Записки Ленинградского горного института, т. X, вып. 3, 1937
Annales de l'Institut des Mines à Léningrad, vol. X, liv. 3 1937

О подсчете запасов рудной залежи, разведанной на горизонте и подсеченной буровой скважиной на глубине

Проф. *А. М. Журавский* и асс. *С. П. Андреев*

Berechung des Vorrats eines auf dem Horizonte aufgesuchten und in der Tiefe mittelst eines Bohrloches unterteuften Erzlagers

Von Prof. *A. M. Shurawsky* und Ass. *S. P. Andrejew*

§ 1. При подсчете запасов полезных ископаемых в месторождениях взамен объема действительного рудного тела обычно вычисляется объем тела, к нему достаточно близкого и имеющего правильную геометрическую форму.

Неудачный выбор такого геометрического тела может повести к значительному понижению точности подсчета или весьма усложнить вычисления. Примером может служить подсчет запасов крутопадающей рудной залежи, вполне разведанной и освещенной на последнем горизонте уже производящимися горными работами и прослеженной на более глубоких горизонтах только одной подсекающей ее буровой скважиной или штольней.

В практике подсчета запасов при таких данных разведки объем разведанного тела иногда вычислялся как объем конуса с основанием, равным оконтуренной площади на горизонте, и с вершиною в точке выхода буровой скважины из залежи без учета мощности этой последней.

Произведенный, таким образом, подсчет давал запасы ниже минимальных, определяемых данными разведки, причем расхождение достигало значительной величины в несколько десятков процентов.

Ниже даются методы для вычисления объема тела коноидальной формы, могущие служить для подсчета запасов части рудной залежи, ограниченной оконтуренной площадью на некотором горизонте и подсеченной буровой скважиной на глубине.

Вообще при подсчете запасов по одним и тем же разведочным данным можно принимать различные условные границы для запасов рудного тела — в зависимости от геологического представления о месторождении и от категории запасов (по классификации), допускающей тот или другой вынос предполагаемого контура за пределы крайних выработок. Контуры для запасов различной степени достоверности находятся в таких случаях один внутри другого.

Если густота разведочных данных и характер изменчивости месторождения позволяют считать пространство между выработками достаточно освещенным, то эти выработки определяют некоторое заключенное между ними геометрическое тело. Поверхностями, ограничивающими это тело, могут

быть частью плоскости, частью, как это принято в практике разведочного дела, линейчатые[1] поверхности, проходящие через контур рудного участка или через рудные части разведочных выработок. Так как по одним и тем же данным можно построить неограниченное число линейчатых поверхностей, то очевидно, необходимо ввести дополнительное условие, непосредственно вытекающее из условия достаточной разведанности пространства между выработками. Нужно выбрать то линейчатое тело, которое с наибольшей полнотой заполняет пространство между выработками, т. е. имеет максимальный объем.

Полученный, таким образом, объемный контур является естественным и исходным при построении других условных объемных контуров, которые выносятся за его пределы и служат для запасов меньшей достоверности, и поэтому он характеризует наименьшие запасы полезного искапаемого. Тело коноидальной формы наиболее совершенным образом исчерпывает данные о залежи, разведанной на горизонте и подсеченной буровой скважиной на глубине, а предполагаемые методы вычисления его объема чрезвычайно просты и требуют минимальной затраты времени.

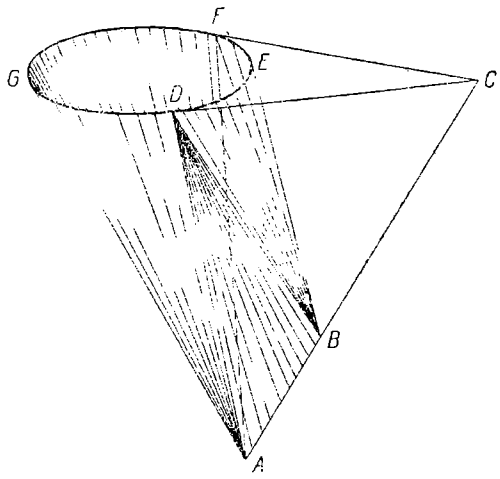


Рис.

§ 2. Построим это тело. Пусть на горизонтальной плоскости дана оконтуренная площадь залежи $DEFG = S$ (рис. 1). Для большей ясности и наглядности рассмотрим предварительно контур с простым очертанием. Буровая скважина CA подсекает залежь на глубине. Пройденная ею по залежи мощность $AB = l$. Точка C является точкой пересечения буровой скважины с плоскостью горизонта $DEFG$. Устье буровой скважины, в общем случае, может не совпадать с точкой C, находясь или выше, или ниже ее.

Объемный контур, ограничивающий запас и определяемый площадью $DEFG$ и отрезком AB, при отсутствии других данных следует принять как линейчатую поверхность, образующие которой проходят через точки контура площади $DEFG$ и отрезок AB. Сверху объемный контур ограничивается площадью $DEFG$.

Проведем через отрезок AB две плоскости: ABD и ABF, касающиеся контура $DEFG$ в точках D и F с двух сторон. Соединим эти точки (D и F) с концами отрезка AB прямыми DA, DB, FA и FB. Кроме того, построим незамкнутые конические поверхности для кривой DEF с вершиной в точке B и FGD с вершиной в точке A.

Тело $ABDEFG$ с основанием $DEFG$ и двумя вершинами в точках A и B, ограниченное упомянутыми коническими поверхностями и треугольниками ABF и ABD, будет телом коноидальной формы.

