I. Е. С. Федоровъ. Тождественныя пространственныя рѣшетки при разныхъ символахъ комплекса.

Въ статьѣ «Parallelöeder in kanonischer Form und deren eindeutige Beziehung zu Raumgittern» *) я показалъ, что, произведя моноклинный сдвигъ, можно всегда получить тождественную пространственную рѣшетку, и при томъ этимъ иногда можно уменьшить анортогональность, отчего выраженіе для вѣроятности правильности установки повысится, хотя бы отъ этого символы формъ и стали болѣе сложными. Но я не остановился подробно на критеріи того, при какомъ именно сдвигѣ рѣшетка остается тождественною. Это поясненіе я и хочу сдѣлать въ этой замѣткѣ.

Прежде всего замѣчу, что сдвигъ истинной рѣшетки можетъ быть замѣненъ соотвѣтственнымъ сдвигомъ полярной рѣшетки **), а такая замѣна весьма увеличиваетъ наглядность при употребленіи гномостереографической проекціи. Сдвигъ этотъ относится къ моноклиннымъ кристалламъ; если же данъ кристаллъ триклинный, то его комплексъ посредствомъ триклиннаго сдвига приводится къ моноклинному виду.

За плоскость сдвига нужно принять плоскость, проходящую чрезъ вертикальную (главную) ось ***) и перпендикулярную къ плоскости симметріи комплекса. Плоскость другихъ осей перемѣщается вмѣстѣ со сдвигомъ. Понятно, что эта операція представляетъ значеніе только для сильно положительныхъ комплексовъ, въ которыхъ плоскость симметріи не отличается большою плотностью, но отличается большою сближенностью сосѣднихъ параллельныхъ сѣтокъ. Здѣсь мы можемъ различать два случая, или 1) ближайшая къ центру точка въ плоскости осей находится въ плоскости симметріи, или 2) она не находится въ этой плоскости.

Въ первомъ случаѣ величина сдвига, приводящаго пространственную рѣшетку въ совмѣщеніе съ собою, всегда равная промежутку ряда по главной оси, прилагается къ ближайшей точкѣ въ плоскости симметріи; во второмъ случаѣ въ ближайшей точкѣ плоскости симметріи сдвигъ долженъ имѣть двойную величину (а одиночную величину въ ближайшихъ точкахъ, не находящихся въ плоскости симметріи).

Во всѣхъ случаяхъ вообще не только въ точности сохраняется сама пространственная рѣшетка (если полярная, то и обыкновенная), но сохраняется и структура комплекса и разрядъ его модальностей; измѣняются опредѣленнымъ образомъ только символы, но и то только въ отношеніи къ индексамъ, соотвѣтствующимъ главной оси.

Но, оставляя пространственную рѣшетку неизмѣнною, мы можемъ измѣнить внѣшнее выраженіе комплекса его символа, измѣняя положеніе осей; въ числѣ этихъ измѣненій будетъ находиться и измѣненіе анортогональности.

Вмѣстѣ съ тѣмъ будутъ измѣняться не только символы граней, но и структура, и модальность, и вообще всѣ числа, входящія въ составъ символа комплекса.

Осуществленіе принципа однозначности опредѣленія всякаго даннаго комплекса его символомъ, требуетъ, чтобы въ составѣ такихъ символовъ былъ признанъ правильнымъ только одинъ, а остальные неправильными.

Конечно, всякій математическій принципъ не можетъ быть примѣненъ на практикѣ съ полною точностью, хотя бы уже потому, что практика немыслима безъ погрѣшностей, а потому всегда остается нѣкоторый предѣлъ, около котораго результаты получаются неувѣренными и ведутъ къ нѣкоторой неопредѣленности.

Однако это нисколько не уменьшаетъ значенія самого принципа, гарантирующаго строгую опредѣленность во всѣхъ остальныхъ случаяхъ.

Въ виду того, что въ рѣшающемъ для правильной установки математическомъ выраженіи вѣроятности установки входятъ два фактора: 1) цѣна установки, и 2) факторъ анортогональности (уклоненія отъ идеальныхъ угловъ) и что при той же пространственной рѣшеткѣ первый факторъ остается незыблемымъ, принципъ, которымъ мы можемъ руководиться, сводится, при всѣхъ прочихъ равныхъ условіяхъ, къ уменьшенію второго фактора.

И наоборотъ, въ идеальныхъ кристаллахъ, гдѣ этотъ второй факторъ равенъ 1—цѣ, неопредѣленность, появляющаяся при примѣненіи перваго фактора, устраняется тѣмъ, чтобы комплексъ былъ, по выраженію символа, наиболѣе приближеннымъ къ изотропному.

Поэтому, когда начинается неопредѣленность въ примѣненіи второго фактора, она устраняется требованіемъ перваго, хотя бы при этомъ цѣна установки сохранялась тождественною съ математическою строгостью.

Итакъ, когда посредствомъ упомянутаго выше сдвига и установленномъ ниже выборомъ осей, мы получаемъ пренебрегаемо-незначительную разницу въ величинѣ фактора анортогональности при двухъ различныхъ установкахъ, то правильною слѣдуетъ считать ту установку, при которой степень положительности комплекса не усилилась (главное опредѣляющее число символа комплекса не стало больше).

Замѣчу, что съ выборомъ разныхъ системъ осей мѣняется структура и главное—число комплекса, а потому разсматриваемый теперь случай не относится ни къ гипогексагональнымъ, у которыхъ структура только одна, ни тригоналоидным, у которыхъ структура однозначно опредѣляется главнымъ числомъ комплекса, и слѣдовательно относится только къ тетрагоналоидным, и притомъ сильно

---

*) Zeitschrift für Krystallographie, XLVI, 245.

**) Записки Г. И. I 396.

***) Подъ осями по отношенію къ полярнымъ рѣшеткамъ мы подразумѣваемъ перпендикуляры къ гранямъ. Такъ въ сильно положительныхъ кристаллахъ главною (вертикальною осью считаемъ перпендикуляръ къ плотнѣйшей сѣткѣ.

положительнымъ, такъ какъ въ иныхъ анортогональность не можетъ быть уменьшена ни сдвигомъ, ни выборомъ осей, такъ какъ въ такихъ комплексахъ допустимы лишь гексаэдрическая и додекаэдрическая (въ полярныхъ октаэдрическая) структуры, то рѣшеніе вопроса сводится къ установленію правильности признанія той или другой структуры.

Отдавая себѣ болѣе обстоятельный отчетъ въ возможныхъ допущеніяхъ, найдемъ всего два случая:

1) гексаэдрическая структура и модальность перваго рода можетъ быть замѣнена додекаэдрическою и модальностью второго рода; при этомъ выраженіе положительности комплекса увеличивается вдвое, и потому такая замѣна должна быть признана недопустимою.

2) гексаэдрическая структура и модальность второго рода можетъ быть замѣнена додекаэдрическою структурою и модальностью перваго рода: при этомъ выраженіе положительности комплекса также увеличивается вдвое, и потому такая замѣна также должна быть признана недопустимою.

И такъ, во всѣхъ случаяхъ, когда перемѣна осей въ сильно положительныхъ тетрагоналоидныхъ комплексахъ не приводитъ къ чувствительному пониженію фактора анортогональности, правильною можетъ быть признана лишь гексаэдрическая установка съ модальностью перваго или второго рода.

5 апрѣля 1910 г.