixiong Zhang, Baiyi Li et al.* Environmental behavior of construction and demolition waste as recycled aggregates for backfilling in mines: Leaching toxicity and surface subsidence studies // Journal of Hazardous Materials. 2020. Vol. 389. № 121870. DOI: 10.1016/j.jhazmat.2019.121870
22. *Jiahao Qin, Jian Zheng, Li Li.* An analytical solution to estimate the settlement of tailings or backfill slurry by considering the sedimentation and consolidation // International Journal of Mining Science and Technology. 2021. Vol. 31. Iss. 3. P. 463-471. DOI: 10.1016/j.ijmst.2021.02.004
23. *Смирнов О.Ю.* Исследование условий применения систем разработки месторождений с закладкой в различных горно-геологических условиях // Известия вузов. Горный журнал. 2019. № 5. С. 14-20. DOI: 10.21440/0536-1028-2019-5-14-20

Статья опубликована в открытом доступе по лицензии CC BY 4.0

24. *Голик В.И., Цидаев Т.С., Цидаев Б.С.* Повышение эффективности добычи руд на основе комбинирования традиционных и инновационных технологий // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2012. № 4. С. 11-18.

25. *Пирогов Г.Г., Воронов Е.Т.* Комбинированная гранулированная закладка при сплошной выемке руд прирезками // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2021. № 3-2. С. 125-132. DOI: 10.25018/0236_1493_2021_32_0_125

26. *Матвеенко В.Н., Кирсанов Е.А.* Структурное обоснование Неньютоновского течения // Вестник Московского университета. Серия 2: Химия. 2017. Т. 58. № 2. С. 59-82.

27. *Матвиенко О.В., Базуев В.П., Черкасов И.С., Асеева А.Е.* Исследование гидравлических характеристик потока водно-песчаной суспензии в трубе // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2020. Т. 22. № 2. С. 129-144. DOI: 10.31675/1607-1859-2020-22-2-129-144

28. *Daihui Lu, Christov I.C.* Physics-informed neural networks for understanding shear migration of particles in viscous flow // International Journal of Multiphase Flow. 2023. Vol. 165. № 104476. DOI: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2023.104476

29. *Shammazov I., Karyakina E.* The LNG Flow Simulation in Stationary Conditions through a Pipeline with Various Types of Insulating Coating // Fluids. 2023. Vol. 8. Iss. 2. № 68. DOI: 10.3390/fluids8020068

30. *Матвиенко О.В., Литвинова А.Е.* Исследование установившегося течения высокопарафинистого битумного вяжущего, описываемого моделью Балкли – Гершеля, в цилиндрической трубе // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2021. Т. 23. № 4. С. 79-99. DOI: 10.31675/1607-1859-2021-23-4-79-99

31. *Ильинов М.Д., Петров Д.Н., Колонтаевский Е.В., Страупник И.А.* Исследование возможности применения акрилатов в качестве заполнителя кейлькранца при разработке соляных толщ на больших глубинах // Горный журнал. 2023. № 8. С. 77-87. DOI: 10.17580/gzh.2023.08.10

32. *Seiphoori A., Gunn A., Kosgodagan Acharige S. et al.* Tuning Sedimentation Through Surface Charge and Particle Shape // Geophysical Research Letters. 2021. Vol. 48. Iss. 7. № e2020GL091251. DOI: 10.1029/2020GL091251

33. *Васильева М.А., Волчихина А.А., Морозов М.Д.* Оборудование и технологии для проведения работ по дозакладке выработанного пространства // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2021. № 6. С. 133-144. DOI: 10.25018/0236_1493_2021_6_0_133

34. *Ляшенко В.И., Хоменко О.Е., Чекушина Т.В. и др.* Развитие технологий и технических средств для управления техногенными образованиями и отходами горнометаллургического производства // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2021. № 12. С. 132-148. DOI: 10.25018/0236_1493_2021_12_0_132

35. *Aleksandrova T., Nikolaeva N., Afanasova A. et al.* Justification for Criteria for Evaluating Activation and Destruction Processes of Complex Ores // Minerals. 2023. Vol. 13. Iss. 5. № 684. DOI: 10.3390/min13050684

36. *Кибирев В.И., Бауман А.В., Никитин А.Е.* О создании современных российских сгустителей // Горная промышленность. 2017. № 5 (135). С. 32-34.

37. *Бауман А.В.* О модернизации отечественных радиальных сгустителей // Обогащение руд. 2013. № 1. С. 44-49.