Полученное нами тело коноидальной формы обладает некоторыми особенностями, которые рассмотрим. Предварительно необходимо отметить, что поступательным движением образующей, проходящей через точки контура $DEFG$ и отрезка AB, можно построить, кроме указанных на рис. 1 и 4, бесчисленное множество других линейчатых поверхностей коноидальной формы. Разнообразие поверхностей будет зависеть от изменения скорости движения образующей в различных частях контура $DEFG$ и отрезка AB. Можно

[1] Линейчатой поверхностью называется поверхность, которую описывает прямая линия, называемая образующей движущаяся в пространстве. Примером линейчатых поверхностей могут служить поверхности цилиндрические, конические, коноидные и др.

доказать, что из всех возможных тел коноидальной формы с выпуклым контуром тело, построенное описанным выше способом (рис. 1) с двумя касательными плоскостями, будет иметь максимальный объем. Назовем его, в отличие от других тел, телом M (максимального объема). Заметим, что всякая плоскость, проходящая через отрезок AB и секущая коноидальное тело, пересекает его боковую поверхность по образующим, а основание по хорде. Допустим, что, кроме тела M, мы по тем же данным построили другое какое-нибудь тело с линейчатой поверхностью. Образующие этого нового тела должны соединять какие-то точки контура основания $DEFG$ с какими-то точками отрезка AB. Докажем, что эти образующие находятся внутри тела M и только в частных случаях совпадают с его образующими. Этим самым будет доказано, что поверхность тела M будет объемлющей по отношению к поверхности нового линейчатого тела и, следовательно, что объем нового тела менее объема тела M.

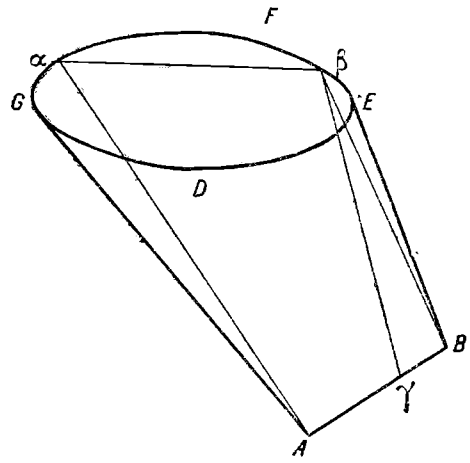


Рис. 2.

В действительности, пусть на рис. 2 дано тело M и пусть прямая $\beta\gamma$, соединяющая точку β на контуре $DEFG$ с точкой γ на отрезке AB, будет одна из образующих нового тела. Проведем через эту прямую $\beta\gamma$ и отрезок AB плоскость. Она пересечет площадь контура $DEFG$ по некоторой хорде $\alpha\beta$, а боковую поверхность тела M по образующим αA и βB. Образующая $\beta\gamma$ нового тела будет находиться, как это ясно из рисунка, внутри четырехугольника $AB\beta\alpha$ и, следовательно, внутри тела M. В частном случае, если бы образующая нового тела соединяла точку β с точкой B, то βB принадлежала бы одновременно и поверхности тела M. Это показывает, что часть поверхности нового тела может совпадать с поверхностью тела M. Остальные части поверхности нового тела, однако, пройдут внутри тела M, что и доказывает, что последнее будет иметь максимальный объем.

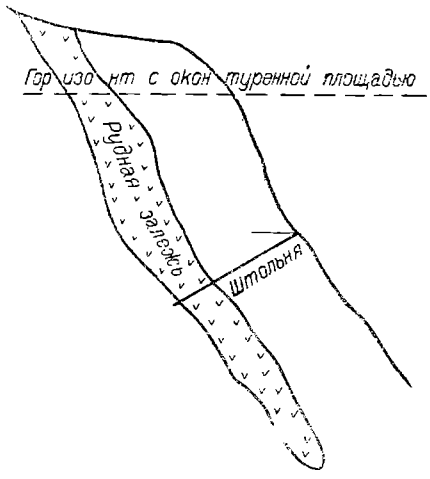


Рис.

§ 3. Вычисление объема такого тела каким-либо из существующих методов подсчета запасов, например методом параллельных (в данном случае горизонтальных) сечений, было бы весьма сложно и требовало бы значительной чертежной работы с затратой излишнего времени. Взамен можно предложить весьма простые приемы, требующие затраты нескольких десятков минут.

Рассмотрим два случая: первый, когда след скважины на плоскости горизонта (точка C) лежит в пределах плана, и второй—когда эта точка на план не попадает и на нем имеются только проекции точек A и B — входа и выхода выработки из рудной залежи. Последний случай может иметь место при разведке крутопадающей жилы горизонтальной или наклонной штольней (рис. 3).

Для вывода формулы для вычисления объема тела продолжим плоско-

сти ABD и ABF (рис. 1) до пересечения с плоскостью горизонта по прямым CD и CF, которые будут касательными к кривой контура $DEFG$ в точках D и F. При этом построении, кроме коноидального тела $ABDEFG$ получим еще два других. Рассмотрим их. Тело с основанием $CDGF$ и с вершиной в точке A, ограниченное с боков конической поверхностью $ADGF$ и треугольниками ACD и ACF, представляет конус.[1]

Таким же образом будет конусом тело с основанием $CDEF$ и вершиной в точке B, ограниченное конической поверхностью $BDEF$ и треугольниками BCD и BCF. Коническая поверхность последнего тела будет вогнутой. Как видно из рис. 1, второй конус составляет часть первого. Если теперь отнять от первого конуса $ACDGF$ с вершиною в точке A второй конус $BCDEF$ с вершиною в точке B, то остается тело с основанием $DEFG$, заканчивающееся на отрезке AB, представляющее как раз коноидальное тело, определяющее запасы полезного ископаемого. Для вычисления объема коноидального тела остается, следовательно, найти объемы конусов. Последние, как известно, представляют одну треть произведения основания конуса на высоту, независимо от формы основания. Если контур основания коноидального тела извилистый (рис. 4,*а*) то можно применить то же построение,

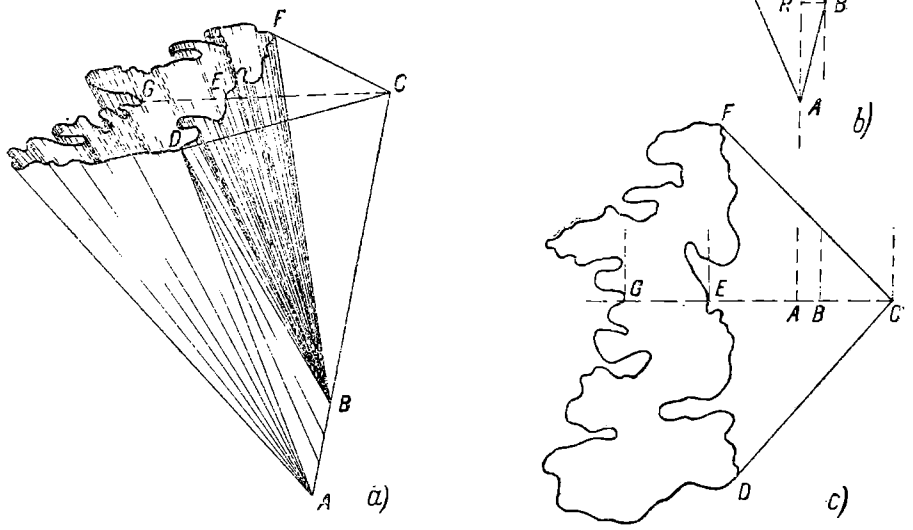


Рис. 4.

как только что описанное, и представить объем тела в виде разности объемов двух конусов. На рис. 4, *b* дан вертикальный разрез, проведенный через отрезок AB. Линии AM и BN представляют собой высоты конусов. На рис. 4, *с* дан контур основания тела.

Необходимо напомнить, что план, в общем случае, представляет не

[1] Направляющей для образующих конической поверхности в общем случае является кривая линия. В данном случае часть направляющей переходит в прямые CD и CF, а соответствующие им части поверхности, полученные от движения образующей, переходят в плоскости ACD и ACF. Ограниченное таким образом тело остается конусом, и для вычисления его объема остается обычная формула $\left(V = \frac{1}{3} sh\right)$.

дневную поверхность, а некоторый горизонт на глубине и точка C — не устье бурой скважины, а след ее на этом горизонте.

Чтобы провести на плане касательные CD и CF через точку C (рис. 4, *с*), следует, придерживая линейку так, чтобы она проходила через эту точку C, поворачивать линейку, пока ее край не обозначит искомую касательную. Полученная точность построения практически вполне достаточна.

Введем следующие обозначения (рис. 1 и 4):

S — площадь контура $DEFG$;
S_A — площадь контура $CDGF$;
S_B — площадь контура $CDEF$;
l_A — длина CA буровой скважины, от точки C до выхода из залежи;
l_B — длина CB буровой скважины, от точки C до входа в залежь;
l — мощность AB залежи, пройденная буровой скважиной;
H_A — высота AM конуса с вершиной в точке A;
H_B — высота BN конуса с вершиной в точке B;
H — вертикальное расстояние между точками A и B;
φ — угол ACG, составляемый направлением буровой скважины AC с горизонтальной плоскостью контура;
V_A — объем конуса с вершиной в точке A;
V_B — объем конуса с вершиной в точке B;
V — объем коноидального тела.

Из необходимых для вычисления величин оконтуренные площади могут быть измерены на плане при помощи планиметра или другим способом; длины буровой скважины и угол ее наклона к горизонту даются в числовых значениях разведкой.

Для объемов конусов имеем:

$$V_A=\frac{1}{3}S_AH_A \quad \text{и} \quad V_B=\frac{1}{3}S_BH_B.$$

Объем коноидального тела представляет, как было указано ранее, разность конусов, следовательно,

$$V=V_A-V_B$$

или

$$V=\frac{1}{3}(S_AH_A-S_BH_B). \tag{1}$$

Из треугольника CAM и CBN определим значения H_A и H_B:

$$H_A=l_A\sin\varphi \quad \text{и} \quad H_B=l_B\sin\varphi$$

и подставим их в (1):

$$V=\frac{1}{3}(S_Al_A-S_Bl_B)\sin\varphi. \tag{2}$$

Заметив, что $S_A=S+S_B$ и $l=l_A-l_B$, сделаем следующее преобразование:

$$S_Al_A-S_Bl_B=(S+S_B)l_A-S_Bl_B=Sl_A+S_Bl_A-S_Bl_B=$$
$$=Sl_A+S_B(l_A-l_B)=Sl_A+S_Bl; \tag{I}$$

$$S_Al_A-S_Bl_B=S_Al_A-(S_A-S)l_B=S_Al_A-S_Al_B+Sl_B=$$
$$=S_A(l_A-l_B)+Sl_B=S_Al+Sl_B. \tag{II}$$

Поставив значение (I) в (2), имеем:

$$V = \frac{1}{3}(Sl_A + S_B l)\sin\varphi. \tag{3}$$

Таким же образом, подставив (II) в (2), имеем:

$$V = \frac{1}{3}(S_A l + Sl_B)\sin\varphi. \tag{4}$$

Или иначе, исключив в (3) и (4) угол φ:

$$V = \frac{1}{3}(SH_A + S_B H); \tag{3'}$$

$$V = \frac{1}{3}(S_A H + SH_B). \tag{4'}$$

Формулу (3′) можно представить еще иначе:

$$V = \frac{1}{3}SH_A + \frac{1}{3}S_B\cos(90^\circ - \varphi)\,l. \tag{3''}$$

§ 4. Запасы залежи в случаях, подобных разработанному в настоящей статье, подсчитывались по формуле для объемов конусов с вершинами в точке A или даже в середине отрезка AB. Такие запасы менее запасов по формуле для коноида.

Определим величину получаемой при этом разницы в запасах.

Объем, исчисляемый по формуле (3), состоит из суммы объемов двух конусов. Один, равный $\frac{1}{3}Sl_A\sin\varphi\left(=\frac{1}{3}SH_A\right)$, представляет объем конуса с тем же основанием, как и у коноида, и с вершиной в точке A; для другого, равного $\frac{1}{3}S_B l\sin\varphi$, основанием служит площадь S_B, а высота $l\sin\varphi$ равна вертикальному расстоянию между точками входа и выхода буровой скважины залежи.

Объем второго конуса можно представить также по формуле (3″), как произведение $S_B\cos(90^\circ - \varphi)$, т. е. проекции площади S_B, взятой на плоскость, перпендикулярную направлению скважины — на мощность l залежи, пройденной скважиной.

При больших значениях S_B, l и φ разница между объемом конуса и коноида может оказаться весьма ощутительной и будет равна $\frac{1}{3}S_B l\sin\varphi$.

Для сравнения методов подсчета были подсчитаны по формулам (3) для коноида[1] и формуле для конуса объемы 88-й и 125-й залежи Криворожского месторождения.

Для 88-й залежи (для подсчета по формуле коноида) получились следующие данные:

$S = 6300\ м^2$; $S_B = 32\,800\ м^2$ — глубина горизонтального сечения от устья скважины на дневной поверхности 267 $м$, глубина вертикальной буровой скважины ($\varphi = 90^\circ$) от поверхности до входа в залежь — 625 $м$ и до выхода из залежи 556 $м$. Таким образом $l_A = 556 - 267 = 289\ м$, $l_B = 525 - 267 = 258\ м$ и $l = 556 - 525 = 31\ м$.

---

[1] Ввиду неполноты данных, на представленных чертежах месторождения, при подсчете этих залежей некоторые данные, например, положение точки C, были установлены косвенным путем. Поэтому здесь цифры объемов имеют иллюстративный характер.

Объем коноида получается равным по (3):

$$V = \frac{1}{3} \quad (6300 \quad 289 + 32\,800 \quad 31) = 946\,000 \ м^3.$$

Объем же конуса с вершиною в точке A — выхода буровой скважины из залежи

$$V = \frac{1}{3} \quad 6300 \quad 289 = 607\,000 \ м^3.$$

Разница в объемах при различных методах подсчета оказалась значительная, а именно:

$$V - V' = 339\,000 \ м^3, \text{ или } 56\% \text{ от объема конуса.}$$

Для 125-й залежи данные были следующие:

$$S = 2200 \ м^2; \quad S_B = 5700 \ м^2; \quad l_A = 107 \ м;$$

$$l_B = 83 \ м; \quad l = 24 \ м$$

и угол наклона скважины к горизонту $\varphi = 75°$ ($\sin 75° = 0{,}97$).

Для объема коноида имеем:

$$V = \frac{1}{3}(2200 \quad 107 + 5700 \quad 4) \sin 75° = 120\,000 \ м^3.$$

Для объема конуса вершиной в точке A (выхода скважины из залежи)

$$V' = \frac{1}{3}(2200 \quad 107) \sin 75° = 76\,000 \ м^3.$$

В этом случае объем по формуле конуса получается на 58% менее, чем при учете мощности на глубине.

§ 5. Приведенный в § 4 способ подсчета объема коноидального тела возможен при условии, что на плане в пределах рисунка существует точка C, из которой для нахождения точек касания на кривой контура проводились к нему касательные прямые.

Обыкновенно буровые скважины задаются под большим углом к горизонту, и поэтому точка C оказывается на плане. При малом наклоне буровой скважины к горизонтальной плоскости или при пересечении залежи на глубине горизонтальной или наклонной штольней (рис. 2), точка C в пределах плана может не получиться, и поэтому практически невозможно проведение из нее касательных к контуру и нахождение точек касания. Кроме того объемы обоих конусов, которые мы обозначили буквами V_A и V_B, при значительном отдалении точки C от контура будут становиться весьма большими сравнительно с их разностью — объемом коноида, и вычисление этой разности становится мало точным. Поэтому дадим другой способ вычисления объема коноидального тела, независимый от нахождения точки C в пределах рисунка.

Как и в предыдущем случае рассмотрим, предварительно тело с контуром простого очертания (рис. 5). Построение коноидального тела требует нахождения точек D и F — касания к контуру $DEFG$ плоскостей, проведенных через отрезок AB.

В предыдущем случае мы их находили, проводя касательные через точку C. В данном случае точки C на плане нет. Заметив, что углы, которые составили бы касательные из точки C с проекцией — $A'B'$ отрезка AB на горизонтальную плоскость, весьма малы, можно, без практически ощутимой погрешности, принять эти касательные параллельными $A'B'$; тогда нахождение

точек касания D и F практически выполняется весьма просто путем передвижения на плане чертежного треугольника параллельно прямой $A'B'$, пока его край не обозначит касательную к кривой. Соединим точки D и F с A и B и между собой. Коноидальное тело $ABDEFG$ можно представить состоящим из трех тел: двух конусов $ADGF$ с основанием DGF и вершиной в точке A и $BDEF$ с основанием DEF и вершиною в точке B и тетраэдра $ABDF$, заключенного между ними.

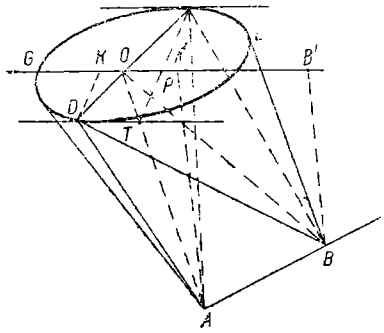


Рис. 5.

Обозначим объем первого конуса буквой W_A, второго конуса W_B, тетраэдра — W_O, площадь DGF — буквой S_A', площадь DEF — S_B', вертикальное расстояние AA' от точки A до горизонтальной плоскости — H_A, от точки B — H_B и длину FT — расстояние между параллельными линиями — через a.

Объемы конусов определяются по формулам:

$$W_A = \frac{1}{3} S_A' H_A \text{ и } W_B = \frac{1}{3} S_B' H_B. \qquad (5)$$

Приступим к определению объема тетраэдра.

Соединим точку O с A и B и опустим перпендикуляры DK и FP на прямую $A'B'$

Заметим, что пирамида $ABDF$ состоит из двух пирамид — $DABO$ и $FABO$ с общим основанием OAB и вершинами в точках D и F. Прямые FP и DK перпендикулярны к общему основанию пирамид и потому являются их высотами.

Обозначим площадь треугольника OAB буквой S_0', получим объем пирамид:

$$DABO = \frac{1}{3} S_0' \; DK \text{ и } FABO = \frac{1}{3} S_0' \; FP$$

Сумма обеих пирамид равна объему тетраэдра:

$$W_O = \frac{1}{3} S_0' \; DK + \frac{1}{3} S_0' \; FP = \frac{1}{3} S_0' \; (DK + FP);$$

$$\text{но } DK + FP = FT = a;$$

следовательно,

$$W_O = \frac{1}{3} S_0' a. \qquad (6)$$

Объем коноида W составится из объемов конусов (5) и пирамиды (6)

$$W = W_A + W_B + W_O$$

или

$$W = \frac{1}{3} (S_A' H_A + S_B' H_B + S_0' a). \qquad (7)$$

Вычисление объема коноида по формуле (7) не представляет затруднений. Все необходимые данные находятся измерением на плане и разрезе.

Площади основания конусов измеряются планиметром или другим способом; площадь треугольника ABO вычисляется по основанию и высоте, которые измеряются на разрезе залежи: высоты H_A и H_B и расстояние a измеряются на плане.

§ 6. Резюмируя приведенные выше выкладки, приходим к следующему порядку обработки материала и вычислений по формуле (3′).

Разведочными работами должны быть даны разрез залежи по буровой скважине, глубины буровой скважины и контур горизонтального сечения залежи (план) с нанесенными на ней проекцией буровой скважины и точкой C.

На плане (рис. 4, *b*) проводим к контуру касательные CD и CF; затем планиметром (или другим способом) измеряем площади $DEFG = S$, $CDEF = S_B$ и по масштабной линейке на разрезе (рис. 4, *b*) высоты конусов $AM = H_A$ и $AR = H$. Если даны глубины буровой скважины и угол φ, то вычисление следует производить по формуле (3). Все полученные значения переводим согласно с масштабом в метры и подставляем их в формулы (3′) или (3).

При вычислении по формуле (7), проведя на плане касательные к контуру, параллельные проекции буровой скважины AB и соединив точки касания D и F прямой DF, измеряем площади $DGF = S_A'$ и $DEF = S_B'$ и расстояние $FT = a$ между параллельными, касательными к контуру.

На разрезе, приведенном через буровую скважину AB, измеряем длину AB (или берем ее из данных разведки), высоту треугольника ABO и вертикальные расстояния $AA' = H_A$ и $BB' = H_B$. Затем вычисляем площадь треугольника S_0 как полупроизведение основания на высоту и полученные значения подставляем в формулу (7).

§ 7. При выводе формул (3) и (7) для вычисления объема коноида мы брали тело с весьма простой формой контура. Рассмотрим, какое значение для подсчета будет иметь извилистость контура и более крупные вогнутости на нем.

На рис. 6 дан пример коноида с извилистым контуром и с большой вогнутостью LEK.

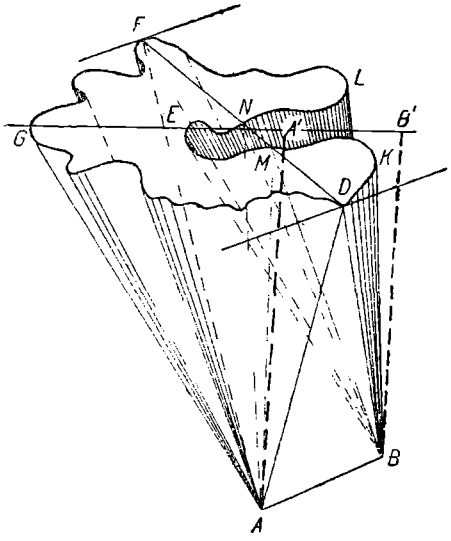


Рис. 6.