38. *Ел Моутеа О., Ел Амри Х., Ел Аккад А.* Метод конечных элементов для задачи Стокса – Дарси с новым граничным условием // Сибирский журнал вычислительной математики. 2020. Т. 23. № 2. С. 165-181. DOI: 10.15372/SJNM20200205

39. *Scutaru M.L., Guendaoui S., Koubaiti O. et al.* Flow of Newtonian Incompressible Fluids in Square Media: Isogeometric vs. Standard Finite Element Method // Mathematics. 2023. Vol. 11. Iss. 17. № 3702. DOI: 10.3390/math11173702

40. *Togun H., Homod R., Sadeghinezhad E., Kazi S.N.* Navier-Stokes Equations and High-Resolutions: Advancements in Accurate Incompressible Flow Simulations // Knowledge-Based Engineering and Sciences. 2023. Vol. 4. № 2. P. 51-59. DOI: 10.51526/kbes.2023.4.2.51-59

41. *Васильева М.А., Фёйт С.* Мультифизическая модель течения гетерогенного потока при движении по каналу переменного сечения // Записки Горного института. 2017. Т. 227. С. 558-562. DOI: 10.25515/PMI.2017.5.558

42. *Adamczyk W.P., Klimanek A., Białecki R. et al.* Comparison of the standard Euler – Euler and hybrid Euler – Lagrange approaches for modeling particle transport in a pilot-scale circulating fluidized bed // Particuology. 2014. Vol. 15. P. 129-137. DOI: 10.1016/J.PARTIC.2013.06.008

43. *Esgandari B., Rauchenzauner S., Goniva C. et al.* A comprehensive comparison of Two-Fluid Model, Discrete Element Method and experiments for the simulation of single- and multiple-spout fluidized beds // Chemical Engineering Science. 2023. Vol. 267. № 118357. DOI: 10.1016/j.ces.2022.118357

44. *Yongchao Li, Defu Che, Yinhe Liu.* CFD simulation of hydrodynamic characteristics in a multiple-spouted bed // Chemical Engineering Science. 2012. Vol. 80. P. 365-379. DOI: 10.1016/J.CES.2012.06.003

45. *Careaga J., Gatica G.N.* Coupled mixed finite element and finite volume methods for a solid velocity-based model of multidimensional sedimentation // ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis. 2023. Vol. 57. N 4. P. 2529-2556. DOI: 10.1051/m2an/2023057

46. *Fukui T., Kawaguchi M., Morinishi K.* Numerical study on the inertial effects of particles on the rheology of a suspension // Advances in Mechanical Engineering. 2019. Vol. 11. Iss. 4. 10 p. DOI: 10.1177/1687814019847000

47. *Tak Shing Lo, Koplik J.* Channeling and stress during fluid and suspension flow in self-affine fractures // Physical Review E. 2014. Vol. 89. Iss. 2. № 023010. DOI: 10.1103/PhysRevE.89.023010

48. *Voulgaropoulos V., Jamshidi R., Mazzei L., Angeli P.* Experimental and numerical studies on the flow characteristics and separation properties of dispersed liquid-liquid flows // Physics of Fluids. 2019. Vol. 31. Iss. 7. № 073304. DOI: 10.1063/1.5092720

49. *Wenwei Liu, Chuan-Yu Wu.* Analysis of inertial migration of neutrally buoyant particle suspensions in a planar Poiseuille flow with a coupled lattice Boltzmann method-discrete element method // Physics of Fluids. 2019. Vol. 31. Iss. 6. № 063301. DOI: 10.1063/1.5095758

50. *Ce Xu.* Some Evaluation of Infinite Series Involving Trigonometric and Hyperbolic Functions // Results in Mathematics. 2018. Vol. 73. Iss. 4. № 128. DOI: 10.1007/s00025-018-0891-9

Авторы: **А.А.Волчихина,** *аспирант, https://orcid.org/0000-0001-7142-1935 (Санкт-Петербургский горный университет императрицы Екатерины II, Санкт-Петербург, Россия),* **М.А.Васильева,** *канд. техн. наук, доцент, Vasileva_MA@pers.spmi.ru, https://orcid.org/0000-0003-2594-748X (Санкт-Петербургский горный университет императрицы Екатерины II, Санкт-Петербург, Россия).*

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Статья опубликована в открытом доступе по лицензии CC BY 4.0