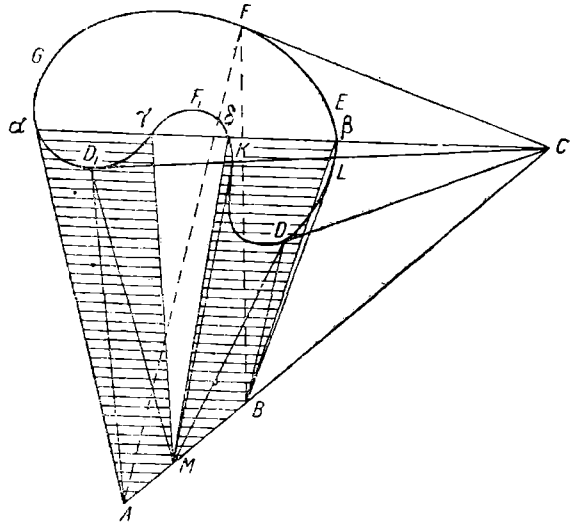


Рис. 7.

Так как точка C в пределах чертежа не получается, то объем коноида следует подсчитывать по второму способу.

Число конусов, из которых составляется коноид, в данном случае будет более двух.

Для получения объема W нужно из суммы объемов конусов $ADGF$, $BDKM$, $BNLF$ и тетраэдра $ABDF$ вычесть объем конуса $BMEN$. Извилины контура, не пересекающие прямую DF, не оказывают влияния на объем коноида.

Все вычисления ничем не будут отличаться от указанных ранее.

При вычислении объема коноида по формуле (3) в некоторых случаях объем при наличии вогнутостей на контуре горизонтального сечения может получить не максимальное значение. Рассмотрим случай, приведенный на рис. 7.

Проведем через направление скважины CA плоскость $CA\alpha$, секущую коноидальное тело.

Плоскость горизонта она пересечет по прямой $C\alpha$, а контур в точках α, γ, δ, β. Две крайних образующих с выпуклой стороны контура будут $A\alpha$ и $B\beta$. С вогнутой стороны контура образующие могут быть направлены различно, соединяя точки γ и δ с одной из точек отрезка AB. Пусть это будет точка M. Чтобы представить себе все коноидальное тело, определяемое контуром на горизонте и отрезком AB, будем вращать плоскость $CA\alpha$, приняв CA за ось. В своих крайних положениях эта плоскость будет касаться контура в четырех точках: F, F_1, D_1 и D. Все тело V можно представить состоящим из суммы следующих тел:

Коноид. тело $ABLD_1GF$ + коноид. тело $MBDKL$ — конус MD_1F_1K.

Каждое коноидальное тело можно заменить, как это было указано ранее, разностью двух конусов:

коноид. тело $ABLD_1GF$ = конус ACD_1GF — конус $BCLF$

и

коноид. тело $MBDKL$ = конус $MCDK$ — конус $BCDL$.

Кроме того,

конус $BCLF$ + конус $BCDL$ = конусу $BCDLF$, поэтому тело V будет равно:

V = конус ACD_1GF + конус $MCDK$ — конус $BCDLF$ — конус MD_1F_1K.

Обозначим площади контуров и высоты соответствующих конусов, сохраняя общность с обозначением, введенным ранее:

S_F и H_A	для конуса	ACD_1GF
S_1 и H_M		$MCDK$
S_B и H_B	„	$BCDLF$
S_2 и H_M	„	MD_1F_1K
S_A площади		CDF_1D_1GF.

Объем V тела будет тогда равен:

$$V = \frac{1}{3} S_A H_A + \frac{1}{3} S_1 H_M - \frac{1}{3} S_B H_B - \frac{1}{3} S_2 H_M \qquad (8)$$

и будет изменяться в зависимости от положения точки M. Так при этом изменяются только объемы конусов $\frac{1}{3} S_1 H_M$ и $\frac{1}{3} S_2 H_M$, то, очевидно, наибольшее значение объем V получит при наибольшем значении разности

$$\frac{1}{3} S_1 H_M - \frac{1}{3} S_2 H_M = \frac{1}{3} (S_1 - S_2) H_M.$$

Если разность

$$S_1 - S_2 > 0,$$

то max V будет при max $H_M = H_A$, т. е. когда точка M совпадает с точкой A. Если разность

$$S_1 - S_2 < 0,$$

то max V будет при min $H_M = H_B$, т. е. когда точка M совпадает с точкой B. При

$$S_1 = S_2$$

величина объема не зависит от положения точки M на отрезке AB. В первом случае формула (8) принимает вид:

$$V = \frac{1}{3}(S_F + S_1 - S_2)\,H_A - \frac{1}{3}\,S_B H_B; \tag{9}$$

во втором:

$$V = \frac{1}{3}\,S_F H_A + \frac{1}{3}(S_1 - S_2 - S_B)\,H_B. \tag{10}$$

Формула (9) тождественна ранее выведенным (1), (3′) и (4′) и легко может быть в них преобразована. В действительности, заметив, что

$$S_F + S_1 - S_2 = S_A$$

и приведя в (9) соответствующую замену, получим:

$$V = \frac{1}{3}(S_A H_A - S_B H_B). \tag{1}$$

Таким образом для получения наибольшего объема для тела V нужно было бы измерить площади S_1 и S_2 и, в зависимости от знака разности $S_1 - S_2$, принять за общую вершину построенных на них конусов точку A (рис. 8), или точку B (рис. 9).

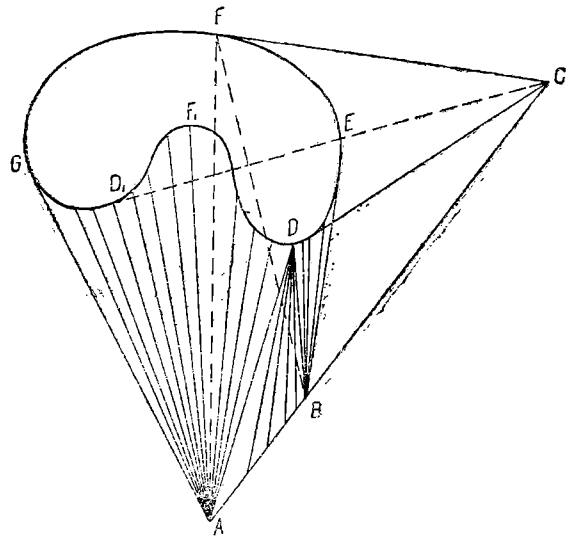


Рис. 8.

§ 8. Если для однообразия и простоты вычисления, не производя измерений площадей $S_1 - S_2$, пользоваться во всех случаях только одной формулой (9) или (что то же) (3′), соответствующей рис. 8, то объем тела V при $S_1 - S_2 < 0$ будет отличаться от максимального. Определим величину получаемой при этом погрешности.

Абсолютная погрешность Δ будет равна разности объемов V, получаемых по формулам (10) и (9):

$$\Delta = \frac{1}{3} S_F H_A + \frac{1}{3}(S_1 - S_2 - S_B) H_B - \frac{1}{3}(S_F + S_1 - S_2) H_A + \frac{1}{3} S_B H_B$$

или

$$\Delta = \frac{1}{3}(S_2 - S_1)(H_A - H_B). \tag{11}$$

Относительная погрешность δ равна:

$$\delta = \frac{\Delta}{V} \frac{\frac{1}{3}(S_2 - S_1)(H_A - H_B)}{\frac{1}{3}(S_F + S_1 - S_2) H_A - \frac{1}{3} S_B H_B}.$$

Заменим в знаменателе величину H_A на меньшую H_B, получим:

$$\delta < \frac{(S_2 - S_1)(H_A - H_B)}{(S_F + S_1 - S_2 - S_B) H_B}$$

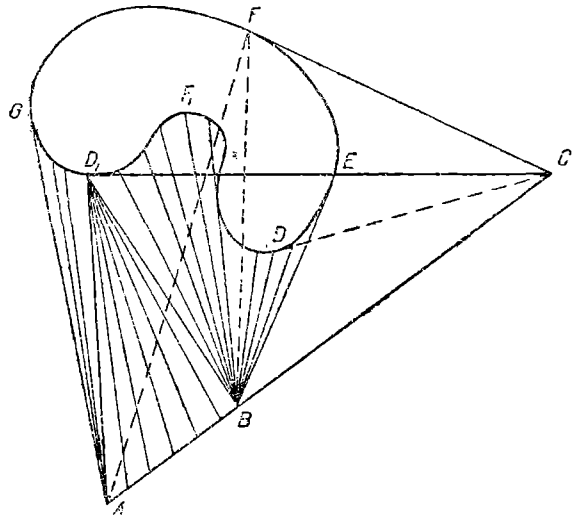


Рис. 9.

Сумма $S_F + S_1 - S_2 - S_B$ представляет площадь D_1GFEDF_1 контура тела V, которая обозначена буквою S; следовательно

$$\delta < \frac{S_2 - S_1}{S} \quad \frac{H_A - H_B}{H_B}. \tag{12}$$

Для пользования формулой (3′), таким образом, необходимо только, чтобы δ была менее некоторой заданной точности вычислений (например 0,01). В преобладающем большинстве случаев для тел, с которыми приходится иметь дело при подсчете запасов, разность $S_2 - S_1$ весьма невелика сравнительно с S_1, так же, как разность $H_A - H_B$ сравнительно с H_B. Оба множителя $\frac{S_2 - S_1}{S}$ и $\frac{H_A - H_B}{H_B}$, а тем более их произведение, представляют весьма

малые правильные дроби. В каждом конкретном случае нетрудно видеть по чертежу, удовлетворяется ли неравенство (12). В сомнительных случаях можно произвести проверку неравенства (12), пользуясь весьма грубо определенными значениями S_2 и S_1.

Необходимо помнить, что такая проверка нужна только для тех случаев, когда $S_2 > S_1$. Если $S_2 < S_1$, то при вычислении по (4) объем V всегда получается максимальным.

При наличии нескольких вогнутостей сущность рассуждений остается та же.

§ 9. Относительно величины запасов, существующих в действительности, можно делать только предположения на основании геологической изученности месторождения, вынося границы запасов за пределы тела коноида.

В рассматриваемом случае на верхнем горизонте границы залежи вполне определены контуром. Ниже, где на поверхности залежи известны две точки — входа и выхода из нее буровой скважины, можно предполагать, что залежь распространена как в стороны по простиранию, так и на глубину. Расстояние, на которое может быть вынесен контур, всецело зависит от степени изученности месторождения и определяется геологическими соображениями и допускаемой погрешностью при исчислении запасов. Для построения контура залежи на глубине двух имеющихся точек совершенно недостаточно. Даже при сохранении изменчивости, характерной для верхнего горизонта, нельзя устанавливать, а тем более строить, на нижних горизонтах для контура, геометрически подобные фигуры. Такое построение было бы необоснованной и бесполезной фантазией, затемняющей действительную форму поверхности.

Для ограничения запасов на глубине приходится поэтому прибегать к наиболее простой схеме очертания контура, вытекающей непосредственно из данных, представляемых геологическими соображениями.

Для построения такого контура можно принять размеры по простиранию и вкрест простирания, дающие для контура прямоугольник.

Размеры вкрест простирания определяются горизонтальной мощностью, полученной согласно с данными по буровой скважине, а по простиранию может быть задана величина, кратная этой горизонтальной мощности, и вплоть до размеров простирания залежи на верхнем горизонте.

Таким образом тело, определяющее запасы, будет ограничено двумя параллельными горизонтальными сечениями: на верхнем горизонте — оконтуренной площадью и на нижнем—прямоугольником и с боков поверхностью, которая принимается линейчатой. Вычисление объема такого тела может быть произведено по методам, разработанным Бауманом и Журавским,[1] или же учитывая, что для запасов меньшей достоверности допустимы и более простые и менее точные методы подсчета, объем упомянутого тела можно вычислить по формуле для усеченного конуса.

Zusammenfassung

Bei der Berechnung des Vorrats von nutzbaren Mineralien in Lagerstätten, anstatt des wirklichen Volumens eines Erzkörpers, berechnet man gewöhnlich das Volumen eines Korpers, der ihm annäherend gleich und von einer regelmässigen mit Ebenen oder linearen Flächen begrenzten Form ist.

Wenn auf einer steiffallenden Lagerstätte Bergarbeiten schon getriben werden und wenne sich auf einer etwaigen Sohle genügend untersucht ist, dann für weitere Untersuchung führt man ein Bohrloch, das die Lagerstäte in der Tiefe unterschneidet.

Den räumlichen Inhalt, der durch den Umriss auf der Sohle und durch die

[1] См. В. И. Бауман, Горный журнал за 1908 г.; А. М. Журавский, Об одном обобщении формулы В. И. Баумана. Труды Всер. Геол-разв. объед., вып. 201, 1933.

Mächtigkeit der Lagerstätte auf dem Wege des Bohrloches bestimmt wird, kann man rationell in der Form eines Konnoids darstellen.

Ein solcher Körper ist in Fig. 1 und 4 dargestellt, wo $DEFG$ $(=S)$ — Urmiss auf der Sohle CA — ein Teil des Bohrloches. AB $(=l)$ — Mächtigkeit der Lagerstätte. C — Durchschnittspunkt des Bohrloches und der Ebene der Sohle.

Wenn man durch das Bohrloch AC zwei Ebenen — CAD und CAF, die den Urmiss $DEFG$, berühren, führt und die Teile des Urmisses. DEF und DGF mit Punkten B und A respektiv verbindet, so entsteht der Körper $ABDEFG$ ein Konoid, das von den Ebenen ABD und ABF und den konischen Flächen $ADGF$ und $BDEF$ begrenzt ist.

Das Volumen von dieses Körper kann man als Volumdifferenz von zwei Kegeln, einen mit der Spitze im Punkt A und Grundfläche $CDGF = S_A$, und anderen mit der Spitze im Punkt B und Grundfläche $CDEF = S_B$ dargestelt sein.

$$V = V_A - V_B = {}^1/_3\ S_A H_A - {}^1/_3\ S_B H_B, \tag{1}$$

wo H_A und H_B — Höhen dieser Kegel (senkrechte Abstände der Punkte A und B von der Ebene der Sohle und V_A, V_B ihren Volumina bedeuten.

Durch einfache Transformation erhält man:

$$V = {}^1/_3\ (SH_A + S_B H_B). \tag{3}$$

Die Berechnung des Volumvorrats, nach dieser Formel ist auf folgende Weise ausgeführt.

Auf dem Plan führt man zwei Tangenten CD und CF, misst mit einem Planimeter die Flacheninhalte $DEFG$ $(=S)$ und $CDEF$ $(=S_B)$ und im Querschnitte (Fig. 4, *b*) die Höhen AM $(=H_A)$ und BN $(=H_B)$, und dann setzt man sie in Formel (3′).

Wenn der Punkt C auf den Plan nicht kommt (Fig. 5), führt man parallel zu AB die Tangenten zu dem Umriss des Erzkörpers auf der Sohle. Man verbindet die Punkte D und F des Kontaktes miteinander und mit den Punkten A und B. Der Körper des Konoids verteilt sich dann in drei Teile: zwei Kegel $ADGF$ $(= W_A = {}^1/_3\ S_A' H_A)$ und $BDEF$ $(= W_B = {}^1/_3\ S_B' H_B)$ und eine Pyramide $ABDF$ $(W_0 = S_0' a)$. Man berechnet das Volumen V des Konoids als Volumsumme:

$$W = W_A + W_B + W_o = {}^1/_3\ (S_A'\ H_A + S_B'\ H_B + S_0' a), \tag{7}$$

wobei $S^{A'} = DGF$; $S_B' = DEF$; S_0' is gleich dem Flächeninhalt des Dreiecks OAB.

Dieser Inhalt findet man vermittelst des Querschnitts der Lagerstätte und $a = FT$, Abstand zwischen den parallelen Geraden, die durch die Punkte D und F gezogen sind. Der Punkt o ist der Durchschnittspunkt der Geraden DF und der Geraden GB', Projektion der AB auf die Ebene der Sohle